

Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2.
EEF031 fredagen den 24 augusti 2007 kl. 8:30-12:30.

- Tillåtna hjälpmedel:** BETA, Physics Handbook, Formelsamling i elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen för elektromagnetisk fältteori. Markus Johansson, Tel. 772 5052.
- Förfrågningar:**
- Lösningar:** Anslås på kursens hemsida efter tentamenstidens slut.
- Resultat:** Anslås på kursens hemsida senast den 14:e september.
- Granskning:** Sker på plats och tid enligt resultatlistan.
- Betyg:** Sänds till betygsexpeditionen senast den 21:a september.
- Kom ihåg:** Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som lämnas in. Flervalsfrågorna besvaras med att markera en av rutorna på tesen efter varje påstående. En och endast en ruta på varje rad skall markeras.

De tre svarsalternativen (från vänster till höger) är *Rätt*, *Vet ej*, *Fel*. Riktigt svar på ett påstående ger +0.2 poäng. Oriktigt svar ger -0.2 poäng. Vet ej är neutralt och ger 0 poäng.

Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng. Man kan därför få 1 poäng även med ett vet ej svar.

Namn:.....

Email:.....

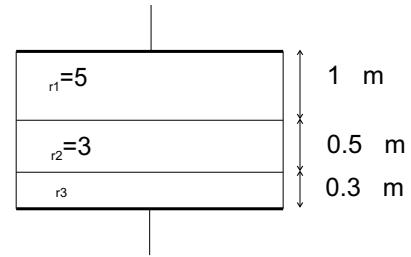
Personnummer:.....

Lycka till!

1

Problemlösningsdel (8 poäng)

A) Mellan två plattor har vi tre stycken olika dielektriska material, se figuren. Vi vet dielektricitetskonstanterna för två av materialen men inte för det tredje. Kapacitansen mellan plattorna är 6.123 nF och plattarean är 4 cm^2 . Bestäm med hjälp av de här uppgifterna och figuren dielektricitetskonstanten för det okända materialet.



Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift B, C, D och E)

B) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i uppgift A är riktiga?

	Rätt	?	Fel
För en fullständig beskrivning av den fysikaliska grunden behövs exakt ett postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en fullständig beskrivning av den fysikaliska grunden behövs exakt två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att källan till E-fältet är laddningstätheten/ ϵ_0 och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att rotationen av B-fältet är lika med strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	Rätt	?	Fel
E-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan olika material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan olika material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan olika material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Spänningen mellan två punkter representerar arbetet per laddningsenhet att föra en laddning mellan punkterna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan alltid lösa Poissons ekvation med hjälp av spegling.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan definiera kapacitans för en enskild ledare.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	Rätt	?	Fel
Källan till det elektrostatiska fältet är stillastående laddningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kirchoffs strömlag bygger på laddningskonservering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Eftersom det elektrostatiska fältet är rotationsfritt kan en potential definieras.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kapacitansen hos en ideal kapacitans beror av pålagd spänning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Med givna randvillkor är lösningen till Laplaces ekvation entydig.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Enheten för elektrisk potential är Nm/As.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

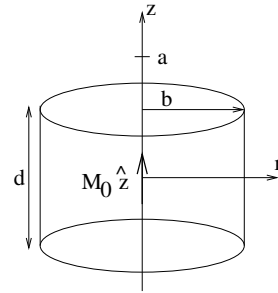
	Rätt	?	Fel
Fältet utanför en oladdad ihålig metallsfär med en punktladdning i håligheten beror på punktladdningens placering i håligheten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Fältet utanför en laddad ihålig metallsfär är samma som det från en ensam punktladdning placerad i platsen för centrum på sfären.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektriska susceptibiliteten, χ_e , relateras till den relativa permittiviteten, ϵ_r , som $\epsilon_r = 1 + \chi_e$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Källan till förskjutningsfältet är polarisationsladdningarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Dielektriska egenskaper modelleras med hjälp av magnetiska monopoler.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Inuti en perfekt ledare är det statiska E-fältet noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2

