

**Fält 31. Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2.
EEF031 onsdagen den 30 mars 2005 kl. 14:00-18:00.**

Tillåtna hjälpmedel: BETA, Physics Handbook, Formelsamling i elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen för elektromagnetisk fältteori.
Förfrågningar: Andreas Fhager, Tel. 772 1723.
Lösningar: Anslås på kursens hemsida efter tentamenstidens slut.
Resultat: Anslås på kursens hemsida senast den 20:e april.
Granskning: Sker på plats och tid enligt resultatlistan.
Betyg: Sänds till betygsexpeditionen senast den 27:e april.
Kom ihåg: Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som lämnas in. Flervalsfrågorna besvaras med att markera en av rutorna på tesen efter varje påstående. En och endast en ruta på varje rad skall markeras.

De tre svarsalternativen (från vänster till höger) är *Rätt, Vet ej, Fel*. Riktigt svar på ett påstående ger +0.2 poäng. Oriktigt svar ger -0.2 poäng. Vet ej är neutralt och ger 0 poäng.

Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng. Man kan därför få 1 poäng även med ett vet ej svar.

Namn:.....

Email:.....

Personnummer:.....

Lycka till!

Problemlösningsdel (8 poäng)

A) En sfäriskt symmetrisk laddningsfördelning har värdena

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{r}, \text{ för } a < r < 2a$$

$$\rho(r) = 0, \text{ för övrigt.}$$

Beräkna potentialen $V(r)$ som denna laddningsfördelning ger upphov till, (4 poäng). Beräkna även systemets elektrostatiska energi, (4 poäng).

Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift B, C, D och E)

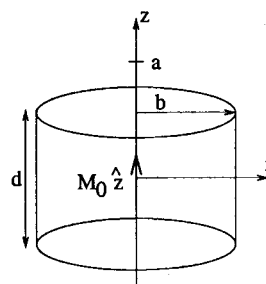
B) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i uppgift A är riktiga?	Rätt	?	Fel
Den fysikaliska grunden beskrivs av ett postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden beskrivs av två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att källan till E-fältet är laddningstätheten/ ϵ_0 och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att rotationen av B-fältet är lika med strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Gauss lag på differentialform och Gauss lag på integralform uttrycker samma saker.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd från en ändligt lång linjeladdning avtar fältet som $1/R^2$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På litet avstånd från en ändligt lång linjeladdning avtar fältet som $1/R^2$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd utanför en sfärisk rymdladdning avtar fältet som $1/R^2$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På litet avstånd utanför en sfärisk rymdladdning avtar fältet som $1/R^2$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Enheten för det elektriska fältet är V/m^2 , (volt/meter ²).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Källan till det elektrostatiska fältet är laddningar i rörelse.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det elektrostatiska fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Eftersom det elektrostatiska fältet är rotationsfritt kan en potential definieras.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Antagande om approximativ potentialfördelning ger en för låg resistans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Antagande om approximativ strömfördelning ger en för hög resistans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan inte definiera kapacitans för en enskild ledare.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Fältet utanför en oladdad ihålig metallsfär med en punktladdning i håligheten beror på punktladdningens placering i håligheten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Fältet utanför en laddad ihålig metallsfär är samma som det från en ensam punktladdning placerad i platsen för centrum på sfären.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektriska susceptibiliteten, χ_e , relateras till den relativa permittiviteten, ϵ_r , som $\epsilon_r = 1 - \chi_e$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Källan till förskjutningsfältet är laddningstätheten hos de fria laddningarna plus polarisationsladdningarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Dielektriska egenskaper modelleras med dipolmoment.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Inuti en perfekt ledare är det statiska E-fältet noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2

Problemlösningsdel (8 poäng)

A) En cylindrisk permanentmagnet har konstant magnetisering $\mathbf{M} = M_0 \hat{z}$ enligt figur. Beräkna magnetiseringsströmtätheten och ytmagnetiseringsströmtätheten, (4 poäng).

B) Beräkna även magnetfältet i en punkt $z=a$, $r=0$ ovanför magneten, dvs i punkten $z = a$ sådan att $a > d/2$, (4 poäng).



Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift B, C, D och E)

B) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i uppgift A är riktiga?

