

**Fält 30. Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2.  
EEF031 tisdagen den 14 december 2004 kl. 8:30-12:30.**

- Tillåtna hjälpmedel:** BETA, Physics Handbook, Formelsamling i elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen för elektromagnetisk fältteori.  
**Förfrågningar:** Andreas Fhager, Tel. 772 1723.  
**Lösningar:** Anslås på kursens hemsida efter tentamenstidens slut.  
**Resultat:** Anslås på kursens hemsida senast den 13:e januari.  
**Granskning:** Sker på plats och tid enligt resultatlistan.  
**Betyg:** Sänds till betygsexpeditionen senast den 17:e januari.  
**Kom ihåg:** Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som lämnas in. Flervalsfrågorna besvaras med att markera en av rutorna på tesen efter varje påstående. En och endast en ruta på varje rad skall markeras.

De tre svarsalternativen (från vänster till höger) är *Rätt*, *Vet ej*, *Fel*. Riktigt svar på ett påstående ger +0.2 poäng. Oriktigt svar ger -0.2 poäng. Vet ej är neutralt och ger 0 poäng.

Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng. Man kan därför få 1 poäng även med ett vet ej svar.

---

Namn:.....

Email:.....  
(Som används som login för inlämningsuppgifterna)

Personnummer:.....

---

Lycka till!

# 1

## Problemlösningsdel (8 poäng)

A) En koaxialkabel, vars innerledare har radien  $a$  och ytterledare har innerradien  $b$ , är för  $a < r < b$  fylld med ett oledande dielektrikum med relativa permittiviteten

$$\epsilon(r) = \frac{1}{1 + r/b}.$$

Bestäm koaxialkabelns kapacitans per längdenhet.

## Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift B, C, D och E)

**B) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i uppgift A är riktiga?** **Rätt ? Fel**

- |   |                          |                          |                          |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Den fysikaliska grunden beskrivs av ett postulat.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den fysikaliska grunden beskrivs av två postulat.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den fysikaliska grunden baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den fysikaliska grunden baseras på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den fysikaliska grunden baseras på att källan till E-fältet är laddningstätheten/ $\epsilon_0$ och på att E-fältet är konservativt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den fysikaliska grunden baseras på att rotationen av B-fältet är lika med strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?** **Rätt ? Fel**

- |  |                          |                          |                          |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Gauss lag på differentialform och Gauss lag på integralform uttrycker samma saker. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| På stort avstånd från en ändligt lång linjeladdning avtar fältet som $1/R^2$ .     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| På litet avstånd från en ändligt lång linjeladdning avtar fältet som $1/R^2$ .     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| På stort avstånd utanför en sfärisk rymdladdning avtar fältet som $1/R^2$ .        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| På litet avstånd utanför en sfärisk rymdladdning avtar fältet som $1/R^2$ .        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Enheten för det elektriska fältet är $V/m$ , (volt/meter).                         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?** **Rätt ? Fel**

- |  |                          |                          |                          |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Det elektrostatiska fältet är källfritt.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Det elektrostatiska fältet är konservativt.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Eftersom det elektrostatiska fältet är rotationsfritt kan en potential definieras. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Antagande om approximativ potentialfördelning ger en för hög resistans.            | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Antagande om approximativ strömfördelning ger för låg resistans.                   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Man kan inte definiera kapacitans för en enskild ledare.                           | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

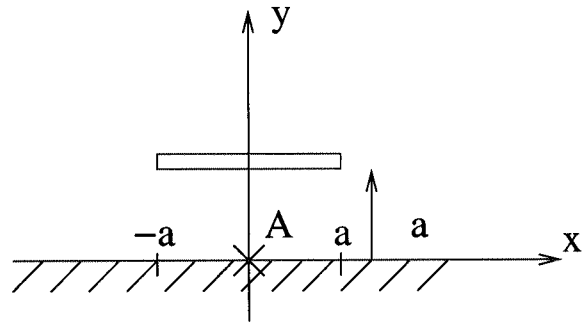
**E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?** **Rätt ? Fel**

