

Dugga i Elektromagnetisk fältteori för F2.
EEF031 lördagen den 20 november 2004 kl. 8:30-12:30.

- Tillåtna hjälpmedel:** BETA, Physics Handbook, Formelsamling i elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen för elektromagnetisk fältteori.
- Förfrågningar:** Andreas Fhager, Tel. 073-6731530.
- Lösningar:** Anslås på kursens hemsida efter tentamenstidens slut.
- Granskning:** Sker i anslutning till föreläsning och meddelas via kurshemsidan.
- Kom ihåg:** Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som lämnas in. Flervalsfrågorna besvaras med att markera en av rutorna på tesen efter varje påstående. En och endast en ruta på varje rad skall markeras.

De tre svarsalternativen (från vänster till höger) är *Rätt*, *Vet ej*, *Fel*. Riktigt svar på ett påstående ger +0.2 poäng. Oriktigt svar ger -0.2 poäng. Vet ej är neutralt och ger 0 poäng.

Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng. Man kan därför få 1 poäng även med ett vet ej svar.

- För godkänt:** Elektrostatiken (tal 1 och 2) och Magnetostatiken (tal 3 och 4) bedöms var för sig så att man kan bli godkänd på den ena delen utan att vara godkänd på den andra. På var och en av dessa gäller att 60% krävs för godkänt med minst 40% av totalpoängen på problemlösnings- och förståelsepoängen. Godkänt på Elektrostatikdelen och/eller Magnetostatikdelen på duggan medför att första och/eller andra uppgiften på ordinarie tentamenstillfället får överhoppas med full poäng.

Namn:.....

Personnummer:.....

Lycka till!

1

Problemlösningsdel (8 poäng)

A) En dielektrisk sfär (elektret) med radien a har en radiellt ökande polarisation i radiell led, $\mathbf{P} = P_0 r \hat{\mathbf{r}}$. Beräkna överallt det elektriska fältet $\mathbf{E}(r)$ och potentialen $V(r)$ som denna polarisationsladdningsfördelning ger upphov till.

Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift B, C, D och E)

B) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i uppgift A är riktiga? **Rätt ? Fel**

Den fysikaliska grunden beskrivs av ett postulat.

Den fysikaliska grunden beskrivs av två postulat.

Den fysikaliska grunden baseras på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.

Den fysikaliska grunden baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.

Den fysikaliska grunden baseras på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.

$\mathbf{E} = -\nabla V$ är ett postulat i elektrostatiken som relaterar potentialen till E-fältet.

C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

Gauss lag på differentialform och Gauss lag på integralform uttrycker olika saker.

På stort avstånd från en elektrisk dipol avtar potentialen som $1/R^2$.

På litet avstånd från en elektrisk dipol avtar potentialen som $1/R^2$.

I en elektrisk dipol byts tecken på den ena laddningen så man får två laddningar med samma tecken. Potentialen avtar som $1/R^2$ på stort avstånd.

Enheten för elektriskt dipolmoment är Cm , (coulomb meter).

Enheten för det elektriska fältet är V/m , (volt/meter).

D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

Riktningen hos det elektrostatiska fältet är från den positiva till den negativa laddningen.

Källan till det elektrostatiska fältet, \mathbf{E} , är laddningar.

Det elektrostatiska fältet, \mathbf{E} , är rotationsfritt.

Det elektrostatiska fältet, \mathbf{E} , är konservativt.

Om det elektrostatiska fältet är konservativt kan en potential definieras.

Spänningen mellan två punkter representerar arbetet per laddning för att föra en laddning mellan punkterna.

E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

Källan till förskjutningsfältet, \mathbf{D} , är laddningstätheten hos de fria laddningarna plus polarisationsladdningarna.

Kapacitans kan endast definieras mellan två ledare.

Resistans och kapacitans mellan två ledare är helt oberoende av varandra.

Den elektriska susceptibiliteten, χ_e , relateras till den relativa permittiviteten, ϵ_r , som $\epsilon_r = 1 + 1/\chi_e$.

