

Dugga i Elektromagnetisk fältteori för F2.

EEF031 2006-11-25 kl. 8.30-12.30

Tillåtna hjälpmedel:	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
Förfrågningar:	Andreas Fhager, 073-6731530
Lösningar:	anslås på kursens hemsida
Resultatet:	anslås på kursens hemsida
Granskning:	Sker på plats och tid enligt resultatlistan
Kom ihåg	Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.

För godkänt: Elektrostatiken (tal 1 och 2) och Magnetostatiken (tal 3 och 4) bedöms var för sig så man kan bli godkänd på den ena delen utan att vara godkänd på den andra. På var och en av delarna gäller att man måste ha 60 % av totalpoängen för godkänt, med minst 40 % av totalpoängen på problemlösningssdelen respektive förståelsedelen. Godkänt på elektrostatiken och/eller magnetostatiken medför att första och/eller andra uppgiften på tentan får hoppas över med full poäng.

OBS!

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som skall lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras.

De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Rätt, Vet ej och Fel. Riktigt svar ger +0.2poäng oriktigt svar ger -0.2p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng.

Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1poäng och man kan därför få 1poäng även med ett vet ej svar.

Namn:

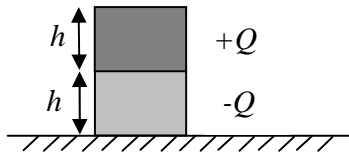
Personnummer:

Email:

1

Problemlösningssdel (8 poäng)

a) En cylinder med höjden $2h$ står på ett stort, jordat, ledande plan. Övre halvan av cylindern har laddningen Q likformigt fördelad över volymen. Undre halvan av cylindern har laddningen $-Q$ likformigt fördelad över volymen. Beräkna ytladdningstätheten på stort avstånd s från cylindern.



Förståelsedel

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I grunden bygger problemlösningssdelen på ett postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningssdelen på två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningssdelen på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningssdelen på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningssdelen på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningssdelen på att rotationen av H-fältet är den fria strömstätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Coulombs lag är ett av postulaten i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laplaces ekvation kan härledas direkt från postulaten i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd från en elektrisk dipol avtar fältet som $1/R^3$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På litet avstånd från en elektrisk dipol avtar potentialen som $1/R^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Enda sättet att beräkna potentialen från en elektrisk dipol är genom att lösa Poissons ekvation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Coulombs lag uttrycker hur mycket energi som finns lagrat i fältet från en punktladdning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Eftersom divergensen av det elektrostatiska fältet är skild från noll kan en potential definieras.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Enda sättet att definiera den elektrostatiska potentialen är som $E = -\nabla V$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektrostatiska potentialen V uppfyller entydigt Poissons ekvation om randvillkoren är uppfyllda.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poissons ekvation kan härledas från de elektrostatiska postulaten om man antar att kontinuitetsekvationen gäller.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Riktningen hos det elektrostatiska fältet är från den negativa laddningen till den positiva.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektrostatiska potentialen V är en vektorstorhet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

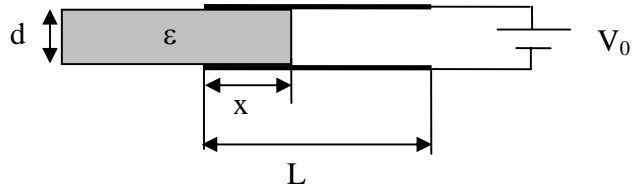
	ja	?	nej
Källan till förskjutningsfältet D är de fria laddningarna plus polarisationsladdningarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Alla material har alltid ett linjärt samband ($D = \epsilon E$) mellan E- och D-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Polarisationsfältet P är fältet från de fria laddningarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kapacitansen hos en kondensator beror på hur stor spänning man lägger på.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Resistans och kapacitans mellan två ledare är helt oberoende av varandra.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Gauss lag är lämplig att använda för att bestämma potentialen från en mycket kort linjeladdning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En kondensator vars kondensatorplattor har bredden w , längden L och avståndet mellan plattorna d har ett solitt dielektriskt material med permittivitet ϵ mellan plattorna.

Kondensatorn ansluts till spänningen V_0 med hjälp av ett batteri, se figur. Antag att det dielektriska materialet sedan flyttas till en position enligt figuren. Gör rimliga antaganden och bestäm kraften på det



dielektriska materialet. Om man istället kopplar in batteriet, placerar det dielektriska materialet i position enligt figuren, och sen kopplar bort batteriet, vad händer då med kraften? Visa med en beräkning.

