

Tentamen i Elektromagnetisk fältteori F för F2.

EEF031 2005-12-13 kl. 8.30-12.30

- Tillåtna hjälpmedel:** BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator, inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
- Förfrågningar:** Mikael Persson 7721576, Lovisa Nord 0706-144590
Lärare kommer till skrivsalarna cirka 9.30 och 11.00 för att besvara frågor
- Lösningar:** anslås på kursens hemsida strax efter tentamen
- Resultatet:** anslås på kursens hemsida senast 2005-12-22
- Granskning:** Sker på plats och tid enligt resultatlistan
- Kom ihåg** Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.
-

OBS!

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som ni lämnar in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående. En och endast en ruta på varje rad skall markeras.

De tre svarsalternativen (från vänster till höger) är "rätt", "vet ej" och "fel". Riktigt svar ger +0.2 poäng och oriktigt svar ger -0.2p. "Vet ej" är neutralt och ger noll poäng.

Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng, man kan således få 1 poäng även med ett "vet ej"-svar.

Namn:

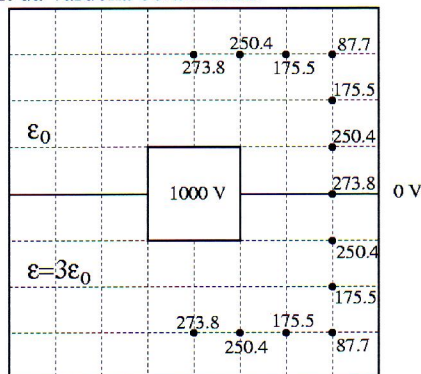
Personnummer:

Email:

Fråga 1

Problemlösningssedel

- A) Nedanstående figur visar tvärsnittet av ett långt metallrör med bredd och höjd 8 cm. Mitt i röret finns en kvadratisk lång metallstång med tvärsnittsytan 4 cm^2 . Nedre halvan av röret är fylld av ett material med relativ permittivitet $\epsilon_r = 3$, medan övre halvan är fylld av luft. En spänning på 1000 V har lagts mellan de båda ledarna som röret och stången utgör, och man har sedan löst Laplaces ekvation numeriskt för att få potentialen i det inlagda rutnätets noder. Några av de beräknade värdena visas i figuren. Beräkna kapacitansen per längdenhet för dubbelledaren! Hur ändras kapacitansen om även undre halvan är fylld med luft? Skulle de beräknade potentialvärdena blivit annorlunda om båda halvorna varit fyllda med luft då värdena beräknades?



Förståelsedel

B) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

I grunden bygger uppgift a) på endast ett postulat.

I grunden bygger uppgift a) på två postulat.

I grunden bygger uppgift a) på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.

I grunden bygger uppgift a) på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.

I grunden bygger uppgift a) på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.

I grunden bygger uppgift a) på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.

C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

E-fältet från en godtyckligt laddad, rak ledare kan man beräkna genom att integrera upp bidraget till E-fältet från varje infinitesimal laddning.

E-fältet från en lång, tunn, homogent laddad rak ledare kan man beräkna genom att använda Gauss lag på integralform.

Med givna randvillkor är lösningen till Laplaces ekvation entydig.

Man kan definiera den totala elektrostatiske energin för ett system, bestående av laddade sfärer, utifrån det arbete som krävs för att bygga upp systemet om man tar sfärerna från oändligheten.

Polarisationsfältet P för ett linjärt, homogent och isotropt material är relaterat till det elektriska fältet E.

Vid användandet av finit differens för att lösa Laplace ekvation i två dimensioner uttrycks potentialen i en punkt som en fjärdedel av summan av potentialen i grannpunkterna.

D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

I elektrostatisken gäller generellt, vid gränssytan mellan två olika material, att E-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig.

Potentialen från en punktladdning avtar med avståndet som $1/R$.

Spänningen mellan två punkter representerar arbetet per laddningsenhet som krävs för att föra en enhetsladdning mellan punkterna.

Antagande om approximativ potentialfördelning ger för låg approximativ resistans. Antagande om approximativ strömfördelning ger för hög approximativ resistans.

Vid spegling av strömmar kan man i vissa fall spegla i isolerande ytor.

Man kan definiera kapacitans för en enskild ledare.

E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Strömmarna i vanliga elkablar är kollisionsdominerade.

På stort avstånd från en linjeladdning med ändlig längd avtar E-fältet som $1/R$.

E-fältet utanför en oladdad ihålig metallsfär med en punktladdning i håligheten beror av punktladdningens placering i håligheten.

E-fältet utanför en laddad ihålig metallsfär är samma som det från en ensam punktladdning placerad i platsen för centrum på sfären.

Kirchoffs strömlag bygger på laddningskonservering.

Laplaces ekvation är ett specialfall av Poissons ekvation.