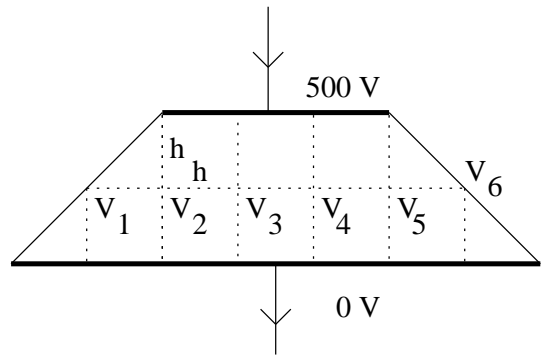
Gauss lag kan användas för att bestämma det elektriska fältet från en kort linjeladdning.

En perfekt ledare är en ekvipotentialyta.

2

Problemlösningsdel (8 poäng)

A) På en tunn plåt enligt figuren (tjocklek $d=0,1$ mm, ledningsförmåga $\sigma = 4$ S/m) är två elektroder fästa. Använd figurens glesa rutnät för att göra en numerisk beräkning av potentialerna V_1, \dots, V_6 . Använd sedan dessa värden för att göra en approximativ beräkning av resistansen mellan elektroderna. Som en liten hjälp på vägen vet man att potentialen $V_1 = 105$ V.



Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift B, C, D och E)

B) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i uppgift A är riktiga? **Rätt ? Fel**

Den fysikaliska grunden beskrivs av ett postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden beskrivs av två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laplaces ekvation är ett fundamentalt postulat i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

I elektrostatiken är E-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken är E-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken är D-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken är D-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en likström är J-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika konduktivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en likström är J-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika konduktivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

Vid spegling av strömmar kan man i vissa fall spegla i isolerande ytor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vid spegling av positiv punktladdning i ett ledande jordplan är spegelladdningen negativ.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Speglingmetoden kan användas för att lösa Poissons ekvation i godtyckliga geometrier för godtyckliga laddningsfördelningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ även om vi har tidsvarierande laddningsfördelningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Från $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ kan Kirchoffs spänningslag härledas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ är en konsekvens av att laddningen är bevarad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

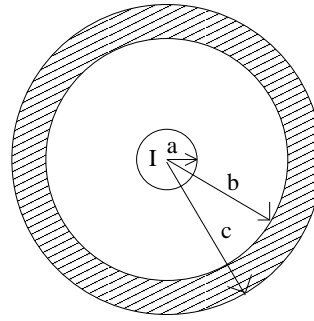
E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

Ohms lag härleddes i kursen för ett kollisionsdominerat material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En ström i en kabel är ett exempel på en konduktionsström.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett blixtnedslag är ett exempel på en konvektionsström.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ohms lag gäller för en konvektionsström.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En approximativ potentialfördelning ger en för hög resistans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En approximativ strömfördelning ger en för hög resistans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3

Problemlösningsdel (8 poäng)

A) En lång rak ledare av koppar med radien a och strömmen I omges av ett långt cylindriskt skal av järn med permeabiliteten μ . Skalet har innerradien b och ytterradien c . Beräkna \mathbf{B} och \mathbf{H} för alla r . Beräkna även magnetiseringsströmmarna i järnet.



Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift B, C, D och E)

B) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i uppgift A är riktiga?

	Rätt	?	Fel
Den fysikaliska grunden beskrivs av ett postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden beskrivs av två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	Rätt	?	Fel
Biot-Savarts lag är ett av postulaten i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Amperes lag är ett av postulaten i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Amperes lag kan användas för att beräkna magnetfältet från en strömfördelning med tillräcklig symmetri.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I härledningen av randvillkoret för H-fältets normalkomponent i gränssytan mellan två material utnyttjar man Amperes lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I magnetostatiken är B-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I magnetostatiken är B-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