Problemlösningsdel (8 poäng)

A) En cylindrisk permanentmagnet har konstant magnetisering $\mathbf{M} = M_0 \hat{\mathbf{z}}$ enligt figur. Beräkna magnetiseringsströmtätheten och ytmagnetiseringsströmtätheten. (4 poäng)

B) Beräkna även magnetfältet i en punkt $z=a, r=0$ ovanför magneten, dvs i punkten $z=a$ sådan att $a > d/2$. (4poäng)



Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift C, D, E och F)

C) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i uppgift A och B är riktiga? **Rätt ? Fel**

- För en fullständig beskrivning av den fysikaliska grunden behövs exakt ett postulat.
- För en fullständig beskrivning av den fysikaliska grunden behövs exakt två postulat.
- Den fysikaliska grunden baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.
- Den fysikaliska grunden baseras på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.
- Den fysikaliska grunden baseras på att källan till E-fältet är laddningstätheten/ ϵ_0 och på att E-fältet är konservativt.
- Den fysikaliska grunden baseras på att rotationen av B-fältet är lika med strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.

D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

- Vid spegling av strömmar kan man i vissa fall spegla i isolerande ytor.
- En ström i en kabel är ett exempel på en konvektionsström.
- Ett blixtnedslag är ett exempel på en konduktionsström.
- Ohms lag gäller för en konduktionsström.
- Ohms lag gäller för en konvektionsström.
- Strömtäthetens tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika σ .

E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

- En laddad partikel som rör sig i ett tidskonstant magnetfält accelereras.
- En laddad partikel som rör sig i ett tidskonstant magnetfält ökar sin hastighet.
- H-fältet spelar samma roll i magnetostatiken som E-fältet i elektrostatiken.
- Enheten för magnetfält är Vs/m^2
- Lorentzkraften beror bara på det magnetiska fältet.
- Ytintegralen av B-fältet över en sluten yta är alltid noll.

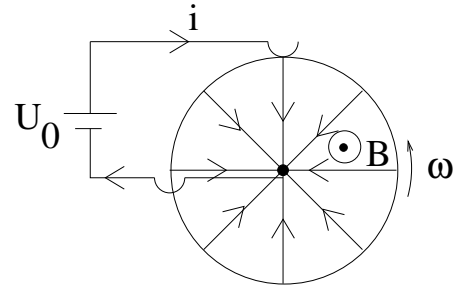
F) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

- Om ett material är anisotropt betyder det att har samma egenskaper i alla riktningar.
- Magnetiska monopoler används för att modellera magnetiska egenskaper.
- För en bra permanentmagnet spelar det ingen roll hur hystereskurvan ser ut.
- B-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material om det går en ytström i gränsen.
- B-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material om det går en ytström i gränsen.
- H-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material om det går en ytström i gränsen.

3

Problemlösningsdel (8 poäng)

A) En enkel likströmsmotor består av ett ekerhjul med radien a och n stycken ekrar. Hjulet befinner sig i ett axiellt homogent magnetfält med styrkan B_0 . Varje eker har en resistans R medan resistansen hos nav och periferi är försumbara. Motorn är ansluten till en likspänning U_0 . Beräkna motorns mekaniska effekt samt vridmoment som funktion av vinkelhastigheten ω .



Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift B, C, D och E)

B) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i uppgift A är riktiga?

