Fält 17. Tentamen i Elektromagnetisk fältteori F. för F2.
EEF031 21/8 2000 kl. 8.45-12.45

Tillåtna hjälpmedel:	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
Förfrågningar:	Mikael Persson Tel. ankn. 1576
Lösningar:	anslås efter tentamens slut på kursens hemsida
Resultatet:	sändes senast 14/9 2000 till studievägledningen F.
Granskning:	sker på tid som anges på betygslistan
Betygen:	sändes till betygsexpeditionen senast 14/9 2000
Kom ihåg	Poängavdrag göres för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.

1.

Problemlösningsdel

Tre små likadana metallkulor ligger symmetriskt på ett stort avstånd från en centralt belägen likadan metallkula. Den centrala kulan ges laddningen 3Q och de tre övriga kulorna ges vardera laddningen -Q.

A) Beräkna kulornas potentialer. **4poäng**

B) Beräkna systemets elektrostatiska energi **4poäng**

Förståelsedel

C) Vilket eller vilka postulat bygger lösningen ovan på?
Vad säger det/de i ord?
Beskriv med ord hur man kommer från postulaten till det använda uttrycket i uppgift A).

1poäng

D) Definiera begreppen elektrostatisk energi och elektrostatisk potential
De är relaterade. Beskriv kortfattat hur. **1poäng**

E) I elektrostatiken använder vi att div(**J**) = 0. Rita en figur och förklara vad detta motsvarar i kretsteorin. **1poäng**

F) Rita en figur och förklara kortfattat vad uttrycket $\mathbf{E}+\mathbf{E}_k = \eta\mathbf{J}$, där $\mathbf{E}_k$ är en yttre källterm, beskriver i kretsteorin. **1poäng**

2.

Problemlösningsdel

I en likströmsapplikation utgörs en ledare av ett rakt, långt, platt, tunt metallband.

A) Beräkna magnetfältet rakt ovanför bandet **8 poäng**

Förståelsedel

B) Vilket eller vilka postulat bygger lösningen ovan på?
Vad säger det/de i ord?
Beskriv med ord hur man kommer från postulaten till det slutliga uttrycket **1poäng**

C) Kraften d**F**=**J**x**B** dV kan under vissa omständigheter övergå i formen F=BIL som vi känner till från gymansiet. Rita en bild och visa hur och under vilka förhållanden detta kan ske. **1poäng**

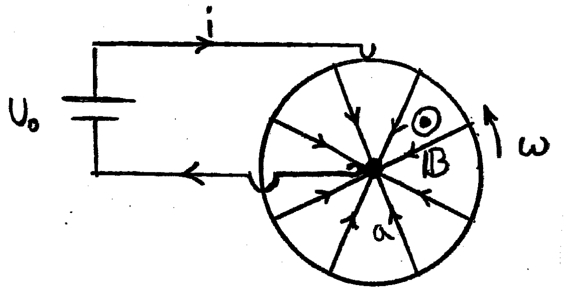
D) Jämför de olika metoder som vi använt i kursen för att beräkna magnetfält från strömförande ledare. **1poäng**

E) I en av datorlaborationerna beräknade man kraften på en järnkärna i en solenoid. Man kunde variera μ_r och fann mycket bättre överensstämmelse mellan den numeriska beräkningen och en teori baserad på virtuella förflyttningar när μ_r var relativt nära 1 jämfört med när det var mycket större än 1. Varför? **1poäng**

3.

Problemlösningsdel

En enkel likströmsmotor består av ett ekerhjul med radien a och n stycken ekrar. Hjulet befinner sig i ett axiellt homogent magnetfält med styrkan B_0. Varje eker har en resistans R medan resistansen hos nav och periferi är försumbara. Motorn är ansluten till en likspänning U_0.



A) Beräkna motorns mekaniska effekt som funktion av vinkelhastigheten ω.

8poäng

Förståelsedel

B) Vilket eller vilka postulat bygger lösningen ovan på?
Vad säger det/de i ord?
Beskriv med ord hur man kommer från postulaten till det använda uttrycket i uppgift A) **1poäng**

C) Beskriv begreppet induktion kortfattat utan att använda formler

1poäng

D) Rita, utifrån formeln i uppgift A), upp den ekvivalenta elektriska kretsen

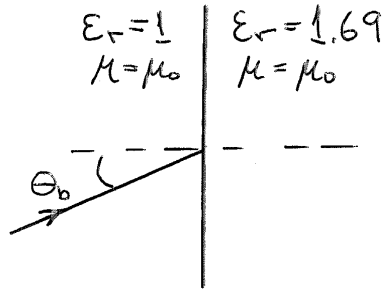
1poäng

E) Beskriv kortfattat vad som händer med laddningar på en ledande stång som rör sig i ett statiskt magnetfält **1poäng**

4.