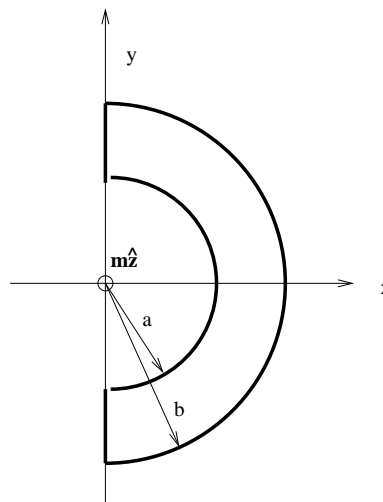
	Rätt	?	Fel
Permanentmagneter har ett permanent magnetiseringsfält \mathbf{M} .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En bra permanentmagnet ska ha en bred hystereskurva.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
M-fältet spelar samma roll i magnetostatiken som P-fältet i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En magnetisk monopol kan användas som modell för att beskriva magnetiska egenskaper.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältets roll i magnetostatiken påminner om E-fältets i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det magnetiska flödet genom en sluten yta kan ibland vara skild från noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	Rätt	?	Fel
Diamagnetiska material har permeabilitetskonstanten $\mu_r \ll 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ferromagnetiska material har permeabilitetskonstanten $\mu_r \gg 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Konstanten som relaterar M- och H-fältet kallas för den magnetiska susceptibiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Permeabilitetskonstanten spelar samma roll i magnetostatiken som dielektricitetskonstanten i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältet från en magnetisk dipol avtar som $(1/R^3)$ på litet avstånd från dipolen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältet från en magnetisk dipol avtar som $(1/R^2)$ på stort avstånd från dipolen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Problemlösningsdel (8 poäng)

A) En magnetisk dipol $\mathbf{m} = m\hat{\mathbf{z}}$ befinner sig i origo. En slinga av tunn metalltråd ligger i samma plan (xy-planet) som dipolen och ser ut enligt figuren. Beräkna det av slingan omslutna magnetiska flödet.

**Förståelsedel** (1 poäng vardera på uppgift **B**, **C**, **D** och **E**)

B) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i uppgift A är riktiga? **Rätt ? Fel**

Den fysikaliska grunden beskrivs av ett postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden beskrivs av två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

Lorentz kraften beror både på B-fältet och E-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En laddad partikel som rör sig i ett konstant B-fält accelereras i fältets riktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En laddad partikel som ligger still i ett konstant B-fält känner en kraft i fältets riktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Rotationen av den magnetiska vektorpotentialen kan väljas fritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Divergensen av den magnetiska vektorpotentialen kan väljas fritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I magnetostatiken väljes rotationen av vektorpotentialen vanligen till noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

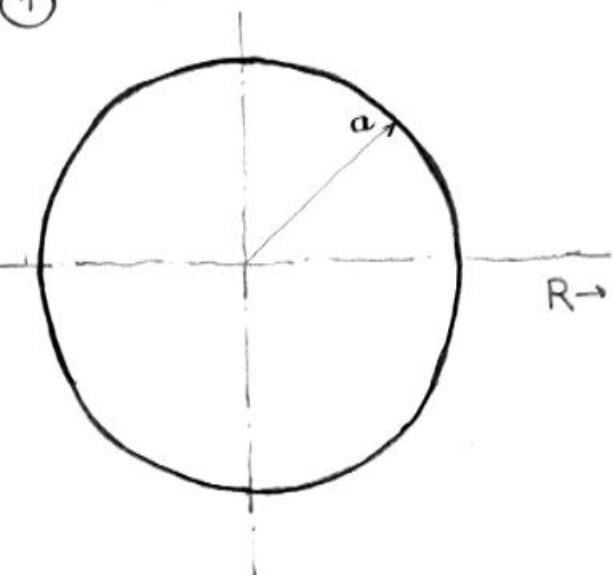
D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

Varje komponent av den magnetiska vektorpotentialen uppfyller Poissons ekvation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Magnetfältet från en kort och rak ledare kan beräknas med Amperes lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Magnetfältet från en oändligt lång, rak ledare kan ej beräknas med Biot-Savarts lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reluktans för magnetiska kretsar motsvarar ungefär resistans för elektriska kretsar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reluktansen beror på permeabilitetskonstanten och geometrin.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Amperes lag förändras då vi går till tidsvarierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

Magnetiseringen kan beskrivas med ekvivalenta yt- och volymmagnetiseringsströmmar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Fältet från magnetiseringsströmmar kan alltid beräknas med Amperes lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Fältet från magnetiseringsströmmar kan alltid beräknas med Biot-Savarts lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det magnetiska dipolmomentet beror på strömmen och radien hos strömslingan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältets riktning utanför en lång rak ledare med konstant ström är längs med ledaren.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältet utanför en lång rak ledare roterar runt ledaren.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