Förståelsedel

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Gauss lag på punktform kan bevisas matematiskt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Att E-fältet är konservativt kan bevisas matematiskt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Ohms lag härleds i kursen för ett material där konvektionsströmmar dominerar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vid resistansberäkningar kan man beräkna en approximativ övre gräns genom att lägga in ekvipotentialytor i materialet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vid resistansberäkningar kan man beräkna en approximativ undre gräns genom att lägga in ekvipotentialytor i materialet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en given laddningsfördelning kan det elektrostatiske fältet alltid beräknas med hjälp av Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det går bara att använda Gauss lag för att beräkna innesluten laddning om man kan hitta en Gaussyta med konstant fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det elektrostatiske fältet på stort avstånd från en godtycklig laddningsfördelning kan beräknas med hjälp av Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I elektrostatiken är E-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken är E-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken är D-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken är D-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för E-fältets tangentialkomponent härleds från att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för E-fältets normalkomponent härleds från att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

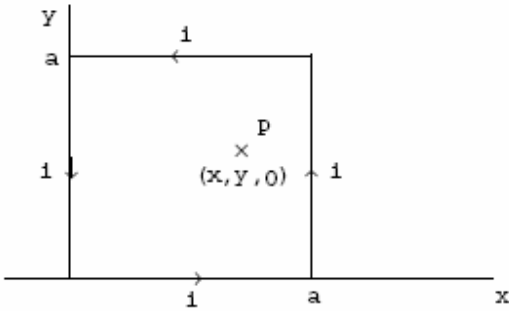
e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
En elektrisk dipol används som modell när man vill beskriva de elektriska egenskaperna hos ett material	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Dipolmomentet hos en elektrisk dipol beror ej på avståndet mellan laddningarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E-fältet från en elektrisk dipol är inte rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Permanentmagneter har ett permanent polarisationsfält P .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
M fältet spelar samma roll i magnetostatiken som polarisationsfältet P i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektriska suseptibiliteten är en materialparameter.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En kvadratisk strömslinga med sidan $a=7$ meter och strömmen $i=5A$ ligger i xy -planet, Beräkna storlek och riktning hos magnetfältet i punkten P med koordinaterna $(3,3,0)$



Förståelsedel

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I grunden bygger uppgift a) på ett postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Biot-Savarts lag är ett av postulaten i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Amperes lag är ett av postulaten i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Att B-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material är ett resultat av att B-fältet är källfritt	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en given strömfördelning kan Biot-Savarts lag alltid användas i magnetostatiken för att beräkna magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en given strömfördelning kan Amperes lag aldrig användas i magnetostatiken för att beräkna magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Magnetfältet från en oändligt lång rak ledare fås lätt från Amperes lag genom att på lämpligt sätt lägga in en Ampereslinga och plocka ut B-fältet utanför integralen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Man kan välja divergensen av den magnetiska vektorpotentialen fritt	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En laddad partikel i vila påverkas av en kraft som är proportionell mot magnetfältet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Varje komponent av den magnetiska vektorpotentialen uppfyller Poissons ekvation	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det magnetiska flödet genom en yta kan beräknas som en linjeintegral av den magnetiska vektorpotentialen längs den slinga som begränsar ytan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska susceptibiliteten uttrycker förhållandet mellan magnetiseringsfältet och B-fältet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan härleda Amperes lag med hjälp av att man magnetfältet är källfritt	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
En magnetisk dipol används som modell när man vill beskriva de magnetiska egenskaperna hos ett material	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I ett magnetiserat material kan man ha magnetiseringsströmmar. Dessa används för att beräkna magnetfältet på samma sätt som fria strömmar i vakuum.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
M fältet spelar samma roll i magnetostatiken som polarisationsfältet P i elektrostatiken	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det magnetiska flödet spelar liknande roll i magnetostatiken som dielektricitetskonstanten gör i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Permanentmagneter har ett permanent magnetiseringsfält M.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Linjeintegralen av H fältet längs en sluten kurva är noll för en permanentmagnet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