	Rätt	?	Fel
För en fullständig beskrivning av den fysikaliska grunden behövs exakt två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en fullständig beskrivning av den fysikaliska grunden behövs exakt fyra postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Faradays lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	Rätt	?	Fel
För en plan våg i en metall är E och H-fälten förskjutna 45° från varandra.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältet är källfritt även i elektromagnetismen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En plan våg är alltid linjärt polariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En elliptiskt polariserad våg kan aldrig vara en plan våg.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Fältet hos en plan våg är konstant vinkelrätt mot utbredningsriktningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Förskjutningsströmmen är lika med tidsderivatan av D-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	Rätt	?	Fel
Enligt Lentz lag motverkar inducerade strömmar det ursprungliga magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Gauss lag måste förändras när man går från elektrostatik till elektromagnetism.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
De konstitutiva ekvationerna beskriver materialegenskaper.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Induktion är en mekanism där tex en krets försöker motverka flödesändringar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om man pratar om en spoles induktans menar man dess självinduktans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om man pratar om en spoles induktans menar man dess ömsesidiga induktans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	Rätt	?	Fel
Om gruppshastigheten är större än fashastigheten är materialet dispersionsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vakuüm är dispersionsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Att materialet är dispersivt betyder att de dielektriska egenskaperna varierar med frekvensen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en mycket god ledare gäller normalt att $\sigma/\omega\epsilon \gg 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en isolator gäller normalt att $\sigma/\omega\epsilon \ll 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Inträngningsdjupet definieras som $1/\beta$ där β är faskonstanten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Problemlösningsdel (8 poäng)

A) En plan elektromagnetisk våg med frekvensen 1 GHz sänds ut från en antennenordning under vatten, vågen propagerar 5 cm genom vattnet och reflekteras sedan mot ett material med relativ permittivitet $\epsilon_r = 3,0$ och konduktivitet $\sigma = 0,0$. Antag att vattnet har den relativa permittiviteten $\epsilon_r = 78,0$ och konduktiviteten $\sigma = 0,2$ och att den utsända intensiteten från sändaren är 1 W/m^2 . Hur stor är intensiteten hos den reflekterade våg som når tillbaka till antensystemet? Ni kan anta att den propagerande vågen är en ideal plan våg och även räkna med att vattnet är ett medium med låga förluster, dvs $\sigma/\omega\epsilon \ll 1$.

Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift **B**, **C**, **D** och **E**)

B) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i uppgift A är riktiga?	Rätt	?	Fel
För en fullständig beskrivning av den fysikaliska grunden behövs exakt två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en fullständig beskrivning av den fysikaliska grunden behövs exakt fyra postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Den retarderade potentialen beskriver hur potentialen från en laddning avtar med avståndet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågekvationen för vektorpotentialen A kan härledas från Maxwells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man får välja $\nabla \times \mathbf{A}$ som man vill.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen relateras till magnetfältet som $\nabla \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen relateras till magnetfältet som $\nabla \cdot \mathbf{B} = \mathbf{A}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Begreppet retarderade potentialer härrör sig från att inget kan färdas snabbare än ljuset.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Snells lag gäller endast i gränssytor där permeabiliteten är samma på båda sidorna, dvs $\mu_1 = \mu_2$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells reflektionslag säger att infallsvinkeln är samma som reflektionsvinkeln.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn på ytan av en lång rak ledare som för en ström är riktad i strömmens riktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn på ytan av en lång rak ledare som för en ström är riktad radiellt ut från ledarens centrum.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ljushastigheten i ett medium bestäms av permeabiliteten och permittiviteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Direktiviteten är 1,0 för en Hertzdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
En Hertzdipol är en kvarts våglängd lång.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen i antennen varierar inte längs en Hertzdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen hos en kvartsvågsantenn är oberoende av strålningseffekten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen hos dipolantenner minskar med längden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En kvartsvågsantenn är ekvivalent med en halvsvågsantenn över ett ledande plan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen är konstant längs en halvsvågsantenn.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Problemlösningsdel (8 poäng)

A) En kort sändarantenn kan behandlas som en elektrisk punktdipol: $\mathbf{p}(t) = p_0 \sin(\omega t)\hat{\mathbf{z}}$. Tänk dig en stor sfär med radie R som omsluter punktdipolen. Punktdipolen befinner sig i den tänkta sfärens centrum och det gäller att $R \gg \lambda$. Bestäm ögonblicksvärdet av den totala effekten $P(t)$ genom sfärens yta.

Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift **B**, **C**, **D** och **E**)

B) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i uppgift A är riktiga? **Rätt ? Fel**

För en fullständig beskrivning av den fysikaliska grunden behövs exakt två postulat.

För en fullständig beskrivning av den fysikaliska grunden behövs exakt fyra postulat.

Den fysikaliska grunden baseras på Faradays lag.

Den fysikaliska grunden baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.

Den fysikaliska grunden baseras på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.

Den fysikaliska grunden baseras på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.

C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

Poyntingvektorn uttrycker en vågs energi i en viss riktning.

Poyntingvektorn uttrycker en vågs intensitet och vågens utbredningsriktning.

Poyntings teorem uttrycker laddningskonservering.

En vågs energi färdas med fashastigheten.

Reflektionskoefficienten för effekt vid vinkelrätt infall är det samma som kvadraten på reflektionskoefficienten för amplituden.

Transmissionskoefficienten för effekt vid vinkelrätt infall är det samma som kvadraten på transmissionskoefficienten för amplituden.

D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

En monokromatisk våg innehåller flera frekvenskomponenter.

En cirkulär polariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir elliptiskt polariserad.

En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir cirkulärpolariserad.

En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir linjärpolariserad.

Kritiska vinkeln härleds utifrån Snells lag.

Brewstervinkeln kan härledas utifrån Snells lag.

E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

Snells brytningslag härleds från Fresnels ekvationer.

I Snells lag spelar vågens polarisering ingen roll.

Vid totalreflektion uppstår en ytvåg som ej uppfyller Maxwells ekvationer.

En optisk fiber bygger på totalreflektion.

Totalreflektion sker vid alla infallsvinklar mellan 0° till 90° då ljusstrålen går från ett optiskt tätare till ett optiskt tunnare material.

Totalreflektion är även möjlig då ljusstrålen går från ett optiskt tunnare till ett optiskt tätare material.

Tenta 070824

1. Först måste vi bestämma ett uttryck för kapacitansen:

$$\begin{aligned} \text{Spänning: } U &= \int_{0,3\mu\text{m}}^{1,8\mu\text{m}} E_1 \cdot dl + \int_{0,3\mu\text{m}}^{0,8\mu\text{m}} E_2 \cdot dl + \int_{0\mu\text{m}}^{0,3\mu\text{m}} E_3 \cdot dl = \\ &= \int_{0,3\mu\text{m}}^{1,8\mu\text{m}} \frac{D}{\epsilon_1 \epsilon_0} \cdot dl + \int_{0,3\mu\text{m}}^{0,8\mu\text{m}} \frac{D}{\epsilon_2 \epsilon_0} \cdot dl + \int_{0\mu\text{m}}^{0,3\mu\text{m}} \frac{D}{\epsilon_3 \epsilon_0} \cdot dl = \\ &= \int_{0,3\mu\text{m}}^{1,8\mu\text{m}} \frac{Q}{A \epsilon_1 \epsilon_0} \cdot dl + \int_{0,3\mu\text{m}}^{0,8\mu\text{m}} \frac{Q}{A \epsilon_2 \epsilon_0} \cdot dl + \int_{0\mu\text{m}}^{0,3\mu\text{m}} \frac{Q}{A \epsilon_3 \epsilon_0} \cdot dl = \\ &= \frac{Q}{A \epsilon_1 \epsilon_0} \cdot 1\mu\text{m} + \frac{Q}{A \epsilon_2 \epsilon_0} \cdot 0,5\mu\text{m} + \frac{Q}{A \epsilon_3 \epsilon_0} \cdot 0,3\mu\text{m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Kapacitans: } C &= \frac{Q}{U} = \frac{1}{\frac{1}{A \epsilon_1 \epsilon_0} \cdot 1\mu\text{m} + \frac{1}{A \epsilon_2 \epsilon_0} \cdot 0,5\mu\text{m} + \frac{1}{A \epsilon_3 \epsilon_0} \cdot 0,3\mu\text{m}} \\ &= \frac{A \epsilon_0}{\frac{1\mu\text{m}}{5} + \frac{0,5\mu\text{m}}{3} + \frac{0,3\mu\text{m}}{\epsilon_3}} = 6,123 \text{ nF} \end{aligned}$$