①



$$\vec{P} = P_0 \cdot R \cdot \vec{r}$$

$$\rho_{PV} = -\nabla \cdot \vec{P} = -\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} (P_0 R^3) = -3P_0$$

$$\rho_{PS} = \vec{P} \cdot \vec{a}_R = \vec{P} \cdot \vec{r} = P_0 \cdot R \Big|_{R=a} = P_0 \cdot a$$

$$E(R): \quad R < a : \quad E(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q(R)}{R^2}$$

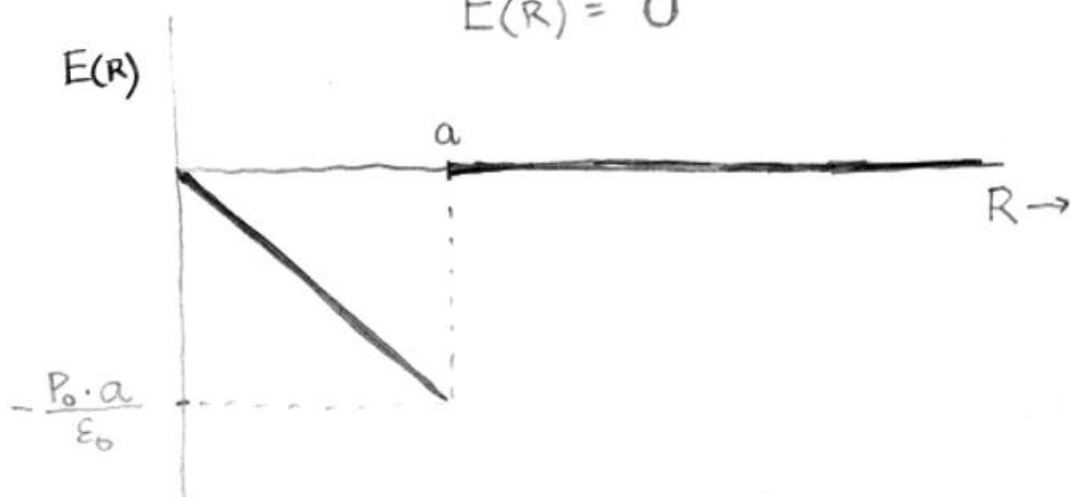
$$Q(R) = \int_0^R \rho_{PV} \cdot 4\pi R'^2 \cdot dR' = -3P_0 \cdot 4\pi \left[\frac{R'^3}{3} \right]_0^R = -4\pi P_0 R^3$$

$$E(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{-4\pi P_0 R^3}{R^2} = \underline{\underline{-\frac{P_0 \cdot R}{\epsilon_0}}}$$

$$R > a : \quad E(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2}$$

$$Q = 0 \quad (\text{dielektrisk material: } \ominus) \quad \left. \vphantom{Q} \right\} Q=0$$