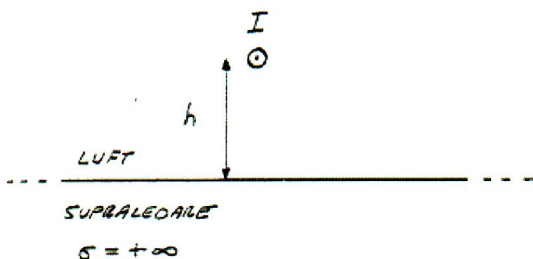
ja ? nej

ja ? nej

ja ? nej

Fråga 2

A) Problemlösningsdel



En lång rak strömförande koppartråd svävar i luft ovanför en vidsträckt supraledande plan skiva. Strömstyrkan i koppartråden är konstant och lika med I . Koppartråden har cirkulärt tvärsnitt med radien a . Densiteten för koppar är ρ_{koppar} (enhet för densitet är kg/m^3).

Tyngdaccelerationen är g .

Bestäm höjden h som koppartråden svävar på.

Ledning: Använd spegling

Förståelsedel

B) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

I grunden bygger uppgift a) på endast ett postulat.

I grunden bygger uppgift a) på två postulat.

I grunden bygger uppgift a) på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.

I grunden bygger uppgift a) på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.

I grunden bygger uppgift a) på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.

I grunden bygger uppgift a) på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.

C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Biot-Savarts lag är ett av postulaten i magnetostatiken.

Amperes lag är ett av postulaten i magnetostatiken.

Att B-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material är ett resultat av att B-fältet är källfritt

För en given strömfördelning kan Biot-Savarts lag alltid användas i magnetostatiken för att beräkna magnetfältet.

För en given strömfördelning kan Coloumbs lag aldrig användas i magnetostatiken för att beräkna magnetfältet.

Magnetfältet från en oändligt lång rak ledare fås lätt från Amperes lag genom att lägga in en godtycklig Ampereslinga och plocka ut B-fältet ur integralen.

D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Man kan välja rotationen av den magnetiska vektorpotentialen fritt.

En laddad partikel i rörelse påverkas av en kraft som är proportionell mot magnetfältet.

Varje komponent av den magnetiska vektorpotentialen uppfyller Poissons ekvation.

Det magnetiska flödet genom en yta kan beräknas som en linjeintegral av magnetfältet längs den slinga som begränsar ytan.

Den magnetiska susceptibiliteten uttrycker förhållandet mellan magnetiseringsfältet och B-fältet.

Man kan härleda Amperes lag med hjälp av att man vet att magnetfältet är källfritt

E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

En magnetisk dipol används som modell när man vill beskriva de magnetiska egenskaperna hos ett material

I ett magnetiserat material kan man ha magnetiseringsströmmar. Dessa används för att beräkna magnetfältet på samma sätt som fria strömmar i vakuum.

H-fältet spelar samma roll i magnetostatiken som polarisationsfältet P i elektrostatiken.

Permeabilitetskonstanten spelar liknande roll i magnetostatiken som dielektricitetskonstanten gör i elektrostatiken.

Permanentmagneter har ett permanent magnetiseringsfält M .

Linjeintegralen av H-fältet längs fältet i en sluten kurva är noll för en permanentmagnet.

ja ? nej

ja ? nej

ja ? nej

ja ? nej

Fråga 4

Problemlösningsdel

A) Härled formlerna för reflektionskoefficienten och transmissionskoefficienten för vinkelrätt infall mot en stor planparallell skiva

$$\frac{\bar{E}_1^-(0)}{\bar{E}_1^+(0)} = \frac{r_{12} + r_{23} e^{-2\gamma_2 d}}{1 + r_{12} r_{23} e^{-2\gamma_2 d}}, \quad \frac{\bar{E}_3^+(d)}{\bar{E}_1^+(0)} = \frac{t_{12} t_{23} e^{-\gamma_2 d}}{1 + r_{12} r_{23} e^{-2\gamma_2 d}}$$

B) Med givna materialegenskaper, bestäm vilken skivtjocklek som är bäst då skivan ska användas som en sköld mot radarupptäckt (dvs minimal reflektion)

Förståelsedel

C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

I grunden bygger uppgift a) på alla fyra av Maxwells ekvationer.

I grunden bygger uppgift a) på endast två postulat.

I grunden bygger uppgift a) bland annat på Gauss lag och på att B-fältet är källfritt.

I grunden bygger uppgift a) bland annat på Amperes lag och på att E-fältet är konservativt.

I grunden bygger uppgift a) bland annat på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten, och på Amperes lag.

I grunden bygger uppgift a) bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten, och på att B-fältet är divergensfritt.

D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Gruppshastigheten är den hastighet som en vågs energi färdas med.

För en plan våg i vakuum är fashastigheten och gruppshastigheten samma.

För en plan våg i metall är fashastigheten och gruppshastigheten samma.

För en plan våg i ett dielektrikum är fashastigheten och gruppshastigheten samma.

Våglängden för en plan våg är frekvensoberoende om gruppshastigheten skiljer sig från fashastigheten.