	Rätt	?	Fel
Den fysikaliska grunden beskrivs av ett postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden beskrivs av två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att källan till E-fältet är laddningstätheten/ ϵ_0 och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att rotationen av B-fältet är lika med strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	Rätt	?	Fel
Vid spegling av strömmar kan man i vissa fall spegla i isolerande ytor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vid spegling av positiv punktladdning i ett ledande jordplan är spegelladdningen negativ.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Speglingsmetoden kan användas för att lösa Poissons ekvation i godtyckliga geometrier för godtyckliga laddningsfördelningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ även om vi har tidsvarierande laddningsfördelningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Från $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ kan Kirchoffs spänningslag härledas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ är en konsekvens av att laddningen är bevarad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	Rätt	?	Fel
En laddad partikel som rör sig i ett tidskonstant magnetfält accelereras.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En laddad partikel som rör sig i ett tidskonstant magnetfält ökar sin hastighet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältet spelar samma roll i magnetostatiken som D-fältet i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Permanentmagneter har ett permanent magnetiseringsfält \mathbf{M} .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lorentzkraften beror bara på det elektriska fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ytintegralen av B-fältet över en sluten yta är alltid noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	Rätt	?	Fel
Paramagnetiska material har permeabilitetskonstanten $\mu_r \gg 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ferromagnetiska material har permeabilitetskonstanten $\mu_r \ll 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En bra permanentmagnet ska ha en smal hystereskurva.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältets normalkomponent är aldrig kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

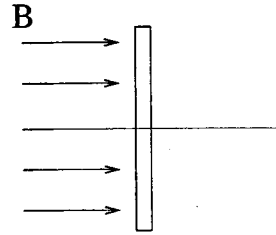
Problemlösningsdel (8 poäng)

En tunn cirkulär metallskiva ligger med sin rotationsymmetriaxel längs ett i rummet konstant magnetfält som varierar sinusformigt i tiden.

A) Använd formeln $V_{ind} = -\frac{d\phi}{dt}$ för att beräkna den inducerade virvelströmtätheten $\mathbf{J}(r, t)$ under antagandet att magnetfältet från de inducerade strömmarna kan försummas. (4 poäng)

B) Beräkna det magnetfält som dessa virvelströmmar ger upphov till i skivans centrum. (2 poäng)

C) Visa när antagandet i A) är rimligt och diskutera, utan att räkna i detalj, hur man generaliserar lösningen på problemet genom att ta med virvelströmmarna i beräkningen. (2 poäng)



Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift C, D, E och F)

B) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i uppgift A är riktiga?

	Rätt	?	Fel
Den fysikaliska grunden beskrivs av två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden beskrivs av fyra postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Faradays lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	Rätt	?	Fel
Begreppet retarderade potentialer härrör sig från att inget kan färdas snabbare än ljuset.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältet är källfritt även i elektromagnetismen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Faradays lag är en av Maxwells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Biot-Savarts lag är en av Maxwells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Förskjutningsströmmen är lika med tidsderivatan av D-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E-fältet är rotationsfritt i induktionsproblem.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	Rätt	?	Fel
Enligt Lentz lag förstärker inducerade strömmar det ursprungliga magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En spoles självinduktans beror på strömmen i spolen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
De konstitutiva ekvationerna beskriver materialegenskaper.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Induktion är en mekanism där tex en krets försöker förstärka flödesändringar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om man pratar om en spoles induktans menar man dess självinduktans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om man pratar om en spoles induktans menar man dess ömsesidiga induktans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	Rätt	?	Fel
$j\omega$ -metoden för fältberäkningar fungerar bara för harmoniskt varierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Tidsderivata i Maxwells ekvationer övergår i $j\omega$ -metoden till division med $j\omega$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Tidsderivata i Maxwells ekv. övergår i $j\omega$ -metoden till multiplikation med $j\omega$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett komplext uttryck på E-fältet kan ej innehålla ett tidsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen för luft är omkring 377 ohm.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ferromagnetiska material har lägre vågimpedans än andra material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Problemlösningsdel (8 poäng)