Problemlösningsdel

En cirkulärt polariserad plan våg i vakuum träffar en plan gränsyta till ett förlustfritt dielektrikum med dielektrisitetstalet $\varepsilon_r = 1.69$ under Brewstervinkel.



A) Skriv upp ett tidsberoende uttryck på det elektriska fältet hos den infallande vågen uttryckt i två lineärt polariserade vågor och rita en figur. **2poäng**

B) Beräkna reflektionskoefficienterna för fälten. **2poäng**

C) Beräkna transmissionskoeficienterna för fälten. **2poäng**

D) Beräkna tidsmedelvärdena av Poytingvektorerna hos infallande, reflekterad och transmitterad våg. **2poäng**

Förståelsedel

E) Vilket eller vilka postulat bygger lösningarna ovan på?
Vad säger det/de i ord?
Beskriv med ord hur man kommer från postulaten till det använda uttrycket i uppgift B) **1poäng**

F) Beskriv vad poytingvektorn uttrycker i ord. **1poäng**

G) Beskriv kortfattat begreppen vågimpedens och fashastighet. **1poäng**

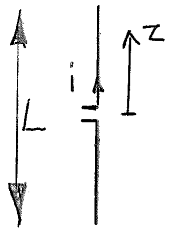
H) Beskriv kortfattat begreppen total inre reflektion, Brewstervinkel, skineffekt och inträngningsdjup. **1poäng**

5.

Problemlösningsdel

En kort centermatad sprötdipol med längden L, belägen i origo, används i en kommunikationsapplikation. Strömmen i antennen kan approximeras med uttrycket

$i(z,t)=I_0\,(1-2|z|/L)\cos(\omega t)$ för $-L/2 \leq z \leq L/2$



A) Beräkna linjeladdningstätheten på antennen

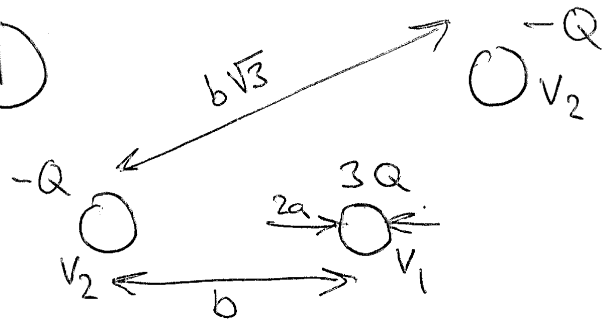
8poäng

Förståelsedel

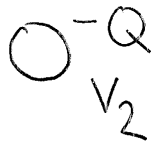
B) Vilket eller vilka postulat bygger lösningen ovan på?
Vad säger det/de i ord?
Beskriv med ord hur man kommer från postulaten till det använda uttrycket i uppgift A). **1poäng**

C) Begreppen strålningsresistans, antennförstärkning och direktivitet hittar du i formelsamlingen. Beskriv dessa begrepp med ord och deras betydelse för antenner. **3poäng**

1



1



a)

$$V_1 = \frac{3Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{a} + 3\cdot\frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{b} = \frac{3Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$$

$$V_2 = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{a} + 2\cdot\frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{b\sqrt{3}} + \frac{3Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{b}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{a} + \frac{3\sqrt{3}-2}{b\sqrt{3}}\right]$$

b)

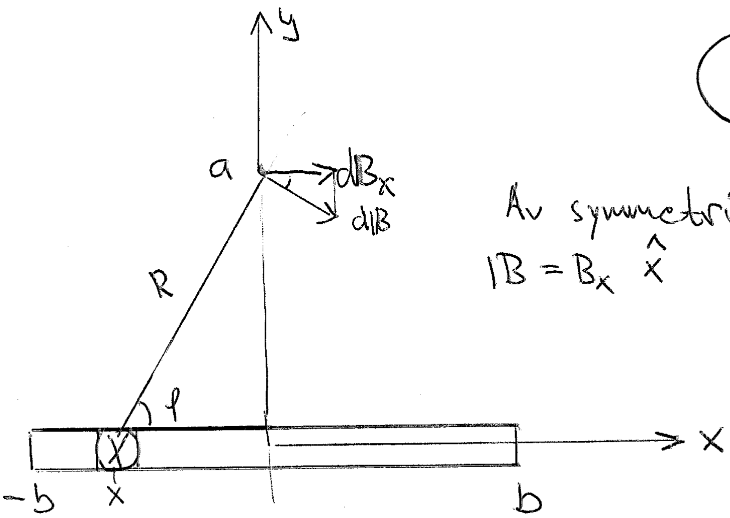
$$W_e = \frac{1}{2}\left[V_1\cdot 3Q + 3\cdot V_2(-Q)\right] =$$

$$= \frac{Q^2\sqrt{3}}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{2\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}-1}{b}\right\}$$

c -f se föreläsningsanteckningarna.