Poyntingvektorn uttrycker en vågs energi i en viss riktning.

E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Poyntingvektorn uttrycker en vågs intensitet och riktningen som effekten går i.

Poyntings teorem uttrycker energikonservering.

Reflektionskoefficienten för amplitud beräknas lätt om man vet vågimpedanserna i de olika materialen.

En plan våg med cirkulär polarisation reflekteras mot en metallskiva mer effektivt än vad en linjärpolariserad våg gör.

Reflektionskoefficienten för effekt vid vinkelrätt infall är detsamma som kvadraten på reflektionskoefficienten för amplituden.

Transmissionskoefficienten för effekt vid vinkelrätt infall är detsamma som kvadraten på transmissionskoefficienten för amplituden.

F) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

För plana vågor är fälten konstanta i ett plan vinkelrätt mot utbredningsriktningen.

Vågimpedansen för luft och vakuum är båda ungefär 377Ω .

Ferromagnetiska material har lägre vågimpedans än andra metaller.

Snells brytningslag säger att när man går från ett optiskt tätare medium till ett optiskt tunnare medium bryts ljuset från ytnormalen mellan materialen.

När man sitter i en roddbåt och tittar på en åra ser det ut som om åran är av precis i vattenytan. Det ljus vi studerar från delen av åran under vattnet har brutits från ytnormalen.

Fresnels ekvationer härleds genom att man använder randvillkoren för fälten i gränsskiktet mellan två material.

	ja	?	nej
I grunden bygger uppgift a) på alla fyra av Maxwells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på endast två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) bland annat på Gauss lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) bland annat på Amperes lag och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) bland annat på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten, och på Amperes lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten, och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
Gruppshastigheten är den hastighet som en vågs energi färdas med.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en plan våg i vakuum är fashastigheten och gruppshastigheten samma.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en plan våg i metall är fashastigheten och gruppshastigheten samma.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en plan våg i ett dielektrikum är fashastigheten och gruppshastigheten samma.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Våglängden för en plan våg är frekvensoberoende om gruppshastigheten skiljer sig från fashastigheten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn uttrycker en vågs energi i en viss riktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
Poyntingvektorn uttrycker en vågs intensitet och riktningen som effekten går i.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntings teorem uttrycker energikonservering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reflektionskoefficienten för amplitud beräknas lätt om man vet vågimpedanserna i de olika materialen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En plan våg med cirkulär polarisation reflekteras mot en metallskiva mer effektivt än vad en linjärpolariserad våg gör.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reflektionskoefficienten för effekt vid vinkelrätt infall är detsamma som kvadraten på reflektionskoefficienten för amplituden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Transmissionskoefficienten för effekt vid vinkelrätt infall är detsamma som kvadraten på transmissionskoefficienten för amplituden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
F) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
För plana vågor är fälten konstanta i ett plan vinkelrätt mot utbredningsriktningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen för luft och vakuum är båda ungefär 377Ω .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ferromagnetiska material har lägre vågimpedans än andra metaller.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells brytningslag säger att när man går från ett optiskt tätare medium till ett optiskt tunnare medium bryts ljuset från ytnormalen mellan materialen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
När man sitter i en roddbåt och tittar på en åra ser det ut som om åran är av precis i vattenytan. Det ljus vi studerar från delen av åran under vattnet har brutits från ytnormalen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Fresnels ekvationer härleds genom att man använder randvillkoren för fälten i gränsskiktet mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Fråga 5

Problemlösningsdel

En elektromagnetisk våg utbreder sig i vakuum. Elektriska fältstyrkan ges av

$$\vec{E} = E_0 \sin(\omega t - kx) \vec{e}_y$$

a) Ange vågens utbredningsriktning (svar räcker).

b) Bestäm magnetiska flödestätheten \vec{B} .

c) Bestäm hur stor energi som passerar ytan S på tiden Δt . Den plana ytan S är orienterad så att ytans normal pekar i vågens utbredningsriktning. Antag att tiden Δt är mycket större än

$$\text{perioden } T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

d) Antag att vi vill detektera denna våg med en halv vågsantenn.

Hur ska antennens spröt orienteras (x-led, y-led eller z-led) för att den mottagna signalen ska bli så stor som möjligt? (svar räcker)

Förståelsedel

E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

I grunden bygger problemlösningsdelen i denna uppgift på alla fyra Maxwells ekvationer.

I grunden bygger problemlösningsdelen i denna uppgift på endast två postulater.

I grunden bygger problemlösningsdelen i denna uppgift bland annat på Gauss lag och på att B-fältet är källfritt.

I grunden bygger problemlösningsdelen i denna uppgift bland annat på Amperes lag och på att E-fältet är konservativt.

I grunden bygger problemlösningsdelen i denna uppgift bland annat på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten, och på Amperes lag.

I grunden bygger problemlösningsdelen i denna uppgift bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.

F) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Om en cirkulärt polariserad plan våg i vakuum träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum i brewstervinkeln kommer den reflekterade vågen att vara linjärpolariserad.

Om en cirkulärt polariserad plan våg i vakuum träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum i brewstervinkeln kommer den reflekterade vågen att vara cirkulärpolariserad.

Om en cirkulärt polariserad plan våg i vakuum träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum i brewstervinkeln kommer den reflekterade vågen att vara elliptiskt polariserad.

De retarderade potentialerna A och V uppfyller samma vågekvation men med olika källtermer.

Det elektriska fältet uppfyller samma vågekvation som potentialerna men med annorlunda källterm.

Monokromatiska vågor innehåller bara en frekvens.

G) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Reciprocity för en antenn betyder att den har hög inimpedans.

Bandbredden hos en antenn uttrycker hur brett bandet som antennen är gjord av är.

Bandbredden hos en antenn uttrycker hur brett frekvensband som antennen är gjord för.

Antennförstärkningen för en hustaksantenn för TV-användning skall vara hög.

Strömmen är konstant längs en hertzdipolantenn.

Strömmen är konstant längs en halv vågsdipolantenn.

H) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

När en plan våg i luft infaller mot en ledande yta är E-fältet kontinuerligt över ytan.

För att kunna beräkna Poyntingvektorn behöver man endast känna E- och D-fältet.

I en elektromagnetisk våg svänger E-fältet och H-fältet vinkelrätt mot varandra.

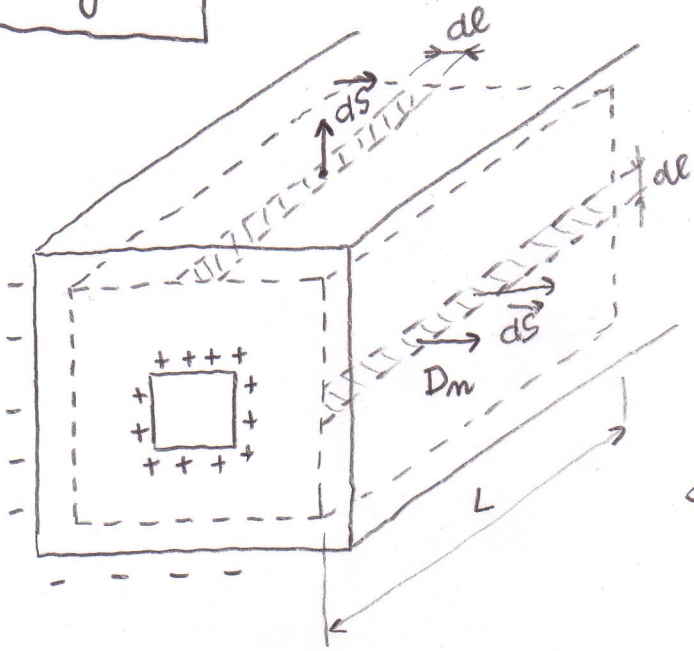
En ledare utan förluster har ledningsförmågan $\sigma = \infty$.

Om en elektromagnetisk våg utbreder sig i ett förlustfritt medium dämpas den.

Mikrovågor har lägre frekvens än synligt ljus.

	ja	?	nej
I grunden bygger problemlösningsdelen i denna uppgift på alla fyra Maxwells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningsdelen i denna uppgift på endast två postulater.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningsdelen i denna uppgift bland annat på Gauss lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningsdelen i denna uppgift bland annat på Amperes lag och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningsdelen i denna uppgift bland annat på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten, och på Amperes lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningsdelen i denna uppgift bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
F) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
Om en cirkulärt polariserad plan våg i vakuum träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum i brewstervinkeln kommer den reflekterade vågen att vara linjärpolariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om en cirkulärt polariserad plan våg i vakuum träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum i brewstervinkeln kommer den reflekterade vågen att vara cirkulärpolariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om en cirkulärt polariserad plan våg i vakuum träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum i brewstervinkeln kommer den reflekterade vågen att vara elliptiskt polariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
De retarderade potentialerna A och V uppfyller samma vågekvation men med olika källtermer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det elektriska fältet uppfyller samma vågekvation som potentialerna men med annorlunda källterm.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Monokromatiska vågor innehåller bara en frekvens.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
G) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
Reciprocity för en antenn betyder att den har hög inimpedans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Bandbredden hos en antenn uttrycker hur brett bandet som antennen är gjord av är.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Bandbredden hos en antenn uttrycker hur brett frekvensband som antennen är gjord för.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Antennförstärkningen för en hustaksantenn för TV-användning skall vara hög.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen är konstant längs en hertzdipolantenn.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen är konstant längs en halv vågsdipolantenn.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
När en plan våg i luft infaller mot en ledande yta är E-fältet kontinuerligt över ytan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att kunna beräkna Poyntingvektorn behöver man endast känna E- och D-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I en elektromagnetisk våg svänger E-fältet och H-fältet vinkelrätt mot varandra.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En ledare utan förluster har ledningsförmågan $\sigma = \infty$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om en elektromagnetisk våg utbreder sig i ett förlustfritt medium dämpas den.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Mikrovågor har lägre frekvens än synligt ljus.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Fråga 1