En cirkulärt polariserad våg i vakuum träffar en plan gränsyta till ett förlustfritt dielektrikum med dielektricitetskonstanten $\epsilon_r = 3,63$ under Brewstervinkel. Beräkna tidsmedelvärdet av Poyntingvektorn hos infallande, reflekterad och transmitterad våg, om den infallande vågens E-fält ges av följande uttryck:

$$\mathbf{E}_i = \hat{x}E_0 \cos(\omega t - \beta z) + \hat{y}E_0 \sin(\omega t - \beta z), \text{ där } E_0 = 100\text{V/m}$$

Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift B, C, D och E)

B) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i uppgift A är riktiga?	Rätt	?	Fel
Den fysikaliska grunden beskrivs av två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden beskrivs av fyra postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Randvillkoret för E-fältets tangentialkomponent förändras då man går från elektrostatik till elektromagnetism.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för B-fältets normalkomponent förändras då man går från elektrostatik till elektromagnetism.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för H-fältets tangentialkomponent förändras då man går från elektrostatik till elektromagnetism.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för D-fältets normalkomponent förändras då man går från elektrostatik till elektromagnetism.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen ger upphov till E-fält som härrör sig från tidsvarierande strömmar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den skalära potentialen ger upphov till E-fält som orsakas av laddningsseparation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Snells lag gäller endast i gränssytor där permeabiliteten är samma på båda sidorna, dvs $\mu_1 = \mu_2$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells reflektionslag säger att infallsvinkeln är samma som reflektionsvinkeln.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn på ytan av en lång rak ledare som för en ström är riktad i strömmens riktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn på ytan av en lång rak ledare som för en ström är riktad radiellt in mot ledarens centrum.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ljushastigheten i ett medium bestäms av permeabiliteten och konduktiviteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För plana vågor ärfälten konstanta vinkelrätt mot utbredningsriktningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
En Hertzdipol är en halv våglängd lång.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen i antennen varierar längs med en Hertzdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen hos en halvvågsantenn är oberoende av strålningseffekten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen ökar med längden i kvadrat för alla dipolantenn.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En halvvågsantenn är ekvivalent med en kvartsvågsantenn över ett ledande plan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen är konstant längs en kvartsvågsantenn.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Problemlösningssedel (8 poäng)

A) En kort centermatad sprötdipol med längden L , belägen i origo, används i en kommunikationsapplikation. Strömmen i antennen kan approximeras med uttrycket

$$i(z, t) = I_0 \left(1 - 2 \frac{|z|}{L}\right) \cos \omega t \quad \text{för } \frac{-L}{2} \leq z \leq \frac{L}{2}.$$

Beräkna linjeladdningstätheten på antennen.

Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift B, C, D och E)

B) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i uppgift A är riktiga?	Rätt	?	Fel
Den fysikaliska grunden beskrivs av två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden beskrivs av fyra postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Faradays lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Poyntingvektorn uttrycker en vågs energi i en viss riktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn uttrycker en vågs intensitet och i vågens utbredningsriktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntings teorem uttrycker energikonservering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En vågs energi färdas med gruppshastigheten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reflektionskoefficienten för effekt vid vinkelrätt infall är det samma som kvadraten på reflektionskoefficienten för amplituden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Transmissionskoefficienten för effekt vid vinkelrätt infall är det samma som kvadraten på transmissionskoefficienten för amplituden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
En monokromatisk våg innehåller endast en frekvenskomponent.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En cirkulär polariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir elliptiskt polariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir cirkulärpolariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir linjärpolariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion ger upphov till evanescenta vågor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En evanescent våg uppfyller vågekvationen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Fresnels ekvationer härleds från Snells brytningslag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I Snells lag måste man ta hänsyn till vågens polarisering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells lag kan härledas om man antar att ljuset alltid går snabbaste vägen mellan två punkter.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En optisk fiber bygger på totalreflektion.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion sker vid Brewstervinkeln.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion är möjlig då ljusstrålen försöker gå från ett optiskt tunnare till ett optiskt tätare material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

