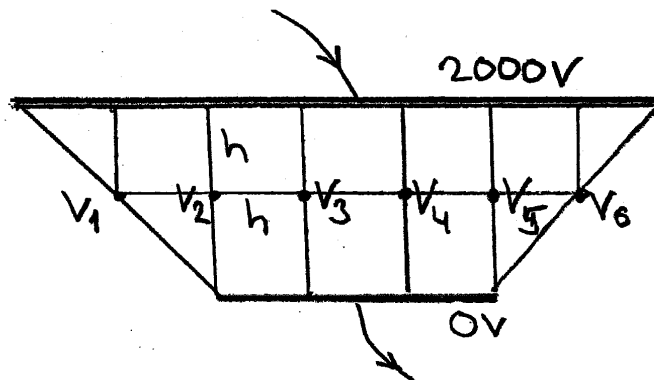


**Fält 15. Tentamen i Elektromagnetisk fältteori F. för F2.**  
**EEF031 11/1 2000 kl. 8.45-12.45**

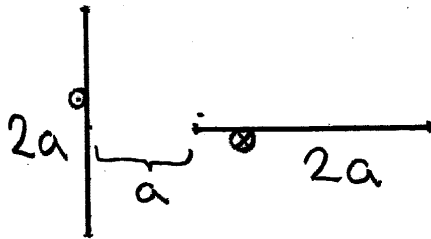
- Tillåtna hjälpmedel:** BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
- Förfrågningar:** Mikael Persson Tel. ankn. 1576
- Lösningar:** anslås efter tentamens slut på kursens hemsida
- Resultatet:** sändes senast 1/2 2000 till studievägledningen F.
- Granskning:** sker på tid som anges på betygslistan
- Betygen:** sändes till betygsexpeditionen senast 1/2 1999
- Kom ihåg:** Poängavdrag göres för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.
- Betygsgränser:** 30poäng krävs för betyget 3, 40 för betyget 4, 50 för betyget 5

1. En tunn plåt har tjockleken 1mm och ledningsförmågan  $10S/m$ . Två elektroder fästes på kanten av plåten enligt figuren nedan.



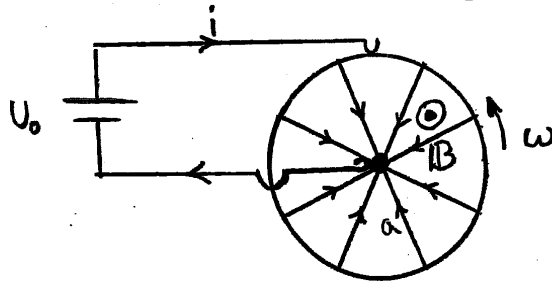
- A) Använd metoderna för ekvipotentialytor och strömrör för att beräkna en undre och övre gräns på resistansen mellan elektroderna. **4poäng**
- B) Beräkna potentialerna  $V_1 \dots V_6$  med det glesa rutnätet i bilden. **3poäng**
- C) Utnyttja resultatet i B) för en approximativ beräkning av resistansen mellan elektroderna. **2poäng**
- D) Vilka postulat, satser och/eller lagar bygger problemlösningen i A) på? Vad säger de i ord och varför är de tillämpliga här? **1poäng**
- E) Vilka postulat, satser och/eller lagar bygger problemlösningen i B) på? Vad säger de i ord och varför är de tillämpliga här? **1poäng**
- F) Vilka postulat, satser och/eller lagar bygger problemlösningen i C) på? Vad säger de i ord och varför är de tillämpliga här? **1poäng**

2. I en likströmsapplikation utgörs fram- och återledaren av två långa platta metallband enligt figuren nedan.



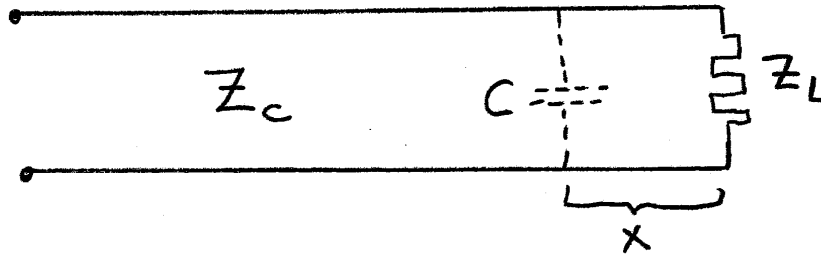
- A) Beräkna kraften per längdenhet varmed den vänstra ledaren påverkar den högra ledaren. Dela in strömmen i strömrör och utnyttja uttrycket på magnetfältet från en lång rak ledare. **8poäng**
- B) Vilka postulat, satser och/eller lagar bygger problemlösningen ovan på? Vad säger de i ord och varför är de tillämpliga här? **1poäng**
- C) Vad motsvarar  $\text{div}(\mathbf{J}) = 0$  för en elektrisk krets? Rita figur. **1poäng**
- D) Vad motsvarar  $\mathbf{E} + \mathbf{E}_k = \eta \mathbf{J}$ , där  $\mathbf{E}_k$  är en yttre källterm, för en elektrisk krets? Rita figur. **1poäng**
- E) Kraften  $d\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} dV$  kan under vissa omständigheter övergå i formen  $\mathbf{F} = \mathbf{B} \times \mathbf{I} L$  som vi känner till från gymnasiet. Visa när och hur. **1poäng**