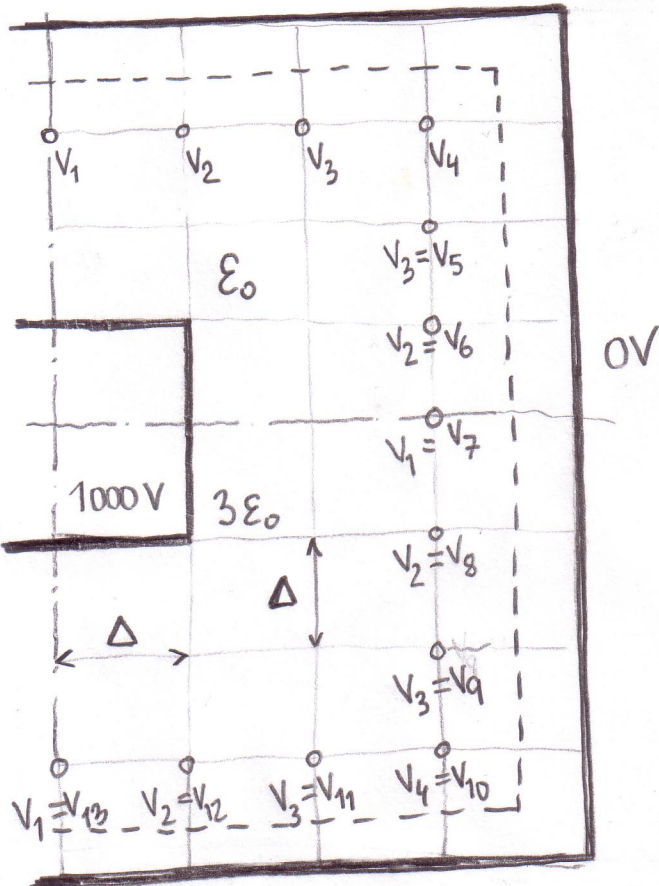
Gauss lag:

$$\oiint \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q$$

$$\oiint D_m \cdot dS = Q$$

$$dS = L \cdot dl \rightarrow \oint D_m \cdot L \, dl = Q \cdot \frac{1}{L}$$

$$\oint D_m \, dl = \frac{Q}{L} = \mathcal{Q}_e$$



$$\mathcal{Q}_e = \oint D_m \, dl \rightarrow \mathcal{Q}_e = 2 \cdot \sum_{i=1}^{13} D_{mi} \Delta_i = 2 \sum_{i=1}^7 \epsilon_0 E_{ni} \cdot \Delta_i + 2 \sum_{i=7}^{13} 3\epsilon_0 E_{mi} \cdot \Delta_i$$

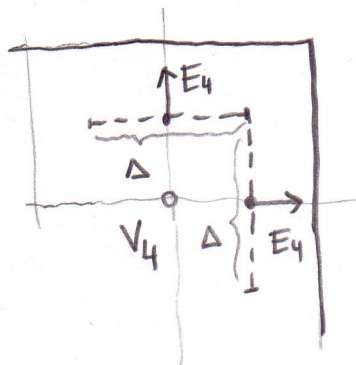
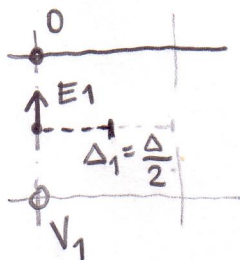
Fråga 1

$$E_{mi} = \frac{V_i - 0}{\Delta} = \frac{V_i}{\Delta}$$

$$\Delta_i = \begin{cases} \frac{\Delta}{2} & i=1, 7, 13 \\ \Delta & \text{annanstans} \end{cases}$$

kanter: $i=1$

hörna: $i=4$



$$Q_e = 2 \left[\epsilon_0 \left(\frac{V_1}{\Delta} \cdot \frac{\Delta}{2} + \frac{V_2}{\Delta} \Delta + \frac{V_3}{\Delta} \Delta + 2 \cdot \frac{V_4}{\Delta} \Delta + \frac{V_5}{\Delta} \Delta + \frac{V_6}{\Delta} \Delta + \frac{V_7}{\Delta} \cdot \frac{\Delta}{2} \right) + 3 \epsilon_0 \left(\frac{V_7}{\Delta} \cdot \frac{\Delta}{2} + \frac{V_8}{\Delta} \cdot \Delta + \frac{V_9}{\Delta} \Delta + 2 \cdot \frac{V_{10}}{\Delta} \Delta + \frac{V_{11}}{\Delta} \Delta + \frac{V_{12}}{\Delta} \Delta + \frac{V_{13}}{\Delta} \cdot \frac{\Delta}{2} \right) \right]$$

$$= 2 \left[\epsilon_0 (V_1 + 2V_2 + 2V_3 + 2V_4) + 3 \epsilon_0 (V_7 + 2V_8 + 2V_9 + 2V_{10}) \right] =$$

