

**Dugga i Elektromagnetisk fältteori för F2.**  
**EEF031 2008-11-22 kl. 8.30-12.30**

- Tillåtna hjälpmedel:** BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
- Förfrågningar:** Xuezhi Zeng, 076-274 31 70
- Lösningar:** anslås på kursens hemsida
- Resultatet:** anslås på kursens hemsida
- Granskning:** Sker på plats och tid enligt resultatlistan
- För godkänt:** Elektrostatiken (tal 1 och 2) och Magnetostatiken (tal 3 och 4) bedöms var för sig så man kan bli godkänd på den ena delen utan att vara godkänd på den andra. På var och en av delarna gäller att man måste ha 60 % av totalpoängen för godkänt, med minst 40 % av totalpoängen på problemlösningssdelen respektive förståelsedelen. Godkänt på elektrostatiken och/eller magnetostatiken medför att första och/eller andra uppgiften på årets ordinarie tenta och omtentor får hoppas över med full poäng.
- Ej godkänt:** Den som inte når upp till gränsen för godkänt får istället ta med sig procenten av duggapoängen och sedan välja om man vill hoppa över elektrostatik- eller magnetostatiktalen på tentamen med samma procentuella poäng.
- 

## **OBS!**

**Svaren på både problemdel och förståelsedelen skall ges direkt på tesen som skall lämnas in.**

Rätt svar i problemlösningssdelen som ej motiveras där en motivering efterfrågas ger noll poäng. Rätt svar men felaktig motivering ger inte heller poäng. Svaren ska få plats på de streckade raderna i tesen.

**Eventuella svar på lösblad beaktas ej.**

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras. De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Rätt, Vet ej och Fel. Riktigt svar ger +0.2poäng oriktigt svar ger -0.2p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1poäng och man kan därför få 1poäng även med ett vet ej svar.

Namn:

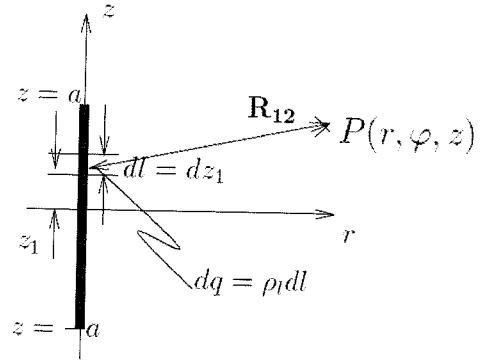
Personnummer:

Email:

# 1

## Problemlösningsdel (8 poäng)

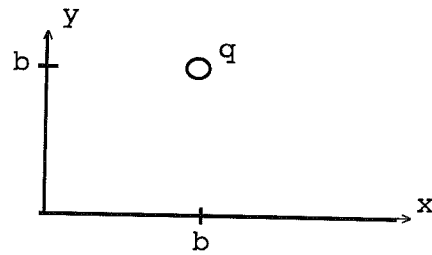
- a) En homogen linjeladdning  $\rho_l$  befinner sig på z-axeln mellan  $z=-a$  och  $z=a$ , se figur. Vi vill beräkna komponenterna  $E_r(r,z)$  och  $E_z(r,z)$  av det elektriska fältet  $\mathbf{E}(r,z)$  i punkten  $P$  med cylinderkoordinaterna  $(r, \varphi, z)$ . Med källpunktsvektorn  $\mathbf{R}_1 = \hat{z}z_1$  och fältpunktsvektorn  $\mathbf{R}_2 = \hat{r}r_2 + \hat{z}z_2$ , är det korrekt att teckna den radiella fältkomponenten som



$$E_r(R_2) = \frac{-\rho_l}{4\pi\epsilon_0} \int_{z_1=-a}^a \frac{z_2 - z_1}{[r_2^2 + (z_2 - z_1)^2]^{3/2}} dz_1 \text{ och motsvarande z-komponent som}$$

$$E_z(R_2) = \frac{\rho_l r_2}{4\pi\epsilon_0} \int_{z_1=-a}^a \frac{1}{[r_2^2 + (z_2 - z_1)^2]^{3/2}} dz_1 ? \text{ Om inte vad är felet? (3 poäng)}$$