3. En enkel likströmsmotor består av ett ekerhjul med radian  $a$  och  $n$  stycken ekrar. Hjulet befinner sig i ett axiellt homogent magnetfält med styrkan  $B_0$ . Varje eker har en resistans  $R$  medan resistansen hos nav och periferi är försumbara. Motorn är ansluten till en likspänning  $U_0$ .



- A) Beräkna motorns mekaniska effekt som funktion av vinkelhastigheten  $\omega$ . **8poäng**
- B) Kan du se någon alternativt sätt att beräkna motorns effekt? **1poäng**
- C) Vilka postulat, satser och/eller lagar bygger problemlösningen i A) på? Vad säger de i ord och varför är de tillämpliga här? **1poäng**
- D) Vilka är begränsningarna i fysiken när man räknar på induktion på detta sättet? När är approximationerna giltiga? **1poäng**
- E) Beskriv bergreppet induktion kortfattat utan att använda formler **1poäng**

4. En förlustfri ledning har karakteristiska impedansen  $Z_c = 300\Omega$ . Den är avslutad med lasten  $Z_L = 200\Omega$ .



- A) Beräkna kortaste avståndet  $x$  framför lasten som man, vid en frekvens på 150 MHz, kan parallellkoppla en kondensator för att få anpassning till ledningens karakteristiska impedans. Fashastigheten på ledningen är  $3 \cdot 10^8$  m/s. **8 poäng**
- B) Vilka postulat, satser och/eller lagar bygger problemlösningen ovan på? Vad säger de i ord och varför är de tillämpliga här? **1 poäng**
- C) Beskriv begreppet anpassning. **1 poäng**
- D) Beskriv kortfattat skillnaden mellan ledningsteori och kretsteori och varför man vid i en snar framtid kommer att behöva ledningsteori för design av nya datorsystem **1 poäng**
- E) Vad är TEM vågor? **1 poäng**

5. En cirkulärt polariserad elektromagnetisk våg med poytingvektorn  $S_{med} = 500 \text{ W/m}^2$  träffar under infallsvinkeln 45 grader en plan vattenyta.

- A) Beräkna poytingvektorn hos den reflekterade vågen. **4 poäng**
- B) Beräkna poytingvektorn hos den transmittterade vågen. **4 poäng**
- C) Vilka postulat, satser och/eller lagar bygger problemlösningen ovan på? Vad säger de i ord och varför är de tillämpliga här? **1 poäng**
- D) Beskriv vad poytingvektorn uttrycker i ord. **1 poäng**
- E) Beskriv kortfattat begreppen vågimpedens och grupphastighet. **1 poäng**
- F) Beskriv kortfattat begreppen total inre reflektion, Brewstervinkel, skineffekt och inträngningsdjup. **1 poäng**

1. a) En övre gräns fås mha lodräta strömlinjer

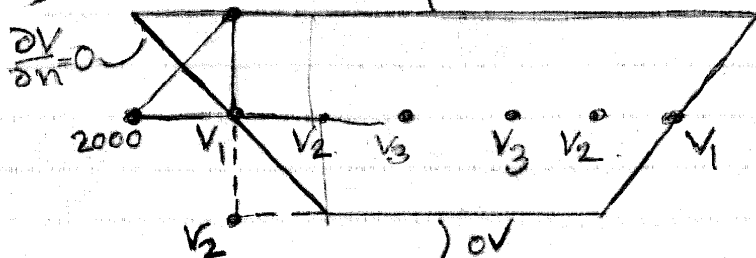
$$R_o = \frac{1}{\sigma d} \cdot \frac{2h}{3h} = \frac{2}{3} \frac{1}{\sigma d}$$