① Sfärisk geometri. Gausslag med $E = E(r) \hat{r}$ ger

$$2a < r < \infty : \quad 4\pi r^2 E(r) = \frac{1}{\epsilon_0} \int_a^{2a} \frac{\rho_0}{r'} 4\pi r'^2 dr' = \frac{6\pi \rho_0 a^2}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{3 a^2 \rho_0}{2 r^2 \epsilon_0} \Rightarrow V(r) = \int_r^{\infty} E(r') dr'$$

$$V(r) = \frac{3 \rho_0 a^2}{2 \epsilon_0} \frac{1}{r} \Rightarrow V(2a) = \frac{3 \rho_0}{4 \epsilon_0} a$$

$$a < r < 2a \quad 4\pi r^2 E(r) = \frac{1}{\epsilon_0} \int_a^r \frac{\rho_0}{r'} 4\pi r'^2 dr' = \frac{2\pi \rho_0}{\epsilon_0} (r^2 - a^2)$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{\rho_0}{2 \epsilon_0} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \Rightarrow$$

$$V(r) = \int_r^{2a} E(r') dr' + V(2a) = \frac{\rho_0}{2 \epsilon_0} \left(\frac{8a}{2} - r - \frac{a^2}{r} \right)$$

$$\Rightarrow V(a) = \frac{\rho_0 a}{\epsilon_0}$$

$$0 < r < a$$

$$4\pi r^2 E(r) = 0 \Rightarrow E(r) = 0$$

$$V(r) = V(a) = \frac{\rho_0 a}{\epsilon_0}$$

$$W_e = \frac{1}{2} \int_V \rho(r) V(r) dV = \frac{1}{2} \int_a^{2a} \frac{\rho_0}{r'} \frac{\rho_0}{2 \epsilon_0} \left(\frac{8a}{2} - r' - \frac{a^2}{r'} \right) 4\pi r'^2 dr' =$$

$$= \frac{\rho_0^2 \pi}{\epsilon_0} \frac{8a^3}{3}$$

2)

Magnetiseringsströmmar:

Magnetiseringsströmstäthet:

$$\mathbf{J}_{mv} = \nabla \times \mathbf{M} = \nabla \times (M_0 \hat{\mathbf{z}}) = \mathbf{0}$$

Yt magnetiseringsströmstäthet:

$$\mathbf{J}_{ms} = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}} = M_0 \hat{\mathbf{z}} \times \begin{cases} +\hat{\mathbf{z}} & \text{på toppen} \\ \hat{\mathbf{r}} & \text{på mantelytan} \\ -\hat{\mathbf{z}} & \text{på botten} \end{cases} = \begin{cases} \mathbf{0} \\ M_0 \hat{\boldsymbol{\phi}} \\ \mathbf{0} \end{cases}$$

B-fältet lös som:

$$\mathbf{B}(\mathbf{R}_2) = \int_{S_{\text{mantel}}} \frac{\mu_0 \mathbf{J}_{ms}(\mathbf{R}_1) \times \mathbf{R}_{12}}{4\pi R_{12}^3} dS,$$

$$\mathbf{R}_1 = b\hat{\mathbf{r}} + z_1\hat{\mathbf{z}} \quad (\text{källpt})$$

$$\mathbf{R}_2 = a\hat{\mathbf{z}} \quad (\text{fältpt})$$

$$\mathbf{R}_{12} = \mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1 = -b\hat{\mathbf{r}} + (a - z_1)\hat{\mathbf{z}}$$

$$R_{12} = \sqrt{b^2 + (a - z_1)^2}$$

$$\mathbf{J}_{ms} \times \mathbf{R}_{12} = M_0 \hat{\boldsymbol{\phi}} \times (-b\hat{\mathbf{r}} + (a - z_1)\hat{\mathbf{z}}) = M_0 (b\hat{\mathbf{z}} + (a - z_1)\hat{\mathbf{r}})$$

Pga symmetri ser vi att $\mathbf{B}(\mathbf{R}_2) = B_z(\mathbf{R}_2)\hat{\mathbf{z}}$

$$B_z (R_2 = a\hat{z}) = \int_{z_1 = -d/2}^{d/2} \frac{\mu_0 M_0 b \hat{z}}{4\pi (b^2 + (a - z_1)^2)^{3/2}} 2\pi b dz_1 =$$

$$= \frac{\mu_0 b^2 M_0 \hat{z}}{2} \int_{z_1 = -d/2}^{d/2} \frac{dz_1}{(b^2 + (a - z_1)^2)^{3/2}} = \left\{ a - z_1 = z' \Rightarrow \frac{dz'}{dz_1} = -1 \right\}$$