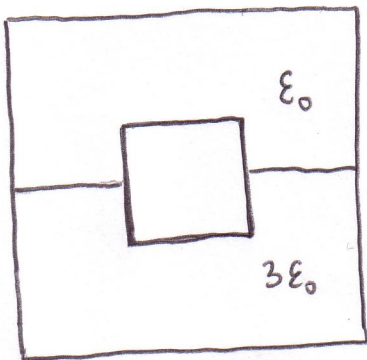
$$= 2 \cdot 4 \epsilon_0 (V_1 + 2V_2 + 2V_3 + 2V_4) = 9,215 \cdot 10^{-8} \text{ C/m}$$

$$C_e = \frac{Q_e}{\Delta V} = \frac{9,215 \cdot 10^{-8}}{1000} = 9,215 \cdot 10^{-11} = \underline{\underline{92,15 \text{ pF/m}}}$$

Fråga 1

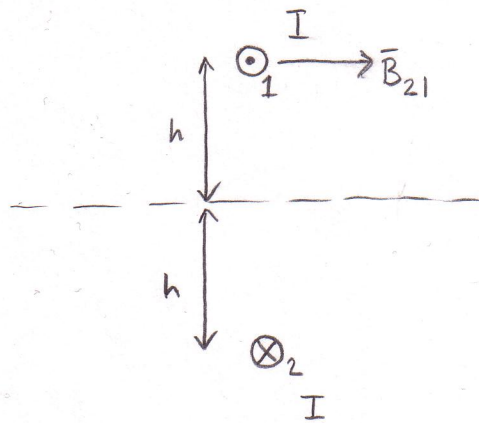
(B) om luft är överallt, då ϵ_0 är överallt och därför kapacitansen minskar.

(C) Eftersom gränsen mellan luft och dielektrikum är precis i mitten, där finns bara tangential komponent av E och ingen normal komponent av E och eftersom tangential komponent av E är kontinuerlig, då skulle bli ingen skillnad om luften var överallt.



2

Strömmen speglas i det supraledande planet:



Den magnetiska kraften på ledaren kommer riktas uppåt, ty $\vec{F}_m = \vec{I}_1 \times \vec{B}_{21}$. Om tråden svävar måste gravitationskraften och den magnetiska kraften vara i jämvikt.

$$\begin{cases} F_m = BIl = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot 2h} I l \\ F_g = mg = (\pi a^2 l \rho_{\text{koppar}}) g \end{cases}$$

$$F_m = F_g \Rightarrow \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi h} = \pi a^2 l \rho_{\text{koppar}} g$$

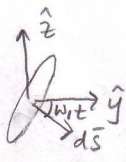
$$\Rightarrow h = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi^2 a^2 \rho_{\text{koppar}} g}$$

③

$$V_{\text{ind}} = - \frac{d\phi}{dt}$$

$$\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

a) stillastående slinga, $\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \hat{y} B_0 \sin \omega t \cdot \hat{y} \cos \alpha \cdot hw =$
 $= B_0 \sin \omega t \cos \alpha \cdot hw \Rightarrow \underline{V_{\text{ind}} = - B_0 hw \cos \omega t \cos \alpha}$

b) roterande slinga  $d\vec{S} = dS (\hat{y} \cos \omega_1 t + \hat{z} \sin \omega_1 t)$

$$\Rightarrow \phi = B_0 \sin(\omega t) \hat{y} \cdot hw (\hat{y} \cos(\omega_1 t) + \hat{z} \sin(\omega_1 t)) =$$

$$= B_0 hw \sin(\omega t) \cos(\omega_1 t)$$

$$\Rightarrow V_{\text{ind}} = - B_0 hw \frac{d}{dt} (\sin(\omega t) \cos(\omega_1 t)) =$$

$$= - B_0 hw (\omega \cos(\omega t) \cos(\omega_1 t) - \omega_1 \sin(\omega t) \sin(\omega_1 t))$$

c) $\omega = \omega_1 \Rightarrow \underline{V_{\text{ind}} = - B_0 hw (\omega \cos(\omega t) \cos(\omega t) - \omega \sin(\omega t) \sin(\omega t))} =$
 $= - B_0 hw \omega \cos(2\omega t)$

Här har vi antagit att ω och ω_1 är i fas med varandra;
 $\alpha = 0$ vid $t = 0$. Om de inte är i fas får vi b):

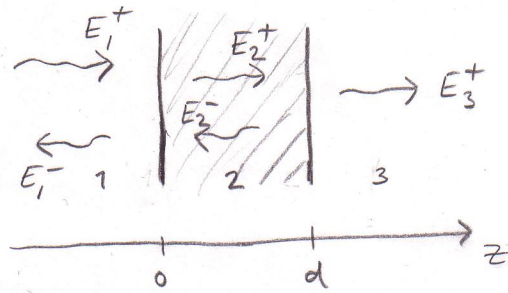
$$V_{\text{ind}} = - B_0 hw (\omega \cos(\omega t) \cos(\omega t + \alpha) - \omega \sin(\omega t) \sin(\omega t + \alpha))$$

För exempelvis vinkeln $\alpha = \frac{\pi}{2}$ kan man då få att ingen
 spänning induceras, tex om $(\omega t) = 2\pi n$.