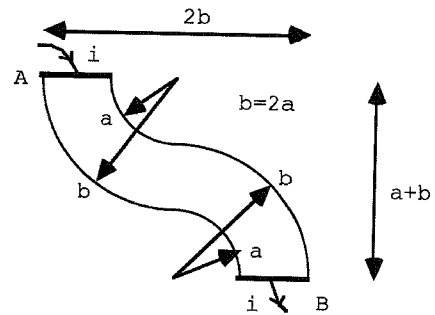
- b) En liten metallsfär med laddningen  $q$  och radien  $a$  befinner sig på avståndet  $b$  ( $a \ll b$ ) från två stora jordade metallplan, se fig. Är det korrekt att teckna



$$\text{kraften på laddningen som } \mathbf{F} = \frac{-q^2}{16\pi\epsilon_0 b^2} [\hat{x} + \hat{y}] ?$$

Om inte vad är fel, och vad blir i så fall kraften efter att felet är korrigerat? (2 poäng)

- c) Vi vill uppskatta resistansen i en platta formad som två kvartscirkelformade element med tjockleken  $d$  och konduktivitet  $\sigma$ . Se bilden. Vi uppskattar sedan resistansen på följande sätt.



Först beräknas resultatet för en kvartscirkel och multipliceras med 2. Konduktansen för kvartscirkelformade strömrör:

$$dG = \frac{2\sigma d}{\pi} dr. \text{ Sedan integreras}$$

strömrören över kvartscirkeln enligt:

$$G = \int_{r=a}^b \frac{2\sigma d}{\pi} dr = \frac{2\sigma d}{\pi} \ln(b/a). \text{ Resistansen för de två}$$

kvartscirkelformade elementen beräknas sen som

$$R = \frac{2}{G} = \frac{\pi}{\sigma d} \frac{1}{\ln(b/a)}. \text{ Ger detta en övre eller undre uppskattning av resistansen hos plattan}$$

formad enligt bilden. Motivera ditt svar. (3 poäng)

**Förståelsedel (4 poäng)**

**d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

	ja	?	nej
I grunden bygger uppgift a på ett och endast ett postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a på två och endast två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

	ja	?	nej
Coulombs lag härleds ifrån att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laplaces ekvation kan härledas direkt från postulaten i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd från en elektrisk dipol avtar det elektriska fältet som $1/R^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På litet avstånd från en elektrisk dipol avtar det elektriska fältet som $1/R^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Potentialen från en elektrisk dipol kan fås genom att lösa genom att lösa Poissons ekvation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Coulombs lag uttrycker hur mycket energi som finns lagrat i fältet från en punktladdning	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

	ja	?	nej
Det elektrostatiska fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det elektrostatiska fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det elektrostatiska fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det elektrostatiska fältet i en perfekt ledare är alltid konstant lika med noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vakuum har den relativa permittiviteten $\epsilon_r=1,0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Luft har en något lägre relativ permittivitet än vakuum.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

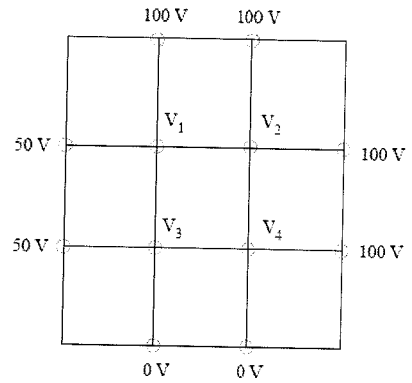
**g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

	ja	?	nej
Källan till förskjutningsfältet $D$ är de bundna laddningarna..	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Dielektriska egenskaper modelleras med elektriska monopoler.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Summan av polarisationsyt-laddningstätheten och polarisationsladdningstätheten för ett oladdat objekt blir alltid noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Källan till E-fältet är laddningstätheten hos de fria laddningarna plus polarisationsladdningarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Resistansen mellan två ledare är alltid relaterad till kapacitansen via de dielektriska parametrarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Elektrostatiken är en mikroskopisk modell.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