- |   |                          |                          |                          |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Fältet utanför en oladdad ihålig metallsfär med en punktladdning i håligheten beror på punktladdningens placering i håligheten.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Fältet utanför en laddad ihålig metallsfär är samma som det från en ensam punktladdning placerad i platsen för centrum på sfären. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Lösning av Laplaces ekvation ger upphov till retarderade potentialer.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Källan till förskjutningsfältet är laddningstätheten hos de fria laddningarna.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Dielektriska egenskaper modelleras med elektriska monopoler.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Kirchoffs strömlag bygger på laddningskonservering.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

## 2

### Problemlösningsdel (8 poäng)

A) En likströmsledare utgörs av ett rakt, långt, platt, tunt metallband som leder strömmen  $I$ . Bandets bredd är  $2a$  och det befinner sig på höjden  $a$  ovanför ett mycket stort oledande plan med den relativa permeabiliteten  $\mu_r = 1$ . Beräkna B-fältet till storlek och riktning i en punkt A mitt under metallbandet, precis ovanför planet.



### Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift B, C, D och E)

<b>B) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i uppgift A är riktiga?</b>	<b>Rätt</b>	<b>?</b>	<b>Fel</b>
Den fysikaliska grunden beskrivs av ett postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden beskrivs av två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att källan till E-fältet är laddningstätheten/ $\epsilon_0$ och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att rotationen av B-fältet är lika med strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>Rätt</b>	<b>?</b>	<b>Fel</b>
En magnetisk dipol används som modell för magnetiska egenskaper.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Rotationen av den magnetiska vektorpotentialen kan väljas fritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Järn är ett exempel på ett diamagnetiskt material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältet från en magnetisk dipol avtar som $1/R^2$ på stort avstånd från dipolen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Fältet från magnetiseringsströmmar kan alltid beräknas med Biot-Savarts lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Fältet från magnetiseringsströmmar kan ibland beräknas med Amperes lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>Rätt</b>	<b>?</b>	<b>Fel</b>
En laddad partikel som rör sig i ett tidskonstant magnetfält accelereras.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En laddad partikel som rör sig i ett tidskonstant magnetfält ökar sin hastighet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältet spelar samma roll i magnetostatiken som E-fältet i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En magnetisk dipol används som modell för att beskriva magnetiska egenskaper.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lorentzkraften beror bara på magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ytintegralen av B-fältet över en sluten yta är alltid noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>Rätt</b>	<b>?</b>	<b>Fel</b>
Linjeintegralen av H-fältet längs en sluten kurva är noll för en permanentmagnet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En bra permanentmagnet ska ha en smal hystereskurva.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En hystereskurva är ett exempel på ett icke-linjärt samband mellan B- och H-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältets tangentialkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### 3

#### Problemlösningsdel (8 poäng)

A) En sinusformad våg har det komplexa **E**-fältet

$$\vec{E} = (12\hat{x} + 9\hat{y})e^{-j(3x-4y)}e^{-(3x-4y)}V/m.$$

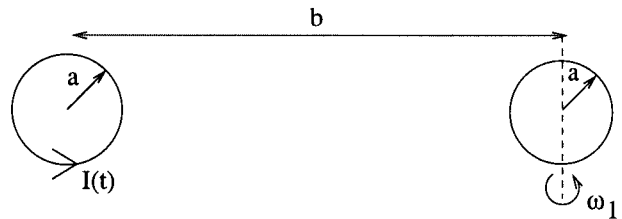
Åt vilket håll utbreder sig vågen? (2 poäng) Är det en plan våg? Motivera ditt svar. (2 poäng) Bestäm tillhörande komplexa **H**-fält. (4 poäng)

#### Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift B, C, D och E)