En undre gräns fås mha vågräta ekvipot. ytor vilket leder till seriekopplade resistanser

$$dR_u = \frac{1}{\sigma d} \cdot \frac{dy}{3h+2y}$$

$$R_u = \int_{2h}^0 \frac{1}{\sigma d} \cdot \frac{dy}{3h+2y} = \frac{1}{\sigma d} \frac{1}{2} \ln \frac{7}{3}$$

b) Symmetri:  $V_6 = V_1, V_5 = V_2, V_4 = V_3$



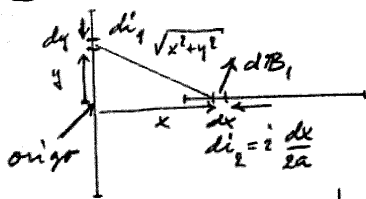
$$\begin{cases} 4V_1 = V_2 + V_2 + 2000 + 2000 & V_1 = V_6 \approx 1579 \text{ V} \\ 4V_2 = V_3 + 0 + V_1 + 2000 & V_2 = V_5 \approx 1158 \text{ V} \\ 4V_3 = V_3 + 0 + V_2 + 2000 & V_3 = V_4 \approx 1053 \text{ V} \end{cases}$$

$$i = \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} = \int \sigma \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \approx \sigma \left[ \frac{(2000-V_1)}{h} + \frac{(2000-V_2)}{h} + \frac{(2000-V_3)}{h} + \frac{(2000-V_4)}{h} + \frac{(2000-V_5)}{h} + \frac{(2000-V_6)}{h} \right] \cdot h \cdot d$$

$$R = \frac{2000}{i} = \frac{2000}{4420} \frac{1}{\sigma d} \approx 0.45 \cdot \frac{1}{\sigma d}$$

D-F Se föreläsningmaterialet

2



$|dB_1| = \frac{\mu_0 i dy}{2\pi \sqrt{x^2 + y^2}}$   
 Symmetri:  $B = B_y$   
 $dB_y = \frac{\mu_0 i dy}{2\pi \sqrt{x^2 + y^2}} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

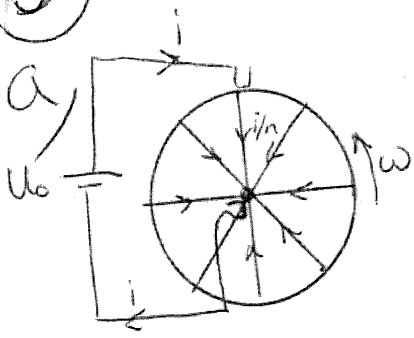
B-fältet i punkten  $(x, 0)$  från den vänstra ledaren blir  
 $B_y = \int_{y=-a}^a dB_y = \int_{y=-a}^a \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \frac{x dy}{x^2 + y^2} =$   
 $= \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \cdot 2 \arctan\left(\frac{a}{x}\right)$

Kraften/m på spännroret i  $(x, 0)$  är  $dF$   
 $dF = di(-z) \times B_y = i \frac{dx}{2a} \times \frac{\mu_0 i}{2\pi a} \arctan\left(\frac{a}{x}\right)$

$F_{12} = \int_{x=a}^{3a} dF = x \frac{\mu_0 i^2}{4\pi a^2} \int_a^{3a} \arctan\left(\frac{a}{x}\right) dx = x \frac{\mu_0 i^2}{4\pi a} \cdot \left[ \frac{5\pi}{4} - 3 \arctan 3 + \ln \sqrt{5} \right]$   
 $= x \frac{\mu_0 i^2}{4\pi a} \cdot 0,9846 \text{ (N/m)}$

B E se föreläsninganteckningarna

3



Rörelse emk'n riktad radiellt utåt

$$V_{\text{rörelse}} = \int_0^a \omega r B_0 \cdot dr = \frac{1}{2} \omega B_0 a^2$$

Kirchof slingekvation:  $U_0 - V_{\text{rörelse}} = R \cdot \frac{i}{n}$

$$\text{varav: } i = \frac{n}{R} \left( U_0 - \frac{1}{2} \omega B_0 a^2 \right)$$

$$P_{\text{mek}} = P_{\text{batt}} - P_{\text{värme}} = U_0 \cdot i - n \cdot R \left( \frac{i}{n} \right)^2 =$$

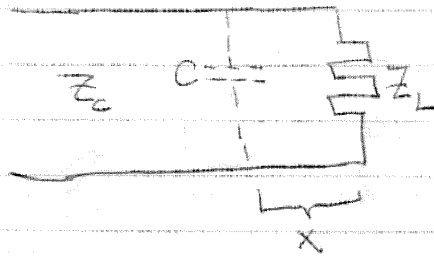
$$= \frac{n}{R} \left( U_0 - \frac{1}{2} \omega B_0 a^2 \right) \frac{1}{2} \omega B_0 a^2$$

$$b) \quad T_{\text{mek}} = n \cdot \int_0^a r \left( \frac{i}{n} dr B_0 \right)$$

$$P_{\text{mek}} = \omega T_{\text{mek}}$$

c-e se kursmaterialet.