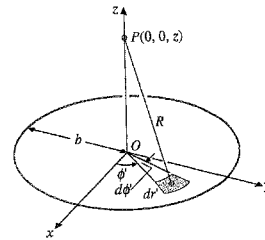
## 2

### Problemlösningsdel (8 poäng)

- a) Ställ upp den matrisekvation som ska lösas för att numeriskt bestämma potentialerna  $V_1, V_2, V_3, V_4$  i bilden här intill. Ekvationen ska vara en numerisk approximation av Laplace ekvation. Förenkla så långt att du kan skriva på formen  $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$  där  $\mathbf{A}$  är en matris,  $\mathbf{x}=[V_1 V_2 V_3 V_4]^T$  och  $\mathbf{b}$  är vektorer. Systemet behöver inte lösas. (3 poäng)



- b) Skriv upp en integral för att beräkna potentialen rakt ovanför en cirkulär skiva med radien  $b$  som är centrerad i origo och har en godtycklig ytladdningstäthet,  $\rho_s(r', \Phi')$ . Använd beteckningar ur figuren. Integralen behöver  $\mathbf{e}_j$  beräknas. (2 poäng)



- c) En sfäriskt symmetrisk rymdladdningstäthet i vakuum,  $\rho(R)$ , ger upphov till en sfäriskt symmetrisk potential  $V(R) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0(R+a)}$ . Är motsvarande rymdladdningstäthet  $\rho(R) = \frac{qa}{2\pi\epsilon_0 R(R+a)^3}$ ? Om inte, vad är den? Hur kom du fram till svaret? (3 poäng)

.....  
 .....

### Förståelsedel (4 poäng)

#### d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Gauss lag på punktform kan bevisas matematiskt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Att E-fältet är konservativt kan bevisas matematiskt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

#### e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Potentialen från en godtycklig fördelning av positiv laddning avtar som $1/R$ på stort avstånd.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Potentialen från en godtycklig fördelning av negativ laddning avtar som $1/R$ på stort avstånd.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Potentialen från en godtycklig fördelning av positiv och negativ laddning avtar som $1/R$ på stort avstånd.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Potentialen från en godtycklig laddningsfördelning kan beräknas med Laplaces ekvation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Speglingsmetoden kan alltid användas för att lösa Poissons ekvation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektriska suseptibiliteten är en materialparameter som relaterar potential till E-fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

#### f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I elektrostatiken är D-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken är D-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken är E-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken är E-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för E-fältets tangentialkomponent härleds från Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för E-fältets normalkomponent härleds från att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

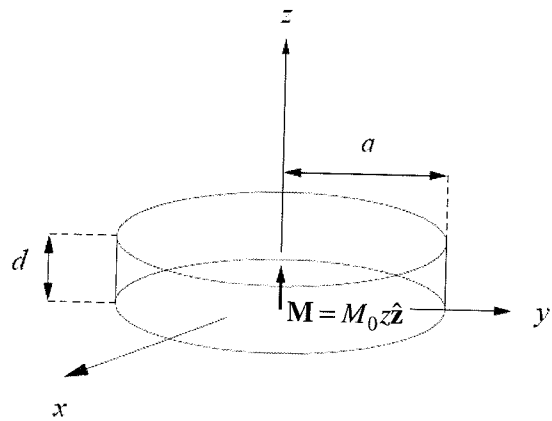
#### g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Det elektriska fältet är en vektorstorhet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektrisk potentialen är en vektorstorhet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E-fältet från en elektrisk dipol är inte rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ohms lag härleds i kursen för ett material där konvektionsströmmar dominerar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vid resistansberäkningar kan man beräkna en approximativ undre gräns genom att lägga in ekvipotentialytor i materialet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vid resistansberäkningar kan man beräkna en approximativ undre gräns genom att lägga in strömrör i materialet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### 3

#### Problemlösningsdel (8 poäng)

- a) En cirkulär platta av magnetmaterial har radien  $a$  och tjockleken  $d$  och ligger på  $xy$ -planet. Plattans magnetisering varierar med  $z$  enligt  $\mathbf{M} = M_0 z \hat{\mathbf{z}}$ . Vad är de ekvivalenta magnetiska volym- och ytströmtätheterna? (2 poäng)

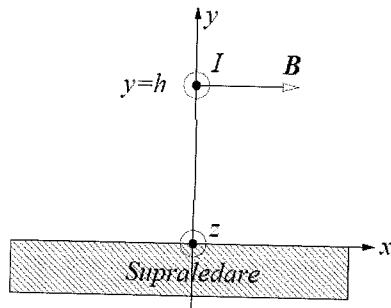


.....  
 .....