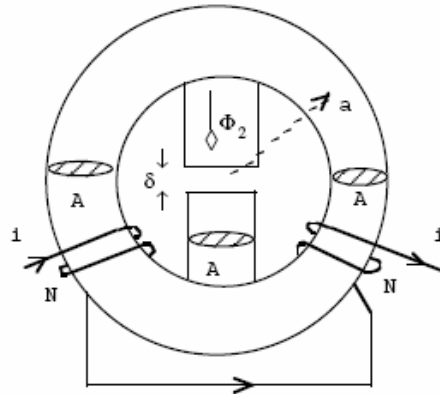
4

Problemlösningsdel (8 poäng)

a)

I en magnetisk krets enligt figuren vill man ha ett magnetiskt flöde $\Phi_2 = 6 \cdot 10^{-4}$ Vs genom luftgapet. Beräkna erforderlig ström, om de båda lindningarna är seriekopplade och samverkar i mittbenet. Luftgapslängden $\delta = 2$ mm, medelradien $a = 10$ cm, tvärsnittsytan för flödet $A = 4$ cm², $N = 3000$ varv.

Materialet är linjärt och dess magnetiseringskurva kan approximeras med $B = 10^{-4}H$. Finns några värmeförluster från domänrörelser i materialet? Finns några andra värmeförluster?



Förståelsedel

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Magnetfältet i luftgapet i uppgift a) är större än i järnkärnan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältet i luftgapet i uppgift a) är större än i järnkärnan..	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Magnetostatiska energitätheten i luftgapet i uppgift a) är större än i järnkärnan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I uppgift a) ovan använder man lämpligen Amperes lag	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vänder man riktningen på en av lindningarna i a) ovan ökar flödet i luftgapet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Parallellkopplar man lindningarna i a) ovan minskar flödet i luftgapet om strömmen är oförändrad	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Vid härledningen av Biot-Savarts lag använder man det magnetiska vektorpotentialen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan skriva upp Biot-Savarts lag för en ytström	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan skriva upp Biot-Savarts lag för en strömförande tråd	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det magnetiska dipolmomentet för olika atomer i en metall är ofta riktade åt samma håll	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det magnetiska dipolmomentet ingår i härledningen av uttrycket för magnetiseringsfältet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Volymsmagnetiseringsströmtätheten är ändlig för konstanta magnetiseringsfält	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

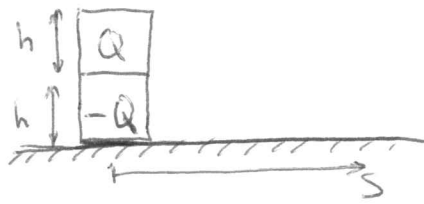
	ja	?	nej
Man kan välja rotationen av den magnetiska vektorpotentialen fritt	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska susceptibiliteten är en materialegenskap	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska permeabiliteten är en materialegenskap	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Varje komponent av den magnetiska vektorpotentialen uppfyller Laplace ekvation	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältet och magnetiseringsfältet är alltid riktade åt samma håll i en permanentmagnet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältets normalkomponent är kontinuerlig mellan två magnetiska material	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Ferromagnetiska material har små relativa permeabilitetstal	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Paramagnetiska material har stor relativa permeabilitetstal	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ferromagnetiska material har stor relativa permeabilitetstal	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Hystereskurvens bredd är ett mått på energiförluster när man varierar magnetiseringen i ett material	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetostatiska energin för en ensam slinga beror på strömmen i slingan i kvadrat	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetostatiska energin för en ensam slinga beror på flödet genom slingan i kvadrat	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

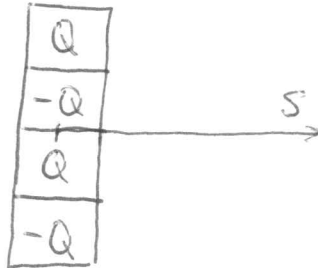
Dugga 061125

1



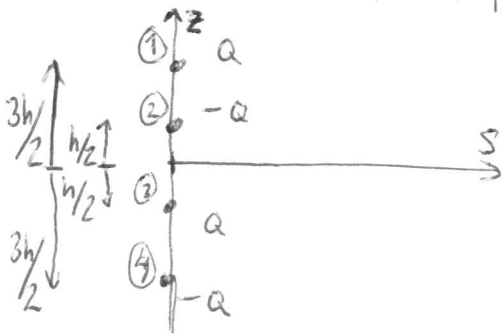
Beräkna ytladdningstätheten på stort avstånd s från laddningarna

Använd spegling enligt denna bild



Vi kan också anta att laddningarna ser ut som punkt-laddningar på långt håll. Därför använder vi uttrycket för elektriska dipolen $E = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 R^3} [2\hat{r} \cos\theta + \hat{\theta} \sin\theta]$ där p är dipolmomentet hos den elektriska dipolen.