<b>B) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i uppgift A är riktiga?</b>	<b>Rätt</b>	<b>?</b>	<b>Fel</b>
Den fysikaliska grunden beskrivs av två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden beskrivs av fyra postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Faradays lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>Rätt</b>	<b>?</b>	<b>Fel</b>
Amperes lag kan förenklas något i magnetostatiken jämfört med elektromagnetismen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältet är källfritt även i elektromagnetismen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Faradays lag är en av Maxwells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lentz lag är en av Maxwells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Förskjutningsströmmen är lika med tidsderivatan av E-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E-fältet är rotationsfritt i induktionsproblem.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>Rätt</b>	<b>?</b>	<b>Fel</b>
Enligt Lentz lag förstärker inducerade strömmar det ursprungliga magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En spoles självinduktans beror på strömmen i spolen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Neumans formel säger att den ömsesidiga induktansen mellan spole 1 och 2, $L_{12}$ , är samma som mellan spole 2 och 1, $L_{21}$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Induktion är en mekanism där tex en krets försöker förstärka flödesändringar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om man pratar om en spoles induktans menar man dess självinduktans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om man pratar om en spoles induktans menar man dess ömsesidiga induktans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>Rätt</b>	<b>?</b>	<b>Fel</b>
Om gruppshastigheten är lika med fashastigheten är materialet dispersionsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vakuüm är dispersionsfritt, dvs fashastigheten = gruppshastigheten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett medium är icke dispersivt om $\beta$ är direkt proportionell mot $\omega$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen är förhållandet mellan amplituderna hos E- och H-fältet hos en plan våg.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen för vakuum är omkring 373 ohm.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ferromagnetiska material har högre vågimpedans än paramagnetiska material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### Problemlösningsdel (8 poäng)

A) Två cirkulära slingor ligger enligt figuren. I den ena slingan, som ligger still går en ström,  $I = I_0 \sin \omega_0 t$ . Den andra slingan har resistansen  $R$  och roterar runt axeln enligt figuren med vinkelhastigheten  $\omega_1$ . Beräkna den inducerade strömmen i den roterande slingan. Antag att slingornas radie är mycket mindre än avståndet emellan dem, dvs  $a \ll b$ . Antag även att självinduktansen i den roterande slingan kan försummas och att våglängden är mycket större än  $b$ .



### Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift B, C, D och E)

<b>B) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i uppgift A är riktiga?</b>	<b>Rätt</b>	<b>?</b>	<b>Fel</b>
Den fysikaliska grunden beskrivs av två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden beskrivs av fyra postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Faradays lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>Rätt</b>	<b>?</b>	<b>Fel</b>
Den retarderade potentialen kommer från lösning av vågekvationen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den retarderade potentialen beskriver hur ljushastigheten avtar med avståndet från källan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågekvationen för vektorpotentialen $\mathbf{A}$ kan härledas från Maxwells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen väljer man oftast $\nabla \cdot \mathbf{A}$ till samma som i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man får välja $\nabla \cdot \mathbf{A}$ som man vill.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells reflektionslag säger att reflektionsvinkeln är samma som infallsvinkeln.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>Rätt</b>	<b>?</b>	<b>Fel</b>
Ljushastigheten i ett medium bestäms av permeabiliteten och permittiviteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ljushastigheten beror inte på konduktiviteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En plan våg har ingen fältkomponent i utbredningsriktningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Fasskillnaden är $90^\circ$ mellan x- och y-komponenten för en cirkulärpolariserad plan våg som utbreder sig i z-led.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För plana vågor är fälten konstanta vinkelrätt mot utbredningsriktningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en plan våg i en metall är E och H-fälten förskjutna $45^\circ$ mot varandra.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>Rätt</b>	<b>?</b>	<b>Fel</b>
En Hertzdipol är mycket längre än våglängden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Direktiviteten definieras som maxbeloppet på antennförstärkningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen hos en halvstågstantenn beror av strålningseffekten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen ökar med längden i kvadrat för alla dipolantenner.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Direktiviteten är 1,5 för en Hertzdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen är konstant längs en halvstågstantenn.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Problemlösningsdel (8 poäng)**

A) En Hertztdipol med dipolmomentet  $\mathbf{p} = \hat{\mathbf{z}}p_0 \sin \omega t$  befinner sig i punkten  $(x, y, z) = (0, 0, a)$  över ett stort ledande plan. Det ledande planets yta ges av ekvationen  $z = 0$ . Bestäm ytladdningstätheten,  $\rho_s$ , i metallplanet.

**Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift B, C, D och E)**

**B) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i uppgift A är riktiga?** **Rätt ? Fel**

Den fysikaliska grunden beskrivs av två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden beskrivs av fyra postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Faradays lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?** **Rätt ? Fel**

Poyntingvektorn uttrycker en vågs intensitet i en viss riktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn beskriver en vågs utbredningsriktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntings teorem uttrycker energikonservering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En vågs energi färdas med fashastigheten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reflektionskoefficienten för effekt vid vinkelrätt infall är det samma som kvadraten på reflektionskoefficienten för amplituden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Transmissionskoefficienten för effekt vid vinkelrätt infall är det samma som kvadraten på transmissionskoefficienten för amplituden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?** **Rätt ? Fel**

En monokromatisk våg kan innehålla flera frekvenskomponenter.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en god ledare är $\sigma/\omega\epsilon \gg 1$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I en god ledare är $\alpha \approx \beta$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en god isolator är vågimpedansen $Z \approx \sqrt{j\omega\mu/\sigma}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För höga frekvenser är inträngningsdjupet större än för låga frekvenser.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I komplex notation motsvarar tidsderivata multiplikation med $j\omega$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?** **Rätt ? Fel**

Vid snett infall mot en gränssyta skiljer sig uttrycken på reflektionskoefficienten för vinkelrät polarisering jämfört med parallell polarisering mot infallsplanet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells lag kan härledas genom att studera randvillkoren i gränsen mellan olika material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reflektionskoefficienten för fält amplituden härleds genom att studera randvillkoren i gränsen mellan olika material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En optisk fiber bygger på totalreflektion.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion sker vid Brewstervinkeln.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion är möjlig då ljusstrålen försöker gå från ett optiskt tätare till ett optiskt tunnare medium.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2004-12-14

①



Tvärsnitt av koaxialkabeln

Innerledaren har laddningen  $\rho_e$

Fältet mellan inner- och yttre ledare blir därmed.

$$D(r) = \frac{\rho_e}{2\pi r} \hat{r}$$

Att b i  $\rho_e$ s  $E(r) = \frac{\rho_e}{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r(r)r} \hat{r} = \frac{\rho_e (1 + r/b)}{2\pi \epsilon_0 r} \hat{r}$

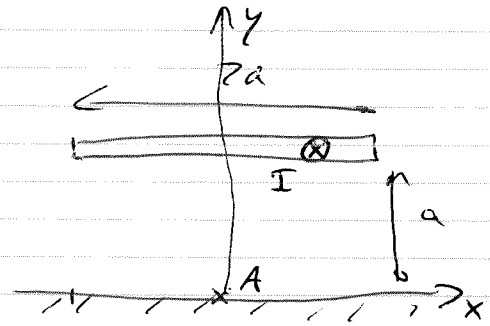
Potentialen mellan ledarna:

$$\begin{aligned} V(a) - V(b) &= \int_a^b E(r) dr = \frac{\rho_e}{2\pi \epsilon_0} \int_a^b \frac{1 + r/b}{r} dr = \\ &= \frac{\rho_e}{2\pi \epsilon_0} \left( \frac{b-a}{b} + \ln \frac{b}{a} \right) \end{aligned}$$

Kapacitans per längdenhet blir

$$C = \frac{\rho_e}{V(a) - V(b)} = \frac{2\pi \epsilon_0 b}{b - a + b \ln \frac{b}{a}}$$

(2)



Plaket har  $\mu_r = 1$  och om vi antar luft omkring, som också har  $\mu_r = 1$  så betyder det att plaket inte har någon inverkan på magnetfältet. Antag att strömmen går in i papperet och att vi delar in ledaren i strömrör som vi integrerar upp

$$\text{Strömstäthet, bandet } \mathbf{J}_s = \frac{-I}{2a} \hat{z}$$

$$\text{Fältbidrag från ett strömrör: } d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mathbf{J}_s dx}{2\pi r_{12}} \hat{\varphi}$$

$$r_{12} = r_2 - r_1 = 0 - a\hat{y} - x\hat{x} = -x\hat{x} - a\hat{y}$$

$$r_{12} = \sqrt{x^2 + a^2}$$

Uttrycker  $\hat{\varphi}$  i  $\hat{x}$  och  $\hat{y}$

$$\hat{\varphi} = \frac{-\hat{z} \times r_{12}}{r_{12}} = \frac{x\hat{y} - a\hat{x}}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$\Rightarrow d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 (I/2a)}{2\pi} \frac{x\hat{y} - a\hat{x}}{(\sqrt{x^2 + a^2})^2} dx$$

