Fält 13. Tentamen i Elektromagnetisk fältteori F. för F2.
EEF031 13/3 1999 kl. 14.15-18.15

Tillåtna hjälpmedel:	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
Förfrågningar:	Mikael Persson Tel. ankn. 1576
Lösningar:	anslås efter tentamens slut vid origohuset
Resultatet:	sändes senast 5/4 1999 till studievägledningen F.
Granskning:	sker på tid som anges på betygslistan
Betygen:	sändes till betygsexpeditionen senast 7/4 1999
Kom ihåg	Poängavdrag göres för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.
Bonuspoäng	Den som hade godkänt på duggan 981205 har redan full poäng på uppgift 1. Den som hade överbetyg har dessutom redan full poäng på uppgift 2.

1.En tunn rak lång ledare befinner sig nedsänkt i en vätska med en liten ledningsförmåga σ inuti ett stort jordat metallkar enligt figuren nedan. Beräkna resistansen till jord om man kan utgå från att ledaren befinner sig långt från vätskeytan.

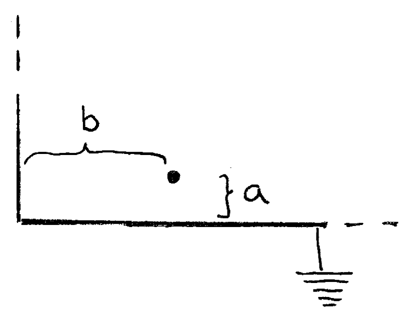
10poäng

A)Vilken sats bygger lösningsmetoden på och vad säger den i ord.

1poäng

B)Beskriv med ord översiktligt beviset av denna sats.

1poäng



2.En permanentmagnet har formen av en stympad kon med cirkulärt tvärsnitt enligt bilden nedan. Magnetiseringen är homogen och riktad axiellt enligt figuren.

A)Beräkna magnetfältet i konens tänkta spets

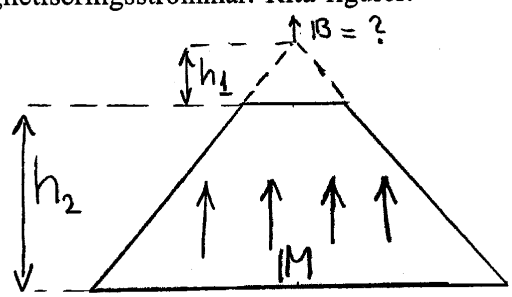
7poäng

B)Vilken toppvinkel hos den stympade konen ger starkast B-fält i den tänkta spetsen om h_1 och h_2 i bilden hålls konstant.

3poäng

C)Beskriv kortfattat begreppen magnetiseringsströmmar och ytmagnetiseringsströmmar. Rita figurer.

2poäng



3.En enkel likströmsmotor består av ett ekerhjul med radien a och n stycken ekrar. Hjulet befinner sig i ett axiellt homogent magnetfält med styrkan B_0. Varje eker har en resistans R medan resistansen hos nav och periferi är försumbara. Motorn är ansluten till en likspänning U_0.

A)Använd energiprincipen för att beräkna motorns mekaniska effekt som funktion av vinkelhastigheten ω.

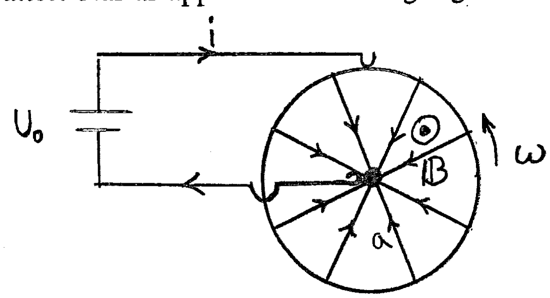
10poäng

B)Kan du se någon alternativt sätt att beräkna motorns effekt?

1poäng

C)Vilka är begränsningarna i fysiken när man räknar på induktion på detta sättet? När är approximationerna giltiga?

1poäng



4.En elektromagnetisk våg som utbreder sig i ett material har E-fältet

$$\mathbf{E} = \hat{y}\ E_0 e^{-100z} \cos(10^9 t - \beta x).$$

A)Beräkna tillhörande **H**-fält.

4poäng

B)Är detta en plan våg? (Bokens "Uniform plane wave")Motivera.

2poäng

C)Bestäm β

4poäng

D)Beskriv med ord begreppen Brewstervinkel, och totalreflektion vid snett infall av en plan våg mot en plan gränsyta mellan två olika material. Nämn några tillämpningar.