$$E(R) = 0$$

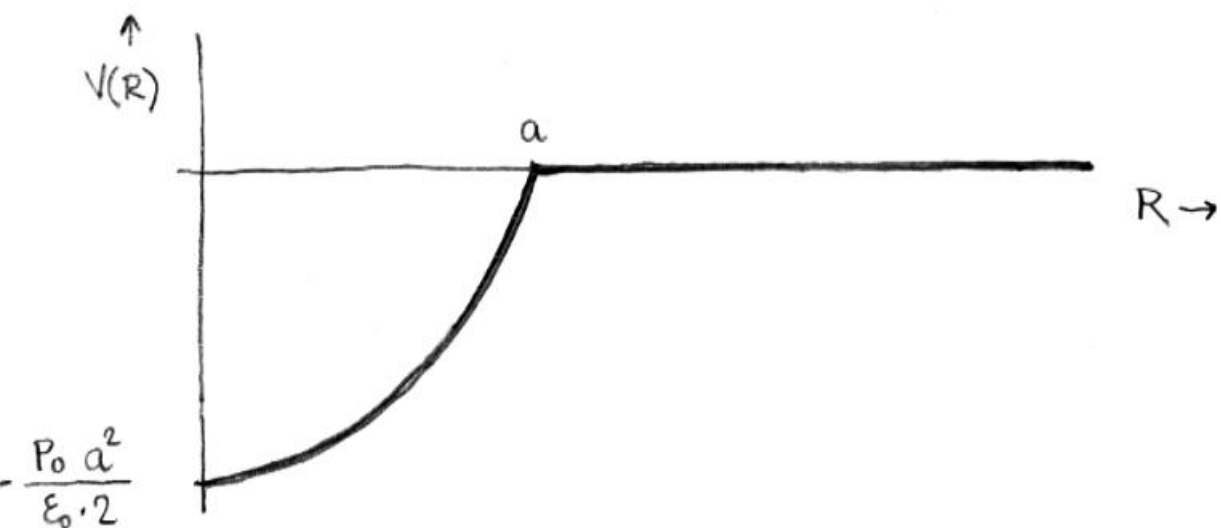


$$V(R) = V_{\infty} - \int_{\infty}^R E(R') dR'$$

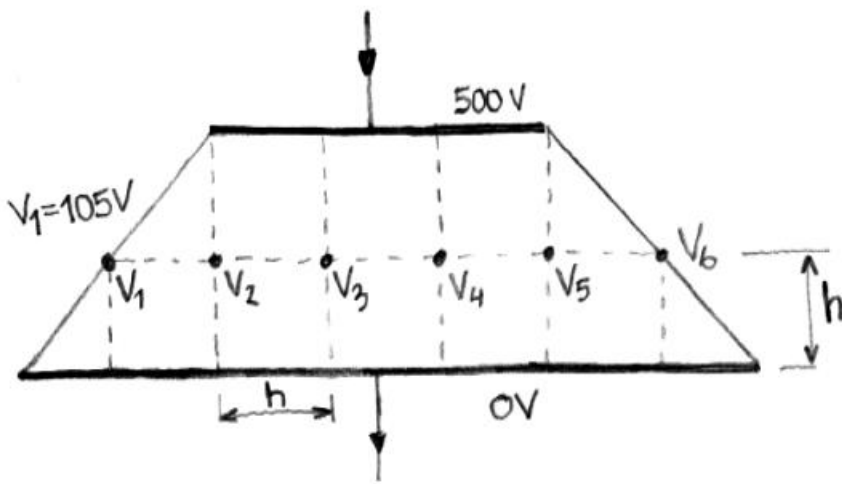
$$V_{\infty} = 0$$

$$= - \int_{-\infty}^a 0 \cdot dR' - \int_a^R -\frac{P_0 R'}{\epsilon_0} dR' = 0 + \frac{P_0}{\epsilon_0} \left[\frac{R'^2}{2} \right]_a^R =$$

$$= \underline{\underline{\frac{P_0}{\epsilon_0} \cdot \frac{R^2 - a^2}{2}}}$$



2



p.g.a. symmetri $V_4 = V_3$, $V_5 = V_2$, $V_6 = V_1$

från $\Delta V = 0$: $-4V_{i,j} + V_{i+1,j} + V_{i-1,j} + V_{i,j+1} + V_{i,j-1} = 0$



$$V_1 - 4V_2 + V_3 = -500$$

$$+ V_2 - 4V_3 + V_3 = -500$$

$$-4V_2 + V_3 = -500 - V_1 = -605$$

$$V_2 - 3V_3 = -500$$

$$-4(3V_3 - 500) + V_3 = -605$$

$$11V_3 = 2605$$

$$V_3 = 236,8V$$

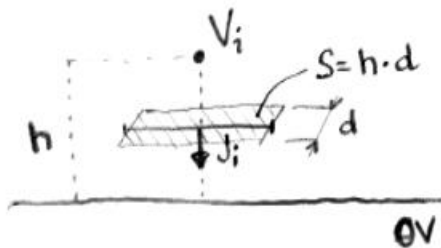
$$V_2 = 3 \cdot 236,8 - 500 = 210,5V \quad V_4 = V_3 = 236,8V \quad V_5 = V_2 = 210,5V$$