Beräkna ϵ_3 :

$$\frac{4 \cdot 10^{-9} \epsilon_0}{6,123 \text{ nF}} = \frac{1\mu\text{m}}{5} + \frac{0,5\mu\text{m}}{3} + \frac{0,3\mu\text{m}}{\epsilon_3} \Rightarrow$$

$$\frac{0,3\mu\text{m}}{\epsilon_3} = \frac{4 \cdot 10^{-9} \epsilon_0}{6,123 \text{ nF}} - \frac{1\mu\text{m}}{5} - \frac{0,5\mu\text{m}}{3} \Rightarrow$$

$$\epsilon_3 = \frac{0,3\mu\text{m}}{\frac{4 \cdot 10^{-9} \epsilon_0}{6,123 \text{ nF}} - \frac{1\mu\text{m}}{5} - \frac{0,5\mu\text{m}}{3}} \approx 1,4$$

$$\text{Svar } \epsilon_3 = 1,4$$

2)

Magnetiseringsströmmar:

Magnetiseringsströmstäthet:

$$\mathbf{J}_{mv} = \nabla \times \mathbf{M} = \nabla \times (M_0 \hat{\mathbf{z}}) = \mathbf{0}$$

Yt magnetiseringsströmstäthet:

$$\mathbf{J}_{ms} = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}} = M_0 \hat{\mathbf{z}} \times \begin{cases} +\hat{\mathbf{z}} & \text{på toppen} \\ \hat{\mathbf{r}} & \text{på mantelytan} \\ -\hat{\mathbf{z}} & \text{på botten} \end{cases} = \begin{cases} \mathbf{0} \\ M_0 \hat{\boldsymbol{\phi}} \\ \mathbf{0} \end{cases}$$

B-fältet lös som:

$$\mathbf{B}(\mathbf{R}_2) = \int_{S_{\text{mantel}}} \frac{\mu_0 \mathbf{J}_{ms}(\mathbf{R}_1) \times \mathbf{R}_{12}}{4\pi R_{12}^3} dS,$$

$$\mathbf{R}_1 = b\hat{\mathbf{r}} + z_1\hat{\mathbf{z}} \quad (\text{källpt})$$

$$\mathbf{R}_2 = a\hat{\mathbf{z}} \quad (\text{fältpt})$$

$$\mathbf{R}_{12} = \mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1 = -b\hat{\mathbf{r}} + (a - z_1)\hat{\mathbf{z}}$$

$$R_{12} = \sqrt{b^2 + (a - z_1)^2}$$

$$\mathbf{J}_{ms} \times \mathbf{R}_{12} = M_0 \hat{\boldsymbol{\phi}} \times (-b\hat{\mathbf{r}} + (a - z_1)\hat{\mathbf{z}}) = M_0 (b\hat{\mathbf{z}} + (a - z_1)\hat{\boldsymbol{\phi}})$$

Pga symmetri ser vi att $\mathbf{B}(\mathbf{R}_2) = B_z(\mathbf{R}_2)\hat{\mathbf{z}}$

$$B_z (R_z = a\hat{z}) = \int_{z_1 = -d/2}^{d/2} \frac{\mu_0 M_0 b \hat{z}}{4\pi (b^2 + (a-z_1)^2)^{3/2}} 2\pi b dz_1 =$$