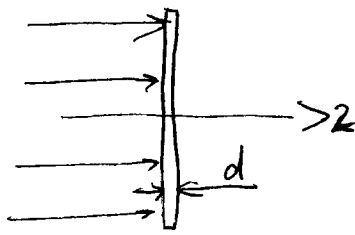
$$= \frac{\mu_0 b^2 M_0 \hat{z}}{2} \int_{a+d/2}^{a-d/2} \frac{-dz'}{(b^2 + (z')^2)^{3/2}} = \frac{-\mu_0 b^2 M_0 \hat{z}}{2} \left[\frac{z'}{b^2 \sqrt{z'^2 + b^2}} \right]_{a+d/2}^{a-d/2}$$

$$= -\frac{\mu_0 b^2 M_0 \hat{z}}{2} \left[\frac{a-d/2}{b^2 \sqrt{(a-d/2)^2 + b^2}} - \frac{a+d/2}{b^2 \sqrt{(a+d/2)^2 + b^2}} \right] =$$

$$= \frac{\mu_0 M_0 \hat{z}}{2} \left[\frac{a+d/2}{\sqrt{(a+d/2)^2 + b^2}} - \frac{a-d/2}{\sqrt{(a-d/2)^2 + b^2}} \right]$$

3

$$B = B_0 \cos \omega t \hat{z}$$



Antag skivan har homogen ledningsförmåga σ

A) Inducerad spänning $V_{ind} = - \frac{d\phi}{dt}$

Komplex notation och symmetri ger

$$2\pi r \bar{E}_\varphi = -j\omega \pi r^2 B_0$$

$$\bar{J}_\varphi = \sigma \bar{E}_\varphi(r) = -j\omega \sigma B_0 \frac{r}{2}$$

$$J = J_\varphi \hat{\varphi} = \hat{\varphi} \operatorname{Re}\{e^{j\omega t} \bar{J}_\varphi\} = \omega \sigma B_0 \frac{r}{2} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \hat{\varphi}$$

B)

Använder cirkulära strömvor för att integrera upp fältet i skivans centrum.

$$d\bar{B}_{\text{vinkel}} = \frac{\mu_0 di}{2r} = \hat{z} \frac{\mu_0}{2r} J_\varphi \cdot d \cdot dr$$

$$\bar{B}_{\text{vinkel}} = \int_{r=0}^a d\bar{B}_{\text{vinkel}} = -\hat{z} j\omega \mu_0 \sigma B_0 \frac{a}{4}$$

$$B_{\text{vinkel}} = \operatorname{Re}\{e^{j\omega t} \bar{B}_{\text{vinkel}}\} = \hat{z} \frac{\omega \mu_0 \sigma da}{4} B_0 \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

C) Antagandet i A) borde vara riktigt om

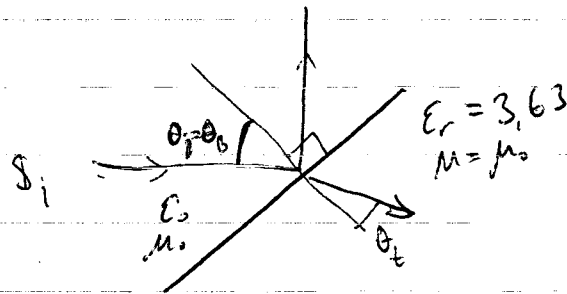
$$\frac{\omega \mu_0 \sigma da}{4} \ll 1 \quad \text{i uttrycket för magnetfältet}$$

från de inducerade virvelströmmen

Är inte detta uppfyllt måste man räkna

$$V_{ind} = - \frac{d\phi}{dt}^{\text{ytre}} - \frac{d\phi}{dt}^{\text{virvel}}$$