$$V_6 = V_1 = 105V$$

$$R = \frac{\Delta V}{I}$$

$$I = \sum_{i=1}^6 J_i \cdot S$$

$$S = h \cdot d$$

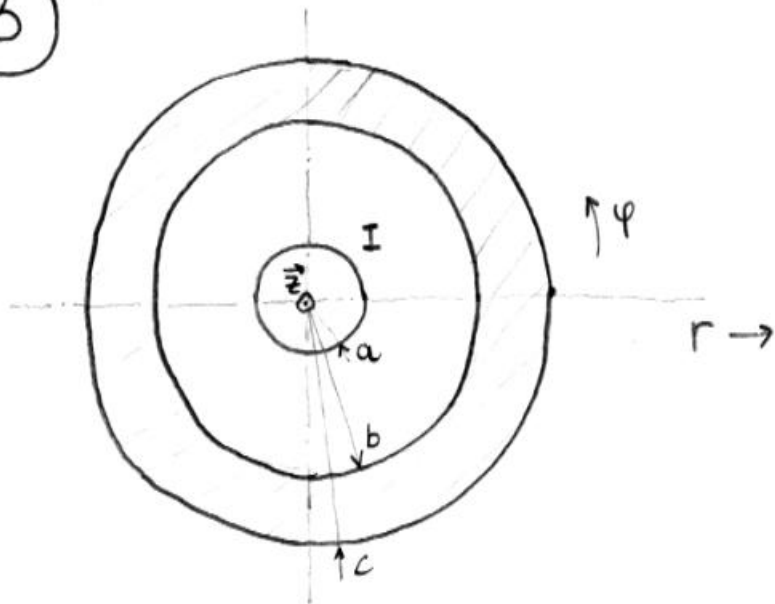


$$J_i = \sigma E_i = \sigma \cdot \frac{V_i - 0}{h}$$

$$\begin{aligned} I &= \sum_{i=1}^6 \sigma \cdot \frac{V_i - 0}{h} \cdot h \cdot d = \sigma \cdot d \sum_{i=1}^6 V_i = \sigma \cdot d \cdot 2 \sum_{i=1}^3 V_i \\ &= 2 \cdot \sigma \cdot d (V_1 + V_2 + V_3) \end{aligned}$$

$$R = \frac{\Delta V}{I} = \frac{500}{2 \cdot 4 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3} (105 + 210,5 + 236,8)} = \underline{\underline{1,13 \cdot 10^3 \Omega}}$$

3

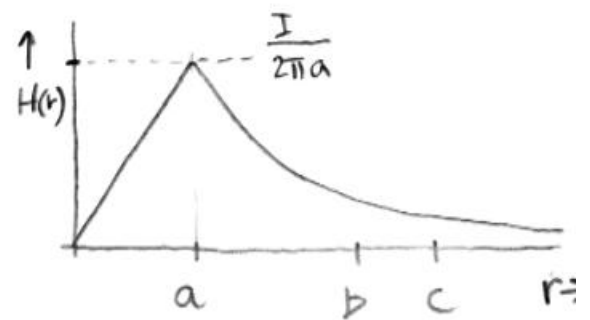


$$H: \oint \vec{H} d\vec{l} = I \Rightarrow H(r) = \frac{I}{2\pi r}$$

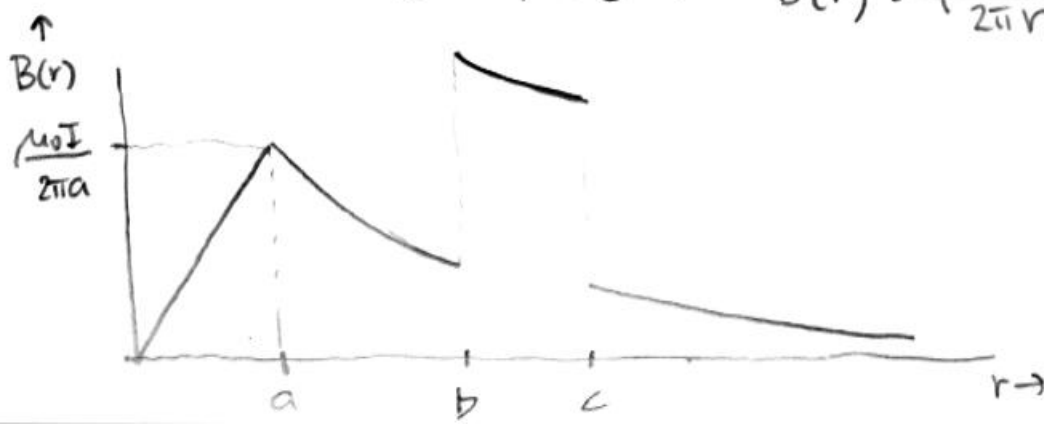
$$r < a: I(r) = I \cdot \frac{\pi r^2}{\pi a^2} = I \frac{r^2}{a^2}$$