4



$$\lambda = c/f = \frac{3 \cdot 10^8}{1.5 \cdot 10^8} = 2 \text{ m}$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \pi \text{ m}^{-1}$$

$$\omega = 2\pi \cdot 1.5 \cdot 10^8 = 3\pi \cdot 10^8 \text{ rad s}^{-1}$$

Vid anpassning:

$$\frac{1}{Z_c} = j\omega C + \frac{1}{Z_{in}(x)}$$

förlustfri ledning:  $Z_{in}(x) = Z_c \frac{Z_L \cos \beta x + Z_0 \sin \beta x}{Z_0 \cos \beta x + Z_L \sin \beta x}$

$$j\omega C = \frac{1}{300} \left( 1 - \frac{300 \cos \beta x + 200 \sin \beta x}{200 \cos \beta x + 300 \sin \beta x} \right)$$

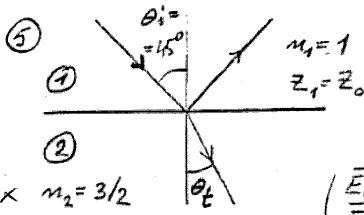
$$\omega C = \frac{1}{300} \left( \frac{-100 \cos \beta x + 100j \sin \beta x}{200 \cos \beta x + 300j \sin \beta x} \right) \cdot \frac{1}{j} = \text{reel och positiv}$$

$$\Rightarrow \frac{100 \cos \beta x}{100 \sin \beta x} = \frac{300 \sin \beta x}{200 \cos \beta x}$$

$$\tan \beta x = \frac{+}{-} \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\beta x = 0.588 + n\pi; \quad \boxed{x_{\min} = \frac{0.588}{\pi} = 0.187 \text{ m}}$$

B-E se föreläsningssanteckningarna



$$n_1 \sin 45^\circ = n_2 \sin \theta_t \Rightarrow \sin \theta_t = \frac{2}{3\sqrt{2}}$$

$$\cos \theta_t = \sqrt{1 - \frac{4}{9 \cdot 2}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

Ta tex  $n_2 = 3/2$

$$Z_2 = \frac{Z_0}{n_2}$$

Physics hand book  $\Rightarrow \eta \approx 1,3$

$$\begin{pmatrix} \bar{E}_{ko} \\ \bar{E}_{io} \end{pmatrix}_\perp = \frac{1}{Z_1} \cos \theta_i - \frac{1}{Z_2} \cos \theta_t = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{7}}{\sqrt{2} + \sqrt{7}}$$

$$\begin{pmatrix} \bar{E}_{ko} \\ \bar{E}_{io} \end{pmatrix}_\parallel = \frac{-Z_1 \cos \theta_i + Z_2 \cos \theta_t}{Z_1 \cos \theta_i + Z_2 \cos \theta_t} = \frac{-\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{7}}{3}}{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{7}}{3}} = \frac{-9 + 2\sqrt{14}}{9 + 2\sqrt{14}}$$

$$S_i = \frac{1}{2} \cdot \frac{|\bar{E}_{io\perp}|^2}{Z_0} + \frac{1}{2} \cdot \frac{|\bar{E}_{io\parallel}|^2}{Z_0} = 500 \Rightarrow |\bar{E}_{io}|^2 / Z_0 = 500$$

$$S_R = \frac{1}{2} \cdot \frac{|\bar{E}_{ko\perp}|^2}{Z_0} + \frac{1}{2} \cdot \frac{|\bar{E}_{ko\parallel}|^2}{Z_0} = \frac{1}{2Z_0} |\bar{E}_{io}|^2 \left[ \left( \frac{\sqrt{2} - \sqrt{7}}{\sqrt{2} + \sqrt{7}} \right)^2 + \left( \frac{-9 + 2\sqrt{14}}{9 + 2\sqrt{14}} \right)^2 \right] = 25,12 \left( \frac{W}{m^2} \right)$$

$$\begin{pmatrix} \bar{E}_{to} \\ \bar{E}_{io} \end{pmatrix}_\perp = \frac{\frac{2}{Z_1} \cos \theta_i}{\frac{1}{Z_1} \cos \theta_i + \frac{1}{Z_2} \cos \theta_t} = \frac{2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{7}}$$

$$\begin{pmatrix} \bar{E}_{to} \\ \bar{E}_{io} \end{pmatrix}_\parallel = \frac{2Z_2 \cos \theta_i}{Z_1 \cos \theta_i + Z_2 \cos \theta_t} = \frac{2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{7}}{3}} = \frac{12}{9 + 2\sqrt{14}}$$

$$S_t = \frac{1}{2} \cdot \frac{|\bar{E}_{to\perp}|^2}{Z_2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{|\bar{E}_{to\parallel}|^2}{Z_2} = \frac{1}{2Z_0} n_2 |\bar{E}_{io}|^2 \left[ \left( \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{7}} \right)^2 + \left( \frac{12}{9 + 2\sqrt{14}} \right)^2 \right] = 380,75 \left( \frac{W}{m^2} \right)$$

B-F se kurs materialet.