Vi löser därför följande problem



Vi betraktar laddning ①-④ som en dipol och ②-③ som en dipol med motsatt polaritet.

Pga symmetrin kommer endast $\hat{\theta}$ -komponenten i fältuttrycket bidra till det totala fältet.

Vi kan därför skriva E -fältet i pt s som

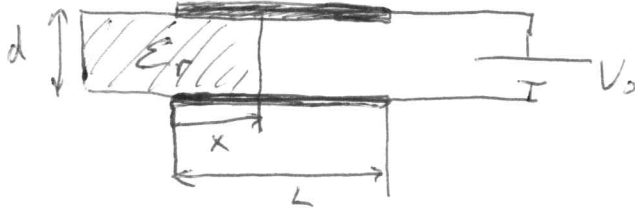
$$E(s) = \frac{3Qh}{4\pi\epsilon_0 s^3} (-\hat{z}) + \frac{Qh}{4\pi\epsilon_0 s^3} \hat{z} = -\frac{2Qh}{4\pi\epsilon_0 s^3} \hat{z} = -\frac{Qh}{2\pi\epsilon_0 s^3} \hat{z}$$

Ytladdningstätheten ρ_s från uttrycket för D -fältets randvillkor

$$D_{zn} - D_{in} = \rho_s. \text{ I jordplanet är det fältfritt så } D_{in} = 0$$

$$\text{Således får vi } \rho_s = D_{zn} = \epsilon_0 E(s) = -\frac{Qh}{2\pi\epsilon_0 s^3} \hat{z}$$

2



Vi beräknar kraften med hjälp av virtuella förflyttning
 Vi börjar med att anta att fältet endast utbreder sig mellan de två plattorna. Utanför finns inget fält. Då kan vi behandla de två delarna som parallellkopplade kondensatorer vardera med kapacitansen $C = \frac{\epsilon S}{d}$

Kapacitans hos varje del $C_{\text{stav}} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r x w}{d}$; $C_{\text{luft}} = \frac{\epsilon_0 (L-x) w}{d}$

Energin hos kondensatorn fås som $W_e = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} Q V = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$

$$\begin{aligned} \text{Total energi } W_e &= \frac{1}{2} (C_{\text{stav}} + C_{\text{luft}}) V_0^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_0 \epsilon_r x w}{d} + \frac{\epsilon_0 (L-x) w}{d} \right) V_0^2 \\ &= [L + (\epsilon_r - 1)x] \frac{\epsilon_0 V_0^2 w}{2d} \end{aligned}$$

Om vi håller spänningen konstant på kondensatorn betyder det att kraften räknas ut som $F = \frac{\partial W_e}{\partial x} = \frac{(\epsilon_r - 1) \epsilon_0 V_0^2 w}{2d}$

Om vi istället kopplar bort spänningskällan och ser räkna ut kraften på den dielektriska staven betyder det att det är laddningen på plattorna som ska hållas konstant.

Denna laddning fås som $Q = C V = \left(\frac{\epsilon_0 \epsilon_r x w}{d} + \frac{\epsilon_0 (L-x) w}{d} \right) V_0$

Då kan vi skriva energin som

$$W_e = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_{\text{stav}} + C_{\text{luft}}} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\frac{\epsilon_0 \epsilon_r x w}{d} + \frac{\epsilon_0 (L-x) w}{d}} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{[L + (\epsilon_r - 1)x] \frac{\epsilon_0 w}{d}}$$

Med Q konstant fås kraften

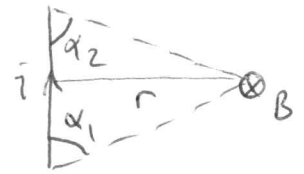
$$F = - \frac{\partial W_e}{\partial x} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\left([L + (\epsilon_r - 1)x] \frac{\epsilon_0 w}{d} \right)^2} \cdot \frac{(\epsilon_r - 1) \epsilon_0 w}{d} \stackrel{\left\{ \begin{array}{l} \text{sätt in uttrycket} \\ \text{på } Q \text{ ovan} \end{array} \right\}}{=} \frac{(\epsilon_r - 1) \epsilon_0 w V_0^2}{2d}$$

Slutsatsen blir att kraften ej förändras om vi kopplar in eller ur batteriet.