$$H(r) = \frac{I}{2\pi} \cdot \frac{r}{a^2}$$

$$r > a: H(r) = \frac{I}{2\pi r}$$



$$B: B = \mu H \left\{ \begin{array}{l} r < a: B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{r}{a^2} \\ a < r < b: B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \\ b < r < c: B(r) = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r} \\ r > c: B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \end{array} \right.$$



$$M = \frac{B}{\mu_0} - H$$

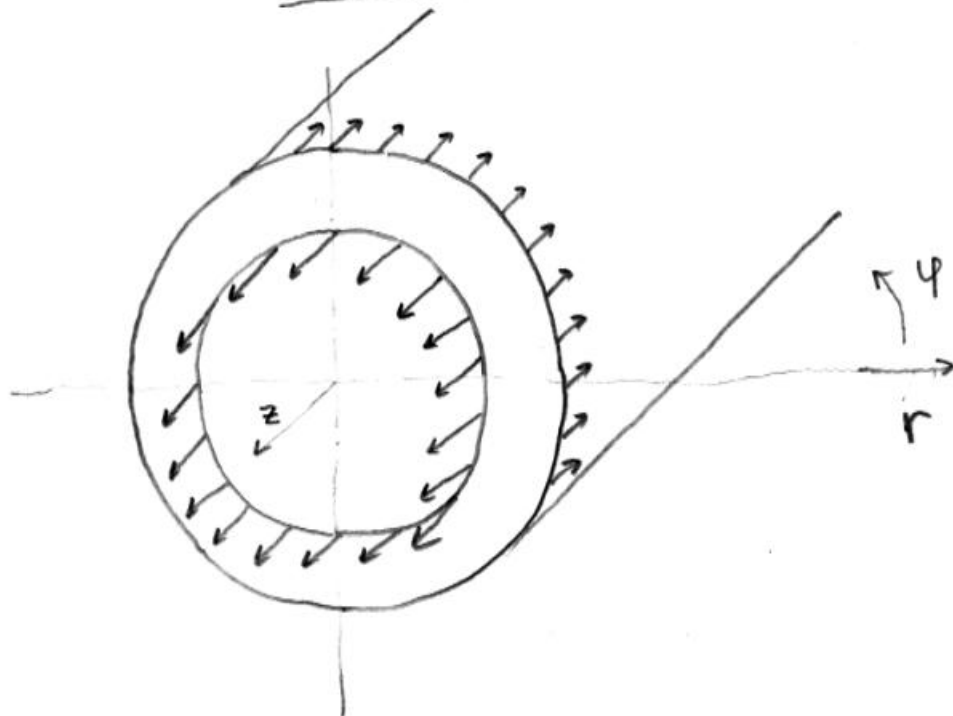
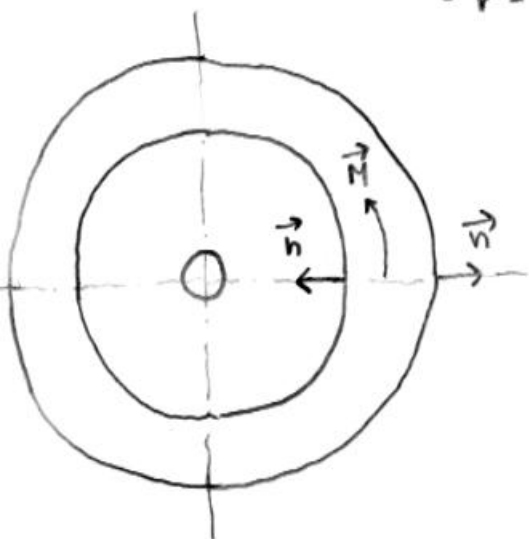
i järnet: $b < r < c$: $M = \frac{\mu_r I}{2\pi r} - \frac{I}{2\pi r} = (\mu_r - 1) \cdot \frac{I}{2\pi r}$

$$\vec{H} = H \vec{a}_\varphi, \quad \vec{B} = B \cdot \vec{a}_\varphi, \quad \vec{M} = M \cdot \vec{a}_\varphi$$