2poäng

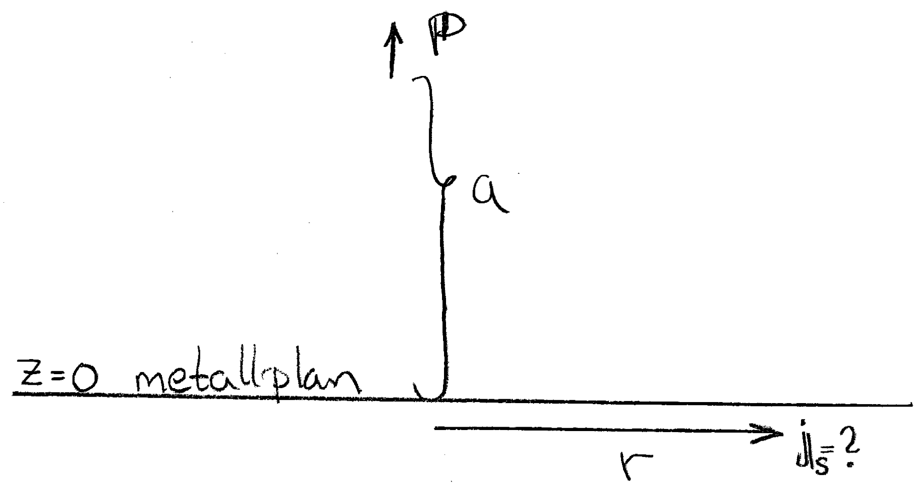
5.En Hertz dipol antenn med $\mathbf{p}(t)=\hat{z}\ p_0 \cos(\omega t)$ befinner sig i luft i punkten (0,0,a) i kartesiska koordinater. I (x,y)-planet ligger ett mycket stort mycket gott ledande plan. Antag att planet befinner sig i strålningszonen till dipolen.

A)Använd speglingsmetoden och randvilkoret för H-fältet för att beräkna den inducerade ytströmtätheten $\mathbf{j}_s(r,\phi,0,t)$ som antennen orsakar i metallplanet.

10poäng

B) Begreppen strålningsresistans, antennförstärkning och direktivitet hittar du i formelsamlingen. Beskriv dessa begrepp och deras betydelse för antenner med ord.

2poäng



Fält 13

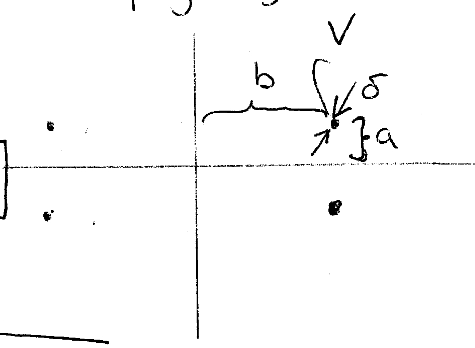
1

EEF031 13/3 - 1999

Lösnings skisser

1 a) $RC = \dfrac{\varepsilon}{\sigma}$

Spegling



$$V = \left[\frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{2a}{\delta} + \frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{2b}{2\sqrt{b^2+a^2}}\right]$$

$$C = l\cdot\frac{\rho_l}{V} = l\,\frac{2\pi\varepsilon}{\ln\frac{2a}{\delta} + \ln\frac{b}{\sqrt{b^2+a^2}}}$$

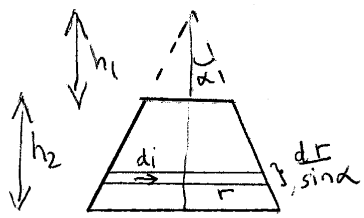
$$\boxed{R = \frac{1}{2\pi\sigma l}\ln\frac{2a\cdot b}{\delta\sqrt{b^2+a^2}}}$$

b) Entydydighets-satsen

c) Se kursliteraturen

2) Ersätt det magnetiska materialet med ekvivalenta strömtätheter:

a) $J_m = \nabla \times M = 0$; $j_m = M \times \hat{n} = \hat{\varphi} M_0 \cos\alpha$



$$dB = \hat{z} \cdot \frac{\mu_0 \, di}{2r} \sin^3\alpha$$

$$di = j_m \frac{dr}{\sin\alpha} = \frac{M_0 \cos\alpha}{\sin\alpha} dr$$

$$B = \hat{z} \frac{M_0 \cos\alpha}{\sin\alpha} \sin^3\alpha \int_{h_1 \tan\alpha}^{(h_1+h_2)\tan\alpha} \frac{dr}{r} =$$

$$= \hat{z} \frac{\mu_0 M_0 \sin^2\alpha \cos\alpha}{2} \ln \frac{h_1+h_2}{h_2}$$

b) sök max för $f(\alpha) = \sin^2\alpha \cos\alpha$

$$f'(\alpha) = \sin\alpha (2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = 0$$