- b) Skriv upp ett integraluttryck för att beräkna  $\mathbf{B}$ -fältet på  $z$ -axeln i punkten  $z=d$ . Integralen behöver **ej** beräknas. (3 poäng)

.....

- c) En mycket lång, rak strömförande ledare med cirkulärt tvärsnitt svävar utan mekaniskt stöd parallellt över ett stort horisontellt supraledande plan. Är det korrekt att skriva kraften som verkar på längden  $l$  av ledaren som:  $\mathbf{F}_m = \int_L d\mathbf{l} \times \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I l}{4\pi h} \hat{\mathbf{y}}$ ? Om inte, vad är korrekt uttryck? Motivera svaret. (3 poäng)



.....  
 .....

**Förståelsedel (4 poäng)**

**d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

	ja	?	nej
I grunden bygger uppgift a på ett och endast ett postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a på två och endast två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

	ja	?	nej
Faradays lag är ett av postulaten i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Att B-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material är ett resultat av att B-fältet är källfritt	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en given strömfördelning kan Biot-Savarts lag alltid användas i magnetostatiken för att beräkna magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en given strömfördelning kan Amperes lag alltid användas i magnetostatiken för att beräkna magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Biot-Savarts lag kan endast användas då man integrerar över en sluten slinga.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Magnetfältet från en ändligt lång, rak ledare kan beräknas genom att lägga in en Ampreslinga runt ledaren och lösa ut fältet från integralen i Amperes lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

	ja	?	nej
Man kan välja divergensen av den magnetiska vektorpotentialen fritt	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En laddad partikel i vila påverkas av en kraft som är proportionell mot magnetfältet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Varje komponent av den magnetiska vektorpotentialen uppfyller Poissons ekvation	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det magnetiska flödet genom en yta kan beräknas som en linjeintegral av den magnetiska vektorpotentialen längs den slinga som begränsar ytan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska susceptibiliteten uttrycker förhållandet mellan magnetiseringsfältet och H-fältet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan härleda Amperes lag med hjälp av att man antar att magnetfältet är källfritt	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

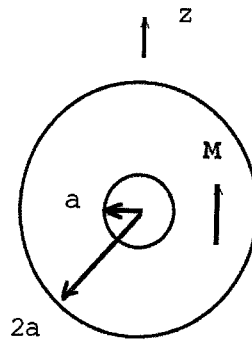
**g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

	ja	?	nej
Randvillkoret för B-fältets normalkomponent härleds från att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En laddad partikel som rör sig i ett i tiden konstant magnetfält ökar inte sin hastighet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

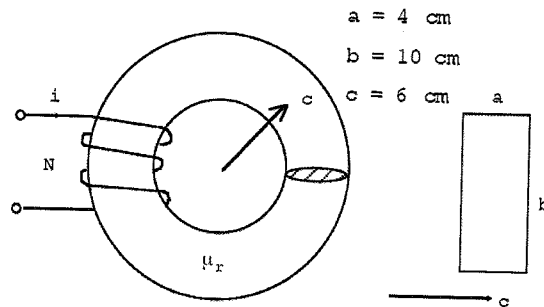
# 4

## Problemlösningsdel (8 poäng)

- a) Ett tjockväggigt sfäriskt skal av permanentmagnetmaterial med innerradie  $a$  och yterradie  $2a$  har sitt centrum i origo i ett sfäriskt koordinatsystem  $(R, \theta, \varphi)$ . Skalet är homogent magnetiserat i  $z$ -riktningen, d.v.s.  $\mathbf{M} = M_0 \hat{z}$ . **Ledning:**  $\mathbf{H}$ -fältet från en massiv, homogent magnetiserad sfär med radie  $R_1$  och magnetisering  $\mathbf{M} = M_0 \hat{z}$  är utanför sfären ett dipolfält från en magnetisk dipol  $\mathbf{m} = \hat{z} M_0 \cdot 4\pi R_1^3 / 3$  belägen i sfärens centrum. Skriv upp ett uttryck på fältet utanför den stora sfären. (2 poäng)