2

a)



Av symmetri
$\mathbf{B} = B_x \hat{x}$

$$dB_x = |d\mathbf{B}| \cdot \sin\varphi = \frac{\mu_0}{2\pi R} \cdot \frac{i}{2b} \cdot dx \cdot \frac{a}{R}$$

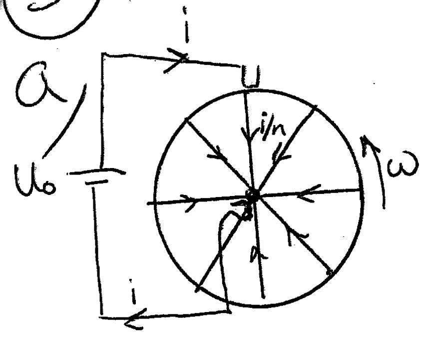
$$B_x = 2 \cdot \int_{x=0}^{b} dB_x = \frac{i\mu_0}{2\pi b} \cdot a \int_0^b \frac{dx}{x^2 + a^2}$$

Symmetri

b)– e se föreläsningsanteckningar

3

a)



Rörelse emk'n riktad radiell utåt

3

$$V_{rörelse} = \int_0^a \omega r B_0 \cdot dr = \frac{1}{2}\omega B_0 a^2$$

Kirchof slingekvation : $U_0 - V_{rörelse} = R \cdot \frac{i}{n}$

varav: $i = \frac{n}{R}\left(U_0 - \frac{1}{2}\omega B_0 a^2\right)$

$$P_{mek} = P_{batt} - P_{värme} = U_0 \cdot i - n \cdot R \left(\frac{i}{n}\right)^2 = i\underbrace{\left(U_0 - \frac{R i}{n}\right)}_{V_{rörelse}}$$

$$= \frac{n}{R}\left(U_0 - \frac{1}{2}\omega B_0 a^2\right)\frac{1}{2}\omega B_0 a^2$$

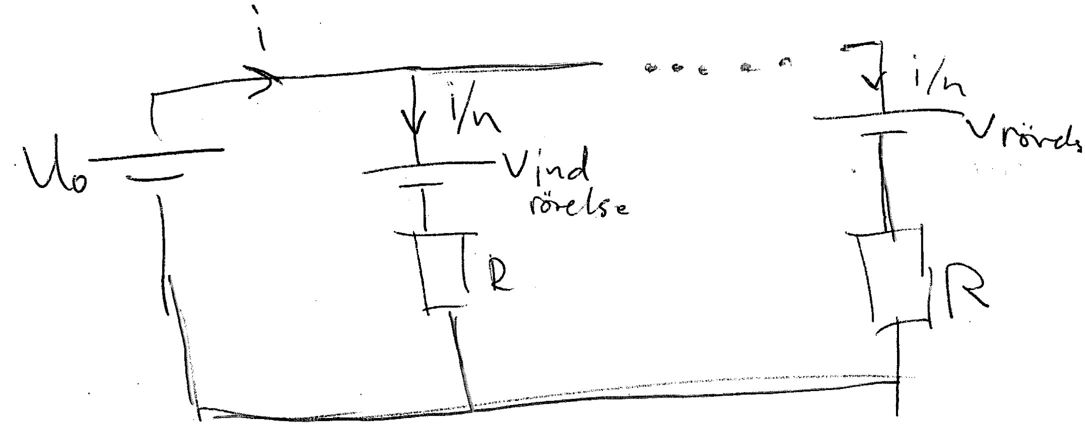
Alternativt:

$$T_{mek} = n \cdot \int_0^a r\left(\frac{i}{n} dr B_0\right)$$

$$P_{mek} = \omega T_{mek}$$

C) Se kursmaterialet.