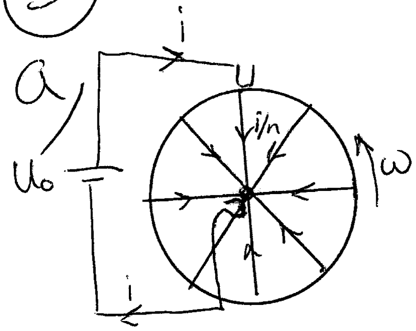
för $\alpha = \arctan\sqrt{2} = 54.7°$

c) Se kursmaterial

3

3

a)



Rörelse emk'n riktad radiell utåt

$$V_{rörelse} = \int_0^a \omega r B_0 \cdot dr = \frac{1}{2}\omega B_0 a^2$$

Kirchof slingekvation: $U_0 - V_{rörelse} = R \cdot \frac{i}{n}$

varav: $i = \frac{n}{R}\left(U_0 - \frac{1}{2}\omega B_0 a^2\right)$

$$P_{mek} = P_{batt} - P_{värme} = U_0 \cdot i - n \cdot R\left(\frac{i}{n}\right)^2 =$$

$$= \frac{n}{R}\left(U_0 - \frac{1}{2}\omega B_0 a^2\right)\frac{1}{2}\omega B_0 a^2$$

b) $T_{mek} = n \cdot \int_0^a r\left(\frac{i}{n} dr B_0\right)$

$P_{mek} = \omega T_{mek}$

c) Se kursmaterialet.

(4) (4)

$$\nabla \times \mathbb{E} = -\frac{\partial \mathbb{B}}{\partial t}$$

a) $\mathbb{E} = \hat{y} E_0 e^{-100z} \cos(10^9 t - \beta x)$

$$B_x = -10^{-7} E_0 e^{-100z} \sin(10^9 t - \beta x)$$

$$B_z = \frac{10^{-9}}{\beta} E_0 \cdot e^{-100z} \cos(10^9 t - \beta x)$$

b) Nej ; E & B ej konstanta i planet vinkelrät mot utbredningsriktningen.

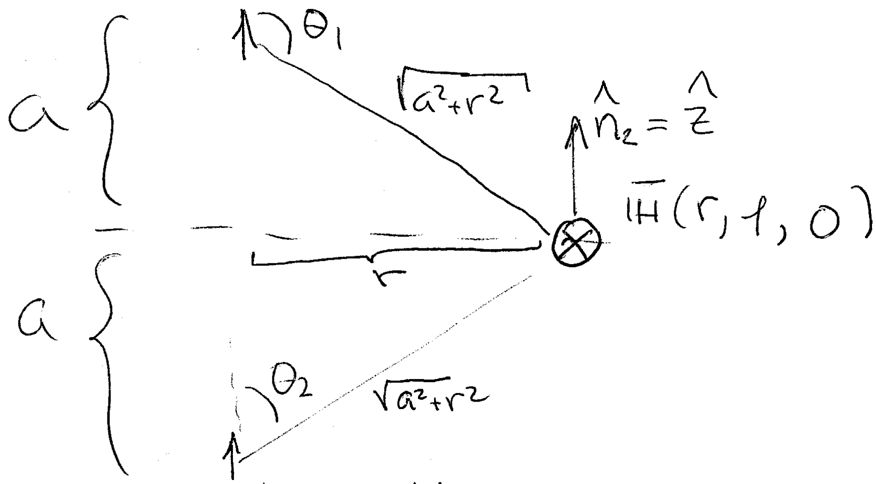
c) Våg ekv.. $\nabla^2 E + \frac{\omega^2}{c^2} E = 0$

$$\beta = \sqrt{10^4 + \frac{10^2}{9}} = 100.06$$

D) Se kursmaterialet.

5 5

a) Spegling av den svängande dipolantennen.



Formel för Hertz dipol:

$$\overline{\mathbb{H}}(r,\varphi,0) = \hat{\varphi}\, 2 \cdot \frac{-\omega^2 p_0 \left(r/\sqrt{a^2+r^2}\right)}{4\pi c \sqrt{a^2+r^2}} \cdot e^{-j\omega\frac{\sqrt{a^2+r^2}}{c}}$$

Randvilkoret för H-fältet:

$$\hat{n}_2 \times \left(\overline{\mathbb{H}}_1 - \overline{\mathbb{H}}_2\right) = \overline{\mathbb{J}}_s$$

$$\overline{H}_2 = 0 \quad \left(\begin{matrix}\text{god ledande}\\ \text{metall}\end{matrix}\right)$$

$$\overline{\mathbb{J}}_s = \hat{z} \times \hat{\varphi} \; \frac{-\omega^2 p_0 r}{2\pi c (a^2+r^2)} \; e^{-j\omega\frac{\sqrt{a^2+r^2}}{c}}$$

$$\boxed{\mathbb{J}_s = \hat{r} \; \frac{\omega^2 p_0 r}{2\pi c (a^2+r^2)} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}\sqrt{a^2+r^2}\right) \; A/m}$$

b) Se föreläsning ant.