- b) Slingan till höger är uppbyggd av en järnkärna med  $\mu_r = 2500$  och en lindning med  $N=2500$  varv. Järnkärnan har ett kvadratisk tvärsnitt med mått enligt figuren. I tråden går strömmen  $i = 2A$ . Vad är reluktansen hos järnkärnan och hur stort är det magnetiska flödet i järnkärnan? (3 poäng)



- c) Teckna ett uttryck för den magnetiska energin som finns upplagrad i ovanstående krets. Integralen behöver inte beräknas. (3 poäng)



**Förståelsedel (4 poäng)**

<b>d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
I grunden bygger uppgift <b>a</b> på ett och endast ett postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift <b>a</b> på två och endast två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift <b>a</b> på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift <b>a</b> på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift <b>a</b> på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift <b>a</b> på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
Lorentz kraften beror på B- och E-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen från en strömförande tråd cirkulerar runt tråden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\text{Div}(\mathbf{J})=0$ är en konsekvens av att laddningstätheten är konstant i tiden, vilket är fallet i statiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om vi använder metoden med virtuella förflyttningar för att beräkna den magnetiska kraften kan både flöde och ström hållas konstanta under den tänkta förflyttningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om man håller strömmen konstant blir kraften större än om man håller flödet konstant eftersom batteriet i det fallet levererar energi till systemet för att hålla strömmen konstant.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om vi håller det magnetiska flödet konstant ska vi ha ett minustecken framför derivatan av energin.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
Den magnetiska vektorpotentialen är entydigt bestämd utifrån Maxwells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Varje komponent av den magnetiska vektorpotentialen uppfyller Poissons ekvation	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reluktans för en magnetfältskrets motsvarar ungefär resistans för en elektrisk krets.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Magnetiskt flöde för en magnetfältskrets motsvarar ungefär spänning i en elektrisk krets.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I en konstant magnetiserad cylinder med magnetiseringsvektorn längs cylinderns centrumaxel får man en volymmagnetiseringstäthet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältets roll i magnetostatiken påminner om D-fältets roll i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
Sambandet mellan B- och H-fältet är linjärt för gjutjärn.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En permanentmagnet kan ses som ett homogent material där magnetiseringsvektorn pekar åt samma håll i alla delar av materialet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I en elektrisk motor vill man ha ett magnetiska material med en bred hystereskurva.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetostatiska energin för en ensam slinga är proportionell mot strömmen i slingan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetostatiska energin för en ensam slinga är proportionell mot flödet genom slingan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetostatiska energin kan uttryckas som en integral antingen i E- och H-fältet eller i A- och J-fältet, integrationegränserna är dock samma i dessa två fall.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

# Problem 1

$$a) \quad \vec{E}_r(R_2) = \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0} \int_{-a}^a \frac{r_2}{[r_2^2 + (z_2 - z_1)^2]^{3/2}} dz_1$$

$$\vec{E}_z(R_2) = \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0} \int_{-a}^a \frac{(z_2 - z_1)}{[r_2^2 + (z_2 - z_1)^2]^{3/2}} dz_1$$

$$b) = \quad \vec{F} = \frac{-q^2}{16\pi\epsilon_0 b^2} (\hat{x} + \hat{y}) + \frac{q^2}{32\pi\epsilon_0 b^2} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{x} + \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{y} \right]$$

$$\text{or} = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 b^2} \left[ \left(-1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \hat{x} + \left(-1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \hat{y} \right]$$

c) Det är undre uppskattning av resistansen. Det här resistans beräknade för approximativ potentialfördelning. Varje approximativ potentialfördelning ger för litet värde på den därmed beräknade resistansen.

Vi gör approximationen att gränssnittet mellan de två kvarts-cirkelformade elementen är en ekvipotentialytan. Efter den här approximationen, kan resistansen för en kvarts-cirkel beräknas exakt enligt Laplaces ekvation.

## Problem 2

a)

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -150 \\ -200 \\ -50 \\ -100 \end{bmatrix}$$

b)

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \int_0^b \frac{r' \rho_s(r', \phi')}{(z^2 + r'^2)^{3/2}} dr' d\phi'$$

c)

$$\rho(R) = \frac{q a}{2\pi R (R+a)^3}$$

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$\nabla \cdot (\epsilon \vec{E}) = \rho \Rightarrow -\epsilon_0 \nabla \cdot (\nabla V) = \rho$$

### Problem 3

a)

magnetiska Volym-strömtätheter:  $\vec{J}_m = \nabla \times \vec{M} = \nabla \times (M_0 z \hat{z}) = 0$

magnetiska Ytströmtätheter:  $\vec{J}_{ms} = \vec{M} \times \hat{n} = (M_0 z \hat{z}) \times \begin{cases} -\hat{z} & \text{på botten} \\ \hat{y} & \text{på manteln} \\ \hat{z} & \text{på locket} \end{cases}$

$$= \begin{cases} 0 \\ M_0 z \hat{e} \\ 0 \end{cases}$$

b)  $\vec{B} = \int_0^d \frac{\mu_0 a M_0 z [(d-z)\hat{y} + a\hat{z}]}{z[a^2 + (d-z)^2]^{3/2}} dz$  or  $\vec{B} = \int_0^d \frac{\mu_0 a^2 M_0 z \hat{z}}{z[a^2 + (d-z)^2]^{3/2}} dz$  (Due to symmetry)

c)  $\vec{F}_m = \int_L I d\vec{l} \times \vec{B} = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi h} \hat{y}$  (använder spejlingsmetoden)

# Problem 4

a)  $\vec{H} = \frac{Ia^3\mu_0}{3R^3} [\hat{R} 2\cos\theta + \hat{\theta} \sin\theta]$  or  $\vec{B} = \frac{Ia^3\mu_0\mu_0}{3R^3} [\hat{R} 2\cos\theta + \hat{\theta} \sin\theta]$

b) Reluktansen

$$R = \frac{2\pi}{\mu_0\mu_r b \ln \frac{2c+a}{2c-a}} = 2.8854 \cdot 10^4$$

magnetiska flödet

$$\Phi_B = \frac{NI\mu_0\mu_r b}{2\pi} \ln \frac{2c+a}{2c-a} \approx 0.1733 \text{ Wb}$$

or

Om vi antar H är konstant över hela tvärsnittet:

$$R = \frac{L}{\mu A} = \frac{2\pi c}{\mu_0\mu_r ab} = 3.0 \cdot 10^4$$

$$\Phi_B = BA = \frac{NI\mu_0\mu_r ab}{2\pi c} = 0.1667 \text{ Wb}$$

c) magnetiska energin

$$\begin{aligned} W_m &= \frac{1}{2} \int \frac{B^2}{\mu} dV \\ &= \frac{1}{2} \int_{c-\frac{a}{2}}^{c+\frac{a}{2}} \frac{\mu_0\mu_r N^2 I^2 b}{2\pi y} dy \\ &= \frac{\mu_0\mu_r N^2 I^2 b}{4\pi} \ln \frac{2c+a}{2c-a} \end{aligned}$$

or

Om vi antar H är konstant över hela tvärsnittet:

$$\begin{aligned} W_m &= \frac{1}{2} \int \frac{B^2}{\mu} dV \\ &= \frac{N^2 I^2 \mu_0\mu_r ab}{4\pi c} \end{aligned}$$

or

$$\begin{aligned} W_m &= \frac{1}{2} \Phi_B NI \\ &= \frac{I^2 \mu_r \mu_0 N^2 b}{4\pi} \ln \frac{2c+a}{2c-a} \end{aligned}$$

or

$$W_m = \frac{1}{2} \Phi_B NI = \frac{N^2 I^2 \mu_0\mu_r ab}{4\pi c}$$