4



$$\vec{E}_i = \hat{x} E_0 \cos(\omega t - \beta z) + \hat{y} E_0 \sin(\omega t - \beta z) \quad \text{där } E_0 = 100 \text{ V/m}$$

$$\tan \theta_0 = \sqrt{3.63} \Rightarrow \sin \theta_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{3.63}}} = \frac{\sqrt{3.63}}{\sqrt{4.63}}$$

$$\cos \theta_0 = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_0} = \frac{10}{\sqrt{4.63}}$$

Snells lag ge

$$\sin \theta_0 = \sqrt{3.63} \sin \theta_t \Rightarrow \sin \theta_t = \frac{10}{\sqrt{4.63}}; \quad \cos \theta_t = \sqrt{\frac{3.63}{4.63}}$$

Reflektions och transmissionskoeff.

$$\left(\frac{E_{r0}}{E_{i0}} \right)_{\perp} = \frac{\frac{1}{2} z_0 \cos \theta_0 - \frac{\sqrt{3.63}}{z_0} \cos \theta_t}{\frac{1}{2} z_0 \cos \theta_0 + \frac{\sqrt{3.63}}{z_0} \cos \theta_t} = \frac{10 - \sqrt{3.63} \sqrt{3.63}}{10 + \sqrt{3.63} \sqrt{3.63}} = -0.5680$$

$$\left(\frac{E_{r0}}{E_{i0}} \right)_{\parallel} = 0$$

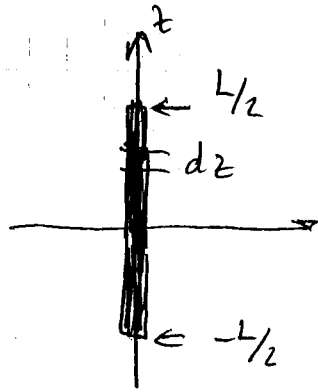
$$\left(\frac{E_{t0}}{E_{i0}} \right)_{\perp} = \frac{2/z_0 \cos \theta_0}{(1/2 z_0) \cos \theta_0 + \frac{\sqrt{3.63}}{z_0} \cos \theta_t} = \frac{2 \cdot 10}{10 + \sqrt{3.63} \cdot \sqrt{3.63}} = 0.4320$$

$$\left(\frac{E_{t0}}{E_{i0}} \right)_{\parallel} = \frac{2 \cdot z_0 / \sqrt{3.63} \cos \theta_0}{z_0 \cos \theta_0 + z_0 / \sqrt{3.63} \cos \theta_t} = \frac{20 / \sqrt{3.63}}{10 + \sqrt{3.63} / \sqrt{3.63}} = 0.5249$$

$$S_{i, \text{med}} = 2 \frac{E_0^2}{2 z_0} = 26.5 \text{ W/m}^2 \quad S_{r, \text{med}} = \frac{E_0^2}{2 z_0} (-0.5680)^2 = 4.28 \text{ W/m}^2$$

$$S_{t, \text{med}} = \frac{E_0^2}{2 (z_0 / \sqrt{3.63})} \cdot (0.4320^2 + 0.5249^2) = 11.7 \text{ W/m}^2$$

(5)



$$i(z,t) = I_0 \left(1 - \frac{2|z|}{L}\right) \cos \omega t$$

$$\text{for } -\frac{L}{2} \leq z \leq \frac{L}{2}$$

Kontinuitätsgleichungen ger

$$i(z+dz, t) - i(z, t) = -\frac{\partial \rho_e}{\partial t} dz$$

$$\Rightarrow \frac{\partial i(z, t)}{\partial z} = -\frac{\partial \rho_e}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial \rho_e}{\partial t} = -\frac{I_0 2}{L} \cos \omega t & z > 0 \\ \frac{\partial \rho_e}{\partial t} = -\frac{I_0 2}{L} \cos \omega t & z < 0 \end{cases}$$

Integriera map t för all z från ρ_e

$$\rho_e = \int_0^t \frac{I_0 2}{L} \cos(\omega t') dt' = \frac{2I_0}{L\omega} \sin(\omega t) \quad z > 0$$

$$\rho_e = \int_0^t -\frac{2I_0}{L} \cos(\omega t') dt' = -\frac{2I_0}{L\omega} \sin(\omega t) \quad z < 0$$