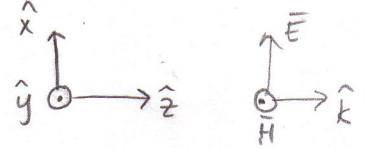
(4)

planparallell skiva

A)



Vågen utbreder sig i z-led,
E-fältets amplitud svänger
i x-led!!



Vi kan använda randvillkoren för E- och H-fältet för att få
koefficienterna.

Först skriver vi de komplexa fälten som:

$$\begin{cases} E_1(z) = E_1^+ + E_1^- = E_1^+(0) e^{-\gamma_1 z} + E_1^-(0) e^{\gamma_1 z} \\ E_2(z) = E_2^+ + E_2^- = E_2^+(0) e^{-\gamma_2 z} + E_2^-(0) e^{\gamma_2 z} \\ E_3^+(z) = E_3^+(d) e^{-\gamma_3(z-d)} \end{cases}$$

De motsvarande H-fälten blir:

$$\begin{cases} H_1(z) = \frac{E_1^+(0)}{\eta_1} e^{-\gamma_1 z} - \frac{E_1^-(0)}{\eta_1} e^{\gamma_1 z} \\ H_2(z) = \frac{E_2^+(0)}{\eta_2} e^{-\gamma_2 z} - \frac{E_2^-(0)}{\eta_2} e^{\gamma_2 z} \\ H_3^+(z) = \frac{E_3^+(d)}{\eta_3} e^{-\gamma_3(z-d)} \end{cases}$$

(teckenbytet eftersom $\bar{H} = \frac{1}{\eta} \hat{k} \times \bar{E}$, och vi har olika \hat{k} för reflekterad och inkommande/transmitterad våg)

Använd nu randvillkoren vid skiljecyrtorna $z=0$ och $z=d$, \bar{E} och \bar{H} måste vara kontinuerliga här, eftersom de är helt tangentiella båda två.

$$(1) \quad E_1^+(0) + E_1^-(0) = E_2^+(0) + E_2^-(0) \quad \leftarrow E \text{ kont. i } z=0$$

$$(2) \quad \frac{E_1^+(0)}{\eta_1} - \frac{E_1^-(0)}{\eta_1} = \frac{E_2^+(0)}{\eta_2} - \frac{E_2^-(0)}{\eta_2} \quad \leftarrow H \text{ kont i } z=0$$

$$(3) \quad E_2^+(0) e^{-\gamma_2 d} + E_2^-(0) e^{\gamma_2 d} = E_3^+(d) \quad \leftarrow E \text{ kont. i } z=d$$

$$(4) \quad \frac{E_2^+(0)}{\eta_2} e^{-\gamma_2 d} - \frac{E_2^-(0)}{\eta_2} e^{\gamma_2 d} = \frac{E_3^+(d)}{\eta_3} \quad \leftarrow H \text{ kont i } z=d$$

4, forts)

Det är ett ekv. system med 4 ekv och 4 obekanta; $E_1^+(0)$, $E_2^+(0)$, $E_2^-(0)$, $E_3^+(d)$.

Vi gör gausselimination, tex:

$$\left(\frac{1}{\eta_2}\right) \cdot (1) + (2) \Rightarrow (2'): E_1^+ \left(\frac{1}{\eta_2} + \frac{1}{\eta_1}\right) + E_1^- \left(\frac{1}{\eta_2} - \frac{1}{\eta_1}\right) = E_2^+ \left(\frac{2}{\eta_2}\right)$$

$$\left(\frac{1}{\eta_2}\right) (3) + (4) \Rightarrow (4'): E_3^+ = \frac{E_2^+ e^{-\gamma_2 d} \cdot 2}{\eta_2 \left(\frac{1}{\eta_2} + \frac{1}{\eta_3}\right)}$$

$$\text{insättning av (4') i (3)} \Rightarrow (3'): E_2^- = E_2^+ \left(\frac{2e^{-2\gamma_2 d}}{\left(1 + \frac{\eta_2}{\eta_3}\right)} - e^{-2\gamma_2 d} \right)$$

$$\text{sätt nu in (3') i (1)} \Rightarrow (1'): E_1^+ + E_1^- = E_2^+ \left(1 + \frac{2e^{-2\gamma_2 d}}{\left(1 + \frac{\eta_2}{\eta_3}\right)} - e^{-2\gamma_2 d} \right)$$