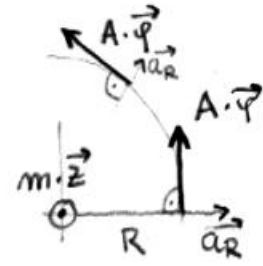
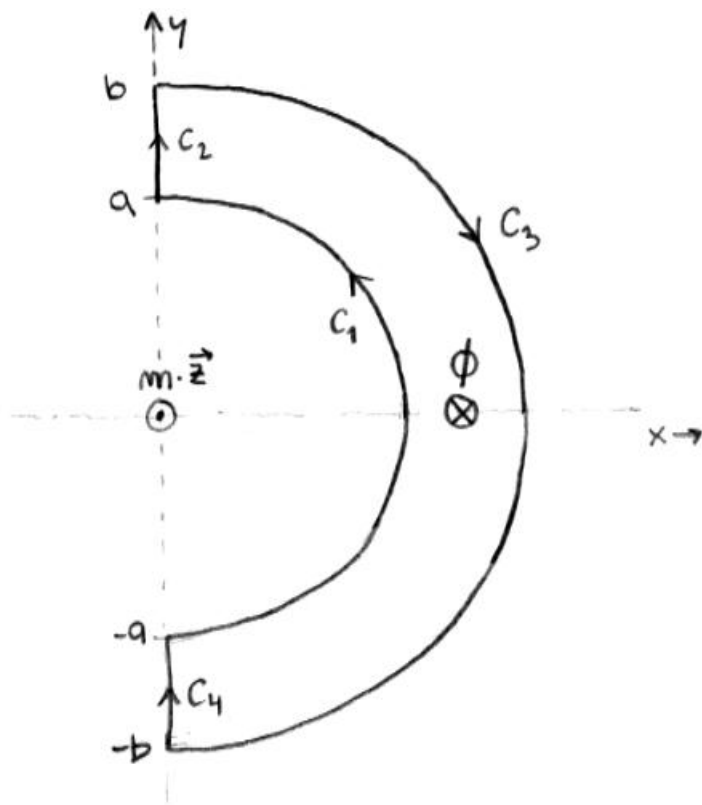
$$\vec{J}_{mv} = \nabla \times \vec{M} = \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \vec{a}_r & \vec{a}_\varphi \cdot r & \vec{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \varphi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & (\mu_r - 1) \frac{I \cdot r}{2\pi r} & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{r} [\vec{a}_r \cdot 0 - \vec{a}_\varphi \cdot 0 + \vec{a}_z \cdot 0] =$$

$$= 0$$

$$\vec{J}_{ms} = \vec{M} \times \vec{n} = \begin{cases} r=b & \vec{n} = -\vec{a}_r & \vec{M} \times \vec{n} = M \cdot \vec{a}_\varphi \times (-\vec{a}_r) = M \cdot \vec{a}_z \\ & & \underline{\underline{\vec{J}_{ms} = (\mu_r - 1) \frac{I}{2\pi b} \cdot \vec{a}_z}} \\ r=c & \vec{n} = \vec{a}_r & \vec{M} \times \vec{n} = M \vec{a}_\varphi \times \vec{a}_r = M (-\vec{a}_z) \\ & & \underline{\underline{\vec{J}_{ms} = (\mu_r - 1) \frac{I}{2\pi c} (-\vec{a}_z)}} \end{cases}$$



4



$$\begin{aligned} \vec{A} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \vec{a}_R}{R^2} = \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{m(\vec{z} \times \vec{a}_R)}{R^2} = \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m}{R^2} \cdot \vec{\varphi} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi &= \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int_{C_1} \vec{A} \cdot d\vec{l} + \int_{C_2} \vec{A} \cdot d\vec{l} + \int_{C_3} \vec{A} \cdot d\vec{l} + \int_{C_4} \vec{A} \cdot d\vec{l} = \\ &\quad \underbrace{\vec{A} \perp d\vