

## Dugga i Elektromagnetisk fältteori för F2.

EEF031 2012-11-24 kl. 8.30-12.30

**Tillåtna hjälpmedel:** BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori

**Förfrågningar:** Aidin Razavi, Tel. 0739-138 519, 031-772 4831

**Lösningar:** anslås på kursens hemsida

**Resultatet:** distribueras på föreläsning

**Granskning:** Plats och tid annonseras på kurshemsidan

**Till tentan:** Elektrostatiken (tal 1 och 2) och Magnetostatiken (tal 3 och 4) bedöms var för sig och poängen tillgodoräknas separat på tentan. Även teoridel och problemdel räknas separat. Duggaresultatet räknas om till en procentsats av maxpoängen och respektive tal på tentan kan om så önskas hoppas över med lika många procent av maxpoängen tillgodo. Om man trots poäng tillgodo från duggan väljer att räkna motsvarande tal på tentan gäller bästa resultatet. Resultat från duggan gäller på ordinarie tenta och de två närmast därpå följande omtentamina.

-----

# OBS!

**Svaren på förståelsedelen skall ges direkt på tesen som ska lämnas in**

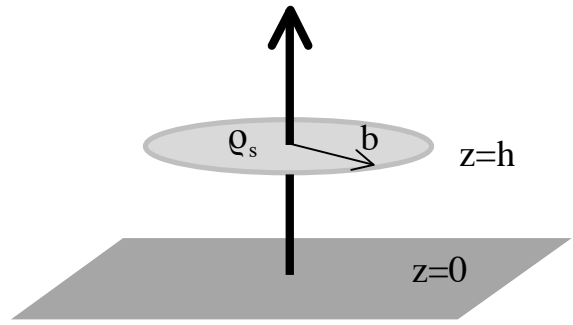
Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras. De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Rätt, Vet ej och Fel. Riktigt svar ger +0.2 poäng oriktigt svar ger -0.2 p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1poäng och man kan därför få 1poäng även med ett vet ej svar.

Anonym kod: .....

# 1 Elektrostatik

## Problemlösningssdel (8 poäng)

a) En cirkulär skiva med radien  $b$  placeras på höjden  $h$  över ett stort ledande plan och orienteras parallellt med planet. Skivan ges en homogen ytladningstäthet  $\rho_s$ . Beräkna det elektriska fältet och motsvarande potential på positiva z-axeln.



## Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- I grunden bygger fysiken i problemlösningssdelen på ett och endast ett postulat om E-fältet.
- I grunden bygger fysiken i problemlösningssdelen på två och endast två postulat om E-fältet.
- Den grundläggande fysiken i problemlösningssdelen ovan bygger **endast** på Gauss lag.
- Den grundläggande fysiken i problemlösningssdelen ovan bygger **endast** på att B-fältet är källfritt.
- Den grundläggande fysiken i problemlösningssdelen ovan bygger **endast** på att E-fältet är källfritt.
- Den grundläggande fysiken i problemlösningssdelen ovan bygger **endast** på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.

ja	?	nej
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Den elektromagnetiska fältteori är ett exempel på en mikroskopisk teori.
- Elektrisk laddning kan förstöras.
- I en makroskopisk teori måste rymdladdningsfördelningar alltid vara konstanta i rummet.
- En laddning i vila omges av ett elektriskt fält.
- En laddning i rörelse omges av ett elektriskt fält.
- Elektrisk laddning kan endast existera i positiva eller negativa heltalsmultipler av elektronens laddning.

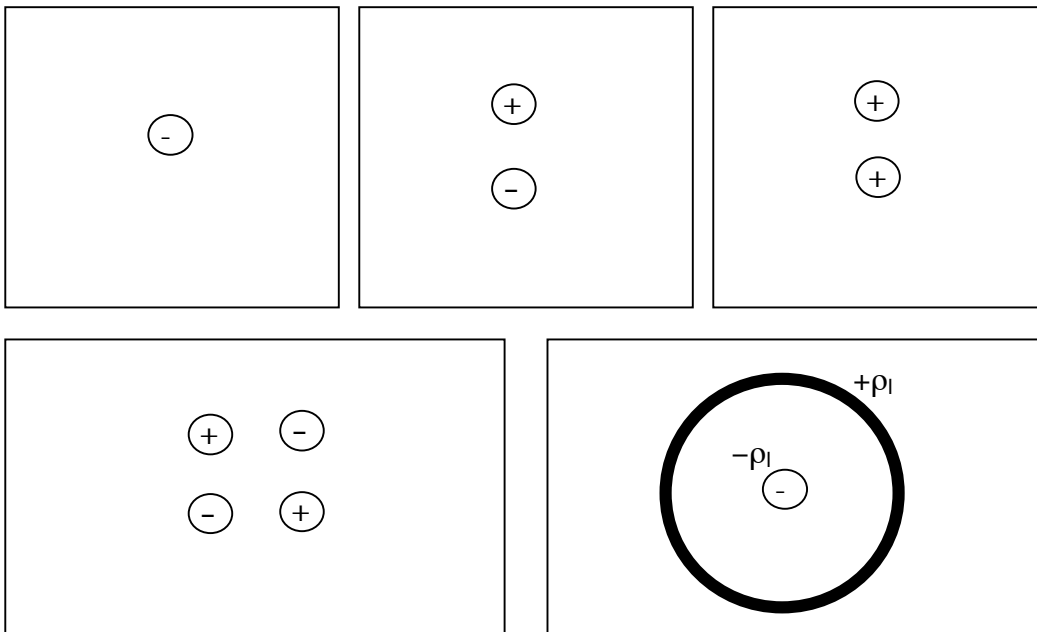
ja	?	nej
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Coulombs lag om kraften mellan två punktladdningar härleds från  $\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho / \epsilon_0$ .
- Poissons ekvation är ett av postulaten i elektrostatiken.
- E-fältslinjerna går från de negativa laddningarna till de positiva laddningarna.
- Vinkeln med vilken E-fältslinjerna skär ekvipotentialytorna beror på fältstyrkan.
- I elektrostatiken existerar det E-fältslinjer som beskriver slutna cirkulära banor.
- E-fältslinjerna går från positiv laddning till negativ laddning.

ja	?	nej
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

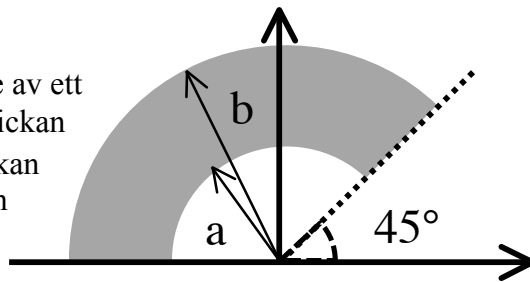
e) Skissa de ekvipotentialytor som finns runt följande laddningsfördelningar. Alla bilder visar olika konfigurationer av positivt och negativt laddade linjeladdningar. För poäng ska det principiella utseendet vara korrekt i hela det markerade kvadratiska området för respektive konfiguration. (1 poäng)



## 2 Elektrostatik

### Problemlösningssdel (8 poäng)

a) Från en cirkulär bricka med ett hål i mitten bestående av ett ledande material har skurits ut ett segment, se figuren. Brickan har tjockleken,  $h$ , och konduktiviteten,  $\sigma$ . Vidare har brickan innerradie,  $a$ , och yterradie  $b$ . Beräkna resistansen mellan de två kortändarna på brickan.



### Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Den grundläggande fysiken i problemlösningssdelen ovan bygger **bland annat** på Gauss lag.

Den grundläggande fysiken i problemlösningssdelen ovan bygger **bland annat** på att B-fältet är källfritt.

Den grundläggande fysiken i problemlösningssdelen ovan bygger **bland annat** på att E-fältet är källfritt.

Den grundläggande fysiken i problemlösningssdelen ovan bygger **bland annat** på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.

Gauss lag på punktform och Gauss lag på integralform är helt ekvivalenta.

Man kan härleda postulatet om rotationen på E-fältet utifrån postulatet om divergensen.

ja ? nej

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

En elektrisk potential kan definieras tack vare att E-fältet är divergensfritt.

Den elektriska potentialen har enheten V/m.

Den elektriska potentialen kan definieras som  $E = -\nabla V$ .

Den elektriska potentialen kan definieras som  $E = \nabla V$ .

Om vi använder  $E = -\nabla V$  som definition av potentialen betyder det att om man rör sig i riktning mot E-fältslinjerna så kommer potentialen att öka.

Den elektrostatiska potentialen är en vektorstorhet.

ja ? nej

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

För en likström är J-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika konduktivitet.

För en likström är J-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika konduktivitet.

För en likström är J-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet men med samma konduktivitet.

För en likström är J-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet men med samma konduktivitet.

Randvillkoret för J-fältets tangentialkomponent härleds utifrån kontinuitetsekvationen.

Randvillkoret för J-fältets normalkomponent härleds utifrån kontinuitetsekvationen.

ja ? nej

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

För att härleda Poissons ekvation räcker det med att ta ett av de elektrostatiska postulaten som utgångspunkt.

Lösningen till Poissons ekvation är inte alltid unik även om randvillkoren uppfylls.

Det är i princip alltid möjligt att lösa Poissons ekvation numeriskt.

Det är i princip alltid möjligt att lösa Poissons ekvation med hjälp av speglingsmetoden.

Poissons ekvation gäller inte för de fall då man sätter potentialen  $V=0$  då  $R \rightarrow \infty$ .

Poissons ekvation är ett specialfall av Laplaces ekvation.

ja ? nej





(i) Use method of images

Case of one disk with charge  $\rho_s$ , in  $xy$ -plane:

$$dq = \rho_s ds = \rho_s r_1 dr_1 d\varphi_1$$

$$R_{12} = \sqrt{z^2 + r_1^2}$$

$$V = \frac{\rho_s}{4\pi\epsilon_0} \int_{\varphi_1=0}^{2\pi} \int_{r_1=0}^b \frac{r_1}{\sqrt{z^2 + r_1^2}} dr_1 = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \left[ \sqrt{z^2 + r_1^2} \right]_{r_1=0}^b$$
$$= \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \left[ \sqrt{z^2 + b^2} - |z| \right]$$

$$\mathbb{E} = -\nabla V = -\hat{z} \frac{\partial V}{\partial z} = \begin{cases} \hat{z} \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \left[ 1 - z(z^2 + b^2)^{-\frac{1}{2}} \right] & z > 0 \\ -\hat{z} \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \left[ 1 + z(z^2 + b^2)^{-\frac{1}{2}} \right] & z < 0 \end{cases}$$

Now for total  $V$  and  $\mathbb{E}$

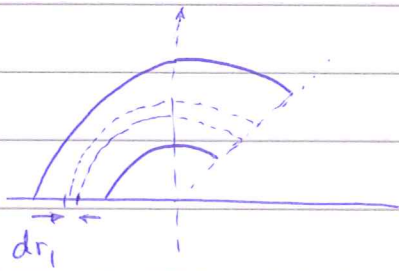
$$V = -\frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \left[ \sqrt{(z+h)^2 + b^2} - (z+h) \right] \quad (\text{term from image disk})$$

$$+ \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \left[ \sqrt{(z-h)^2 + b^2} - |z-h| \right] \quad (\text{term from original disk})$$

$$\mathbb{E} = \hat{z} \frac{-\rho_s}{2\epsilon_0} \left[ 1 - (z+h) \left( (z+h)^2 + b^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \right] + \hat{z} \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \left[ 1 - (z-h) \left( (z-h)^2 + b^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \right] \quad z > h$$

$$\mathbb{E} = \hat{z} \frac{-\rho_s}{2\epsilon_0} \left[ 1 - (z+h) \left( (z+h)^2 + b^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \right] - \hat{z} \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \left[ 1 + (z-h) \left( (z-h)^2 + b^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \right] \quad 0 < z < h$$

② Assume parallel current tubes:



$$dG = \frac{\sigma S}{l}$$

$$l = r_1 \cdot \frac{3\pi}{4}$$

$$S = h \cdot dr_1$$

$$\Rightarrow dG = \frac{\sigma h}{r_1 \frac{3\pi}{4}} dr_1$$

$$G = \int_{r_1=a}^b dG = \frac{4\sigma h}{3\pi} \int_{r_1=a}^b \frac{dr_1}{r_1} = \frac{4\sigma h}{3\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$\Rightarrow R = \frac{1}{G} = \frac{3\pi}{4\sigma h \ln(b/a)}$$

③ Use Ampere's law, select the integration path as circles with radius  $a$ , with the same center a current line.

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_{in} \rightarrow 2\pi r H_\varphi = I_{in}$$

$$\text{I) } r < b \quad J = \frac{I}{\pi b^2} \rightarrow I_{in} = J \cdot \pi r^2 = I \frac{r^2}{b^2}$$

$$H_\varphi^{\text{I}} = \frac{I \frac{r^2}{b^2}}{2\pi r} = \frac{I r}{2\pi b^2}$$

$$B_\varphi^{\text{I}} = \mu_0 H_\varphi^{\text{I}} = \frac{\mu_0 I r}{2\pi b^2}$$

$$\text{II) } b < r < d \quad I_{in} = I$$

$$H_\varphi^{\text{II}} = \frac{I}{2\pi r}$$

$$B_\varphi^{\text{II}} = \mu H_\varphi^{\text{II}} = \frac{\mu I}{2\pi r}$$

$$\text{III) } r > d \quad I_{in} = I$$

$$H_\varphi^{\text{III}} = \frac{I}{2\pi r}$$

$$B_\varphi^{\text{III}} = \mu_0 H_\varphi^{\text{III}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



4) Find the magnetic flux density due to line current, using Ampere's law:

$$B_{\phi} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \rightarrow B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \hat{\phi}$$

$$F_m = I_2 \oint dl \times B = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \oint dl \times \frac{\hat{\phi}}{r}$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \left[ \underbrace{\int_b^{a+b} \hat{r} dr \times \frac{\hat{\phi}}{r}}_{\text{bottom side}} + \underbrace{\int_0^a \hat{z} dz \times \frac{\hat{\phi}}{a+b}}_{\text{right side}} \right]$$

$$+ \left[ \underbrace{\int_b^{a+b} -\hat{r} dr \times \frac{\hat{\phi}}{r}}_{\text{top side}} + \underbrace{\int_0^a -\hat{z} dz \times \frac{\hat{\phi}}{b}}_{\text{left side}} \right]$$

The force on top and bottom sides is equal in opposite directions and will be cancelled out.

$$\Rightarrow F_m = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \left[ \int_0^a \frac{-\hat{r}}{a+b} dz + \int_0^a \frac{\hat{r}}{b} dz \right]$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \cdot \hat{r} \cdot \left( \frac{a}{b} - \frac{a}{a+b} \right) = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \cdot \frac{a^2}{b(a+b)} \hat{r}$$

$\frac{a^2}{b(a+b)}$  is positive and the force is in  $\hat{r}$  direction away from the

line current.