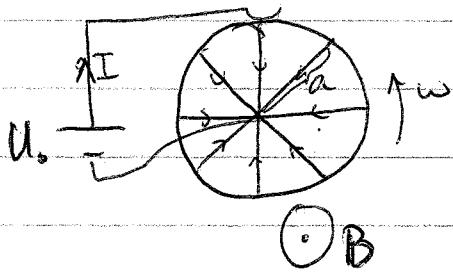
$$= \frac{\mu_0 b^2 M_0 \hat{z}}{2} \int_{z_1 = -d/2}^{d/2} \frac{dz_1}{(b^2 + (a-z_1)^2)^{3/2}} = \left\{ a-z_1 = z' \Rightarrow \frac{dz'}{dz_1} = -1 \right\}$$

$$= \frac{\mu_0 b^2 M_0 \hat{z}}{2} \int_{a+d/2}^{a-d/2} \frac{-dz'}{(b^2 + (z')^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 b^2 M_0 \hat{z}}{2} \left[\frac{z'}{b^2 \sqrt{z'^2 + b^2}} \right]_{a+d/2}^{a-d/2}$$

$$= -\frac{\mu_0 b^2 M_0 \hat{z}}{2} \left[\frac{a-d/2}{b^2 \sqrt{(a-d/2)^2 + b^2}} - \frac{a+d/2}{b^2 \sqrt{(a+d/2)^2 + b^2}} \right] =$$

$$= \frac{\mu_0 M_0 \hat{z}}{2} \left[\frac{a+d/2}{\sqrt{(a+d/2)^2 + b^2}} - \frac{a-d/2}{\sqrt{(a-d/2)^2 + b^2}} \right]$$

3

Hjulets radie: a

Krafter på laddningar $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$
 är riktad radieutåt då hjulet roterar \Rightarrow
 En rörelse emk induceras riktad utåt.

$$V_{\text{rörelse}} = \int_L \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{r=0}^a \omega r \hat{\varphi} \times B_0 \hat{z} \cdot \hat{r} dr =$$

$$= \int_{r=0}^a \omega r B_0 \hat{r} \cdot \hat{r} dr = \int_{r=0}^a \omega r B_0 dr = \frac{\omega a^2 B_0}{2}$$

Kirchoffs sp. laggar $U_0 - V_{\text{rörelse}} = R \frac{I}{n} \Rightarrow V_{\text{rörelse}} = U_0 - R \frac{I}{n}$

$$U_0 - \frac{\omega a^2 B_0}{2} = R \frac{I}{n}$$

$$\Rightarrow I = \frac{n}{R} \left(U_0 - \frac{\omega a^2 B_0}{2} \right)$$

Mekanisk effekt P_{mek} : $P_{\text{mek}} = P_{\text{batteri}} - P_{\text{värme/ohmiska}} =$

$$= U_0 I - n R \left(\frac{I}{n} \right)^2 = I \left(U_0 - R \frac{I}{n} \right) =$$

$$= \frac{n}{R} \left(U_0 - \frac{\omega a^2 B_0}{2} \right) \frac{\omega a^2 B_0}{2}$$

Ursärla

Vridmoment: $P_{\text{mek}} = \omega \cdot T_{\text{mek}}$

$$\Rightarrow T_{\text{mek}} = \frac{P_{\text{mek}}}{\omega} = \frac{n}{R} \left(U_0 - \frac{\omega a^2 B_0}{2} \right) \frac{a^2 B_0}{2}$$

4

1 W/m² effekt propagerar som i vatten $\epsilon_r = 78, \sigma = 0,2$
frekvensen 1 GHz

Reflekteras mot material med $\epsilon_r = 3, \sigma = 0$ och propagerar tillbaka till antensystemet.