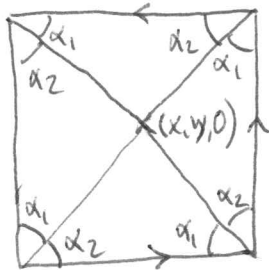
3

Använd uttrycket för magnetfältet från en ändlig strömbäara

$$B(r, z) = \hat{\varphi} \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \frac{\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2}{z}$$



Använd detta fyra gånger på den kvadratiska strömslungan



Alla strömslingor ger ett magnetfältbidrag som samverkar i pt $(x, y, 0)$ och som är riktat i z-led

Då kan vi skriva magnetfältet i punkten $(x, y, 0)$ som

$$B(x, y, 0) = \hat{z} \frac{\mu_0 i}{4\pi} \left[\left(\frac{a-y}{\sqrt{(a-x)^2 + (a-y)^2}} + \frac{y}{\sqrt{(a-x)^2 + y^2}} \right) \frac{1}{a-x} + \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + (a-y)^2}} + \frac{a-x}{\sqrt{(a-x)^2 + (a-y)^2}} \right) \frac{1}{a-y} \right. \\ \left. + \left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{a-y}{\sqrt{x^2 + (a-y)^2}} \right) \frac{1}{x} + \left(\frac{a-x}{\sqrt{(a-x)^2 + y^2}} + \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right) \frac{1}{y} \right] \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Förenkla} \end{array} \right.$$

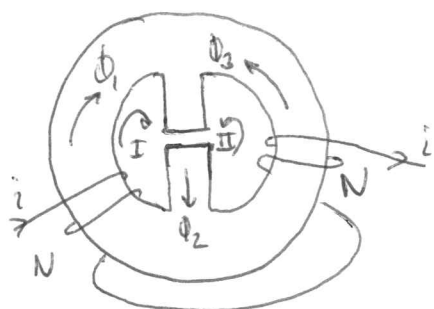
$$= \hat{z} \frac{\mu_0 i}{4\pi} \left[\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{xy} + \frac{\sqrt{(a-x)^2 + y^2}}{(a-x)y} + \frac{\sqrt{x^2 + (a-y)^2}}{x(a-y)} + \frac{\sqrt{(a-x)^2 + (a-y)^2}}{(a-x)(a-y)} \right]$$

Med $a = 7 \text{ m}$, $i = 5 \text{ A}$, $(x, y, z) = (3, 3, 0)$ fås att

$$B(3, 3, 0) = 0,83 \mu\text{T}$$

4

Om vi antar att materialen är linjära kan vi räkna med
reluktanser. Vi har givet att $B = 10^{-4} \text{ H}$



Pga symmetrin ser vi direkt att $\phi_1 = \phi_3$. Flödet ϕ_2 är konstant i den tvärgående bryggan, dvs samma i gapet som i järnkärnan.

Vi ställer upp följande ekvationer i slinga I och II

$$\begin{cases} \text{I: } R_1 \phi_1 + R_2 \phi_2 + R_5 \phi_2 = N i \\ \text{II: } R_1 \phi_1 + R_2 \phi_2 + R_5 \phi_2 = N i \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \quad 2R_1 \phi_1 + 2R_2 \phi_2 + 2R_5 \phi_2 = 2N i$$

Dessutom har vi att $2\phi_1 = \phi_2$

Med reluktanser $R_1 = \frac{\pi a}{\mu A}$ $R_2 = \frac{2a}{\mu A}$ $R_5 = \frac{\delta}{\mu_0 A}$

och $R_1 \phi_2 + 2R_2 \phi_2 + 2R_5 \phi_2 = 2N i$

kan vi lösa ut i :

$$i = \frac{\left(\frac{\pi a}{\mu A} + \frac{4a}{\mu A} + \frac{2\delta}{\mu_0 A} \right) \phi_2}{2N}$$

Om vi sätter in siffror $\phi_2 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}$, $\delta = 2 \text{ mm}$, $a = 10 \text{ cm}$, $A = 4 \text{ cm}^2$
 $N = 3000 \text{ var}$

fås $i = 2,58 \text{ A}$

Eftersom vi räknar med ett linjärt samband mellan B - och H -fältet får vi inga värmeförluster pga domänörelser.

Vi kan förstås ha resistiva värmeförluster i kablarna.

Om vi dessutom hade haft en tidsvarierande ström hade vi kunnat få förluster pga inducerade virvelströmmar.