Lös ut E_2^+ ur (2') och sätt in i (1') \Rightarrow

$$(1''): E_1^+ + E_1^- = \frac{1}{2} \left(E_1^+ \left(1 + \frac{\eta_2}{\eta_1} \right) + E_1^- \left(1 - \frac{\eta_2}{\eta_1} \right) \right) \left(1 + \frac{2e^{-2\gamma_2 d}}{\left(1 + \frac{\eta_2}{\eta_3}\right)} - e^{-2\gamma_2 d} \right) =$$
$$= E_1^+ \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\eta_1 + \eta_2}{\eta_1} \right) \left(1 + e^{-2\gamma_2 d} r_{23} \right) \right) + E_1^- \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\eta_1 - \eta_2}{\eta_1} \right) \left(1 + e^{-2\gamma_2 d} r_{23} \right) \right)$$

$$\Rightarrow \frac{E_1^-}{E_1^+} = \frac{-1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\eta_1 + \eta_2}{\eta_1} \right) \left(1 + e^{-2\gamma_2 d} r_{23} \right)}{1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\eta_1 - \eta_2}{\eta_1} \right) \left(1 + e^{-2\gamma_2 d} r_{23} \right)} =$$

$$= \frac{-(2\eta_1 - (\eta_1 + \eta_2)) - (\eta_1 + \eta_2) e^{-2\gamma_2 d} r_{23}}{(2\eta_1 - (\eta_1 - \eta_2)) - (\eta_1 - \eta_2) e^{-2\gamma_2 d} r_{23}} =$$

$$= \frac{\left(\frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \right) + r_{23} e^{-2\gamma_2 d}}{1 + \left(\frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \right) r_{23} e^{-2\gamma_2 d}} = \frac{r_{12} + r_{23} e^{-2\gamma_2 d}}{1 + r_{12} r_{23} e^{-2\gamma_2 d}} \quad \text{V.S.V}$$

På liknande sätt kan man härleda $\frac{E_3^+(d)}{E_1^+(0)}$. Detta kan också

fås genom att man vet att

$$\left| \frac{E_3^+(d)}{E_1^+(0)} \right|^2 + \left| \frac{E_1^-(0)}{E_1^+(0)} \right|^2 = 1, \text{ om materialen är förlustfria; } \sigma = 0.$$

4B) Reflekterad effekt ska vara minimal.

Vi antar att "skölden" är en platta med luft på båda sidor,

$$\Rightarrow \eta_1 = \eta_3 \Rightarrow r_{12} = -r_{23} \Rightarrow r = r_{12} \frac{(1 - e^{-j2\beta d})}{(1 - r_{12}^2 e^{-j2\beta d})}$$

gäller om materialen förlustfria, dvs $\gamma = j\beta$.

Den reflekterade effekten, reflektansen R , blir $R = |r|^2$.

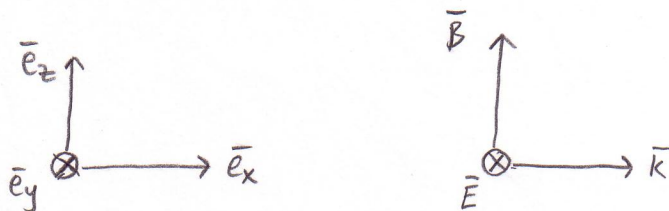
Efter en del räkning kan man då få att

$$R = \frac{a^2}{(1 - r_{12}^2)^2 + a^2}, \quad \text{där } a = 2r_{12} \sin(\beta d).$$

Reflektansen blir då minimal när $\sin(\beta d) = 0 \Rightarrow \beta d = \pi n$,
n heltal

$$\Rightarrow d = \frac{\pi n}{(2\pi/\lambda)} = \underline{\underline{n \frac{\lambda}{2}}}$$

5



$$H = \frac{E}{\eta}, \quad \eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}, \quad B = \mu H \Rightarrow B = \sqrt{\mu \epsilon} E = \frac{E}{c}$$

a) utbredning i positiv x-led

b) $\bar{B} = \frac{E_0}{c} \sin(\omega t - kx) \bar{e}_z$

c) Poyntingvektorn \bar{P}_s ger energiflödet per areaenhet.

$$\bar{P}_s = \bar{E} \times \bar{H} = \frac{1}{\mu_0} E \cdot B \cdot \bar{e}_x = \frac{1}{\mu_0} \frac{E_0^2}{c} \sin^2(\omega t - kx) \bar{e}_x$$

Tidsmedelvärdet av $\sin^2(\omega t - kx)$ är $\frac{1}{2}$.

$$\Rightarrow \text{Energien} = \frac{1}{\mu_0} \frac{E_0^2}{c} \frac{1}{2} S \Delta t = \frac{E_0^2 S \Delta t}{2 \mu_0 c}$$

d) y-led

E-fältet svänger ju i y-led.