D)



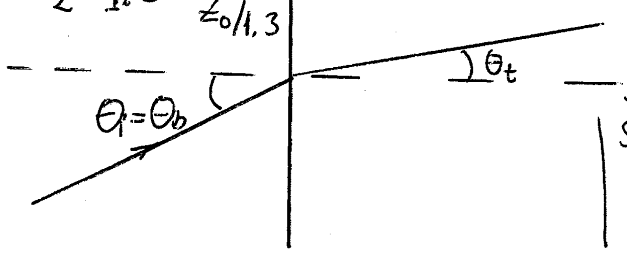
E) Se kursmaterialet

4

$Z = Z_0$ $\quad \varepsilon_r = 1$ $\quad \mu = \mu_0$

$\varepsilon_r = 1.69$ $\quad \mu = \mu_0$ $\quad Z = Z_0 \cdot \sqrt{\frac{1}{1.69}} = \frac{Z_0}{1.3}$

$\tan\theta_b = n_2 = 1.3 = \frac{Z_0}{Z_0/1.3}$



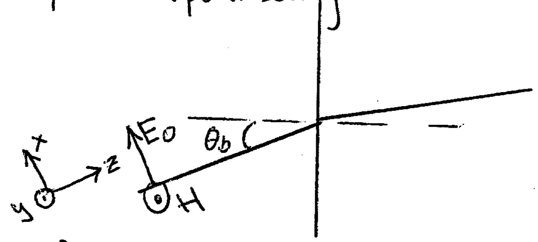
$\sin\theta_b = 1.3 \sin\theta_t$

Snell

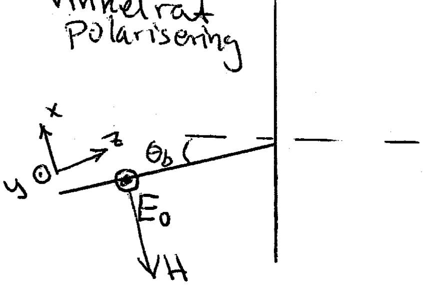
A)

$\mathbb{E}_i = \hat{x} E_0 \cos(\omega t - \beta z) + \hat{y} E_0 \sin(\omega t - \beta z)$

parallell polarisering



Vinkelrät polarisering



B) $\left(\frac{\bar{E}_{ro}}{\bar{E}_{io}}\right)_{\parallel} = 0$ $\qquad \left(\frac{\bar{E}_{ro}}{\bar{E}_{io}}\right)_{\perp} = \frac{1/Z_0 \cos\theta_b - 1.3/Z_0 \cos\theta_t}{1/Z_0 \cos\theta_b + 1.3/Z_0 \cos\theta_t} = -($

C) $\left(\frac{\bar{E}_{to}}{\bar{E}_{io}}\right)_{\parallel} = \frac{2(Z_0/1.3)\cos\theta_b}{Z_0 \cos\theta_b + (Z_0/1.3)\cos\theta_t} = 0.77$ $\qquad \left(\frac{\bar{E}_{to}}{\bar{E}_{io}}\right)_{\perp} = \frac{2/Z_0 \cos\theta_b}{(1/Z_0)\cos\theta_b + (1.3/Z_0)\cos\theta_t} = 0.74$

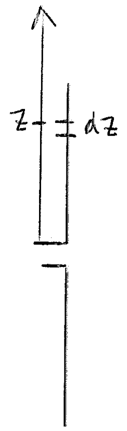
D) $S_{i\,med} = 2 \cdot \frac{E_0^2}{2Z_0}$ $\qquad S_{r\,med} = \frac{E_0^2}{2Z_0}(-0.26)^2$

$S_{t\,med} = \frac{E_0^2}{2(Z_0/1.3)} \cdot \left[0.74^2 + 0.77^2\right] = \frac{E_0^2}{2Z_0} 1.49$

E) – H) Se föreläsningsanteckningarna

5

5



Kontinuitetsekvationen:

$$i(z+dz,t) - i(z,t) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho_\ell(z,t)\cdot dz\right)$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\partial i}{\partial z} = -\frac{\partial \rho_\ell}{\partial t}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \rho_\ell}{\partial t} = -I_0 \cdot \left(\dfrac{-2}{L}\right)\cos(\omega t) \; ; \; z>0 \\[2ex] \dfrac{\partial \rho_\ell}{\partial t} = -I_0 \left(\dfrac{2}{L}\right)\cos\omega t \; ; \; z<0 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \rho_\ell(z,t) = \dfrac{2I_0}{L}\,\dfrac{\sin(\omega t)}{\omega} \; ; \; z>0 \\[2ex] \rho_\ell(z,t) = -\dfrac{2I_0}{L}\,\dfrac{\sin(\omega t)}{\omega} \; ; \; z<0 \end{cases}$$

b–c Se föreläsningsanteckningarna