Pga symmetri ser vi att vi endast har en x-komponent av  $\mathbf{B}$  fältet i punkten A. y-komponenten är noll

$$\begin{aligned} B_x(0,0,0) &= \int_{x=-a}^a \frac{\mu_0 (I/2a)}{2\pi} \frac{-a\hat{x}}{x^2 + a^2} dx = -\frac{\mu_0 I a}{4\pi a} \int_{-a}^a \frac{\hat{x}}{x^2 + a^2} dx \\ &= -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[ \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} \right]_{-a}^a = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{1}{a} (\arctan 1 - \arctan(-1)) \\ &= -\frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{\mu_0 I}{8a} \end{aligned}$$



$$\textcircled{3} \quad \bar{\mathbf{E}} = (12\hat{x} + 9\hat{y}) e^{-(3x-4y)} \cdot e^{j(3x-4y)}$$

$$\bar{\mathbf{E}} = (12\hat{x} + 9\hat{y}) e^{-\alpha \hat{k} \hat{r}} \cdot e^{j\beta \hat{k} \hat{r}} \quad \begin{array}{l} \alpha \hat{k} = \beta \hat{k} = (3, -4, 0) \\ \hat{r} = (x, y, z) \end{array}$$

vi vet att  $|\hat{k}| = 1 \Rightarrow \alpha = \beta = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \Rightarrow \hat{k} = \frac{1}{5}(3, -4, 0)$

vågen utbreder sig åt  $(x, y, z) = (3, -4, 0)$ .

$$\bar{\mathbf{E}} \cdot \hat{k} = \frac{1}{5}(E_x k_x + E_y k_y) = \frac{1}{5}(12 \cdot 3 - 9 \cdot 4) = 0 \Rightarrow \bar{\mathbf{E}} \perp \hat{k} \Rightarrow$$

Det är en plan våg. Eftersom  $\alpha = \beta$ , vågen utbreder sig i en ledare.

$$\bar{\mathbf{H}} = \frac{1}{Z} \hat{k} \times \bar{\mathbf{E}} = \frac{1}{Z \cdot 5} \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 3 & -4 & 0 \\ 12e^{\gamma \hat{k} \hat{r}} & 9e^{\gamma \hat{k} \hat{r}} & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{Z \cdot 5} \left( \hat{z} \cdot 75 e^{\gamma \hat{k} \hat{r}} \right) =$$

$$\underline{\underline{\bar{\mathbf{H}} = \frac{15}{Z} e^{\gamma \hat{k} \hat{r}} \hat{z}}} \quad Z = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma}} \quad \gamma = \alpha + j\beta$$

eller från  $\nabla \times \bar{\mathbf{E}} = -j\omega\mu \bar{\mathbf{H}}$

$$\bar{\mathbf{H}} = -\frac{1}{j\omega\mu} \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 12e^{\gamma \hat{k} \hat{r}} & 9e^{\gamma \hat{k} \hat{r}} & 0 \end{vmatrix} = -\frac{1}{j\omega\mu} \hat{z} \left( 9e^{\gamma \hat{k} \hat{r}} \cdot (-3 - j3) - 12e^{\gamma \hat{k} \hat{r}} (4 + j4) \right)$$

$$= \frac{1}{j\omega\mu} \hat{z} \left( (1+j) 27 e^{\gamma \hat{k} \hat{r}} + (1+j) 48 e^{\gamma \hat{k} \hat{r}} \right) = \frac{(1+j) 75}{j\omega\mu} e^{\gamma \hat{k} \hat{r}} \hat{z}$$

$$\underline{\underline{= \frac{(1-j) 75}{\omega\mu} e^{\gamma \hat{k} \hat{r}} \hat{z}}}$$

Nu ska vi visa att  $\frac{15}{Z} = \frac{(1-j)75}{\omega\mu}$

$$\frac{15}{Z} = \left| Z = (1+j) \frac{5}{\sigma} \right. = \frac{15 \sigma}{(1+j) \alpha} = \frac{15 \cdot 50}{(1+j) \cdot 5 \cdot \omega\mu} =$$