Vi räknar med $\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \ll 1$, För denna situation har vi $\frac{\sigma}{\omega\epsilon} = 0,046$

Hur effekten transmittas genom ett medium beskrivs av

$$P(z) = \frac{E_0^2}{2|Z_c|} e^{-2\alpha z} \cos \theta_z \quad \text{Där vågimpedansen } Z_c = |Z_c| e^{j\theta_z}$$

$$\text{Vid } z=0 \text{ får vi: } 1 = \frac{E_0^2}{2|Z_c|} \cos \theta_z$$

$$\text{För } \frac{\sigma}{\omega\epsilon} \ll 1 \text{ gäller } \alpha = \frac{\omega\epsilon''}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon'}} = \left\{ \text{i vatten} \right\} = 4,27 \text{ m}^{-1}$$

Vi behöver även reflektionskoefficienten för reflektion i gränsvillan de två materialen.

$$\text{Vågimpedansen beräknas som } Z_c = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon'}} \left(1 + j \frac{\epsilon''}{2\epsilon'} \right)$$

$$\text{Det ger reflektionskoefficienten } r_{12} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_0}{78\epsilon_0}} \left(1 + j \frac{0,2}{4\pi \cdot 10^9 \cdot 78\epsilon_0} \right) - \sqrt{\frac{\mu_0}{3\epsilon_0}}}{\sqrt{\frac{\mu_0}{78\epsilon_0}} \left(1 + j \frac{0,2}{4\pi \cdot 10^9 \cdot 78\epsilon_0} \right) + \sqrt{\frac{\mu_0}{3\epsilon_0}}} = \frac{-45988 + j427}{67683 + j966}$$

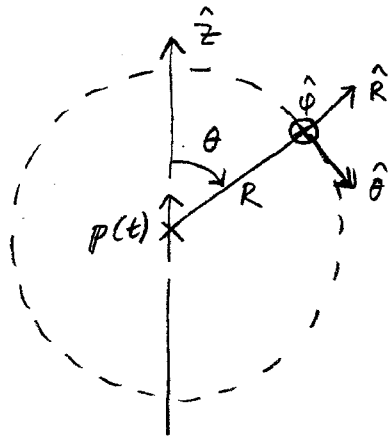
Imaginär delen är så liten så den kan försummas \Rightarrow Reflektionskoefficient för effekt

$$R = |r_{12}|^2 = 0,45$$

Reflekterad effekt efter propagation tillbaka till antensystemet blir

$$P = 1 e^{-2 \cdot 4,27 \cdot 0,1} \cdot 0,45 \text{ W/m}^2 = 0,19 \text{ W/m}^2$$

5



$$\hat{z} \times \hat{R} = \sin \theta \hat{\varphi}$$

$$p(t) = p_0 \sin(\omega t) \hat{z}$$

$$\begin{aligned} B &= [R \gg \lambda] = \frac{\mu_0}{4\pi c} \frac{p''(t - \frac{R}{c}) \times \hat{R}}{R} = \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi c} \frac{(-\omega^2) p_0 \sin(\omega(t - \frac{R}{c})) \hat{z} \times \hat{R}}{R} = \\ &= \underbrace{-\frac{\mu_0 \omega^2 p_0 \sin(\omega(t - \frac{R}{c}))}{4\pi c R}}_B \sin \theta \hat{\varphi} \end{aligned}$$

$$E = cB \hat{\theta}, \text{ enligt regeln om högersystem}$$

$$P_s = E \times H = cB \hat{\theta} \times \frac{B}{\mu_0} \hat{\varphi} = \frac{cB^2}{\mu_0} \hat{R}$$

$$\begin{aligned} P(t) &= \oint P_s \cdot \hat{R} dS = \oint \frac{cB^2}{\mu_0} dS = \\ &= \int_0^\pi \frac{c}{\mu_0} \left(\frac{\mu_0 \omega^2 p_0 \sin(\omega(t - \frac{R}{c}))}{4\pi c R} \sin \theta \right)^2 R d\theta R \sin \theta 2\pi = \\ &= \frac{\mu_0}{c} \frac{\omega^4 p_0^2 \sin^2(\omega(t - \frac{R}{c}))}{8\pi} \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta \\ \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta &= \left[-\cos(\theta) + \frac{\cos^3(\theta)}{3} \right]_0^\pi = 1 - \frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$P(t) = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2 \sin^2(\omega(t - \frac{R}{c}))}{6\pi c}$$