$\alpha = \beta = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = 5 \Rightarrow \sigma = \frac{50}{\omega\mu}$

$$= \frac{150}{(1+j)\omega\mu} \cdot \frac{(1-j)}{(1-j)} = \frac{(1-j)150}{(1^2-j^2)\omega\mu} = \frac{(1-j) \cdot 75}{\omega\mu}$$

(4)

B-fältet från en magnetisk dipol:

$$B = \frac{\mu_0 m}{4\pi R^3} (\hat{r} 2\cos\theta + \hat{\theta} \sin\theta)$$

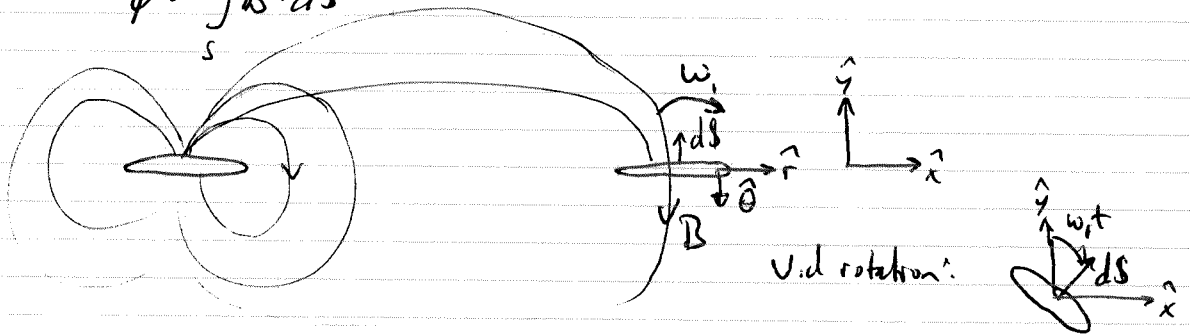
Här har vi  $m = I_0 \sin\omega_0 t \cdot \pi a^2$

Fältet från den vänstra slingan på den högra ( $\theta = 90^\circ$ )

$$B \approx \frac{\mu_0 \pi a^2 I_0 \sin\omega_0 t}{4\pi b^3} \hat{\theta}$$

Antag att B-fältet är konstant i hela den högra slingan.  
 Då ligger flödet  $\Phi$  i slingan.

$$\Phi = \int_S B \cdot dS$$



$$dS = (\hat{x} \sin\omega_0 t + \hat{y} \cos\omega_0 t) dS$$

$$\Phi = - \int_S \frac{\mu_0 \pi a^2 I_0 \sin\omega_0 t}{4\pi b^3} \hat{y} \cdot \hat{y} \cos\omega_0 t dS$$

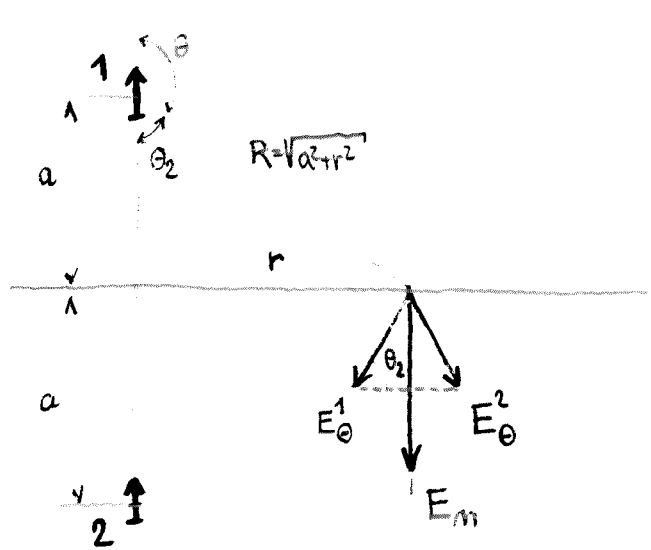
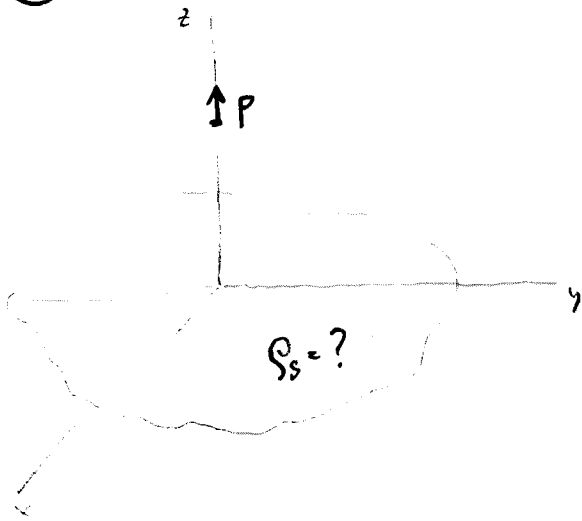
$$\approx - \frac{\mu_0 a^2 I_0 \sin\omega_0 t \cos\omega_0 t}{4b^3} \pi a^2 = - \frac{\mu_0 \pi a^4 I_0 \sin\omega_0 t \cos\omega_0 t}{4b^3}$$

Inducerad spänning  $V = - \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 \pi a^4 I_0}{4b^3} (\omega_0 \cos\omega_0 t \cos\omega_0 t - \omega_0 \sin\omega_0 t \sin\omega_0 t)$

Den inducerade strömmen blir

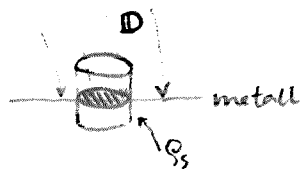
$$I = \frac{V}{R} = \frac{\mu_0 \pi a^4 I_0}{4b^3 R} (\omega_0 \cos\omega_0 t \cos\omega_0 t - \omega_0 \sin\omega_0 t \sin\omega_0 t)$$

⑤ Hertzdipol  $\mathbf{p} = \hat{z} p_0 \sin \omega t \rightarrow \bar{\mathbf{p}} = -j p_0$



i vågzonem:  $\bar{\mathbf{E}}_{\theta} = j \cdot \frac{\bar{I} dl}{4\pi} \left( \frac{e^{-j\beta R}}{R} \right) z_0 \beta \sin \theta$

från Gauss lag  $\oint \mathbf{D} d\mathbf{S} = Q$   
 $D_m = \rho_s$



$$\bar{\rho}_e = \bar{D}_m = \epsilon_0 \bar{E}_m = \epsilon_0 \cdot 2 \cdot \sin \theta_2 \bar{\mathbf{E}}_{\theta} \quad \left| \begin{array}{l} \theta_2 = \pi - \theta \\ \sin \theta_2 = \sin \theta \end{array} \right. = \epsilon_0 \cdot 2 \sin \theta \bar{\mathbf{E}}_{\theta} =$$

$$= \epsilon_0 \cdot 2 \cdot \frac{r}{\sqrt{a^2 + r^2}} \cdot j \frac{\bar{I} dl}{4\pi} z_0 \beta \cdot \frac{r}{\sqrt{a^2 + r^2}} \cdot \frac{e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{\sqrt{a^2 + r^2}} =$$

$$= j \frac{\epsilon_0 \bar{I} dl}{2\pi} z_0 \beta \frac{r^2 e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{(a^2 + r^2)^{3/2}} \quad \left| \begin{array}{l} z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cdot \epsilon_0 \cdot z_0 = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = \frac{1}{c} \\ \beta = \frac{\omega}{c} \end{array} \right.$$

$$= j \frac{\bar{I} dl}{2\pi} \frac{\omega}{c^2} \frac{r^2 e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{(a^2 + r^2)^{3/2}} \quad \left| \bar{\mathbf{p}} = \frac{\bar{I} dl}{j\omega} = -j p_0 \rightarrow \bar{I} dl = \omega \cdot p_0 \right.$$

$$= j \frac{p_0}{2\pi} \frac{\omega^2}{c^2} \frac{r^2 e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{(a^2 + r^2)^{3/2}} = \underline{\underline{j \frac{p_0 \cdot \beta^2}{2\pi} \frac{r^2 e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{(a^2 + r^2)^{3/2}}}} \quad \left[ \frac{C}{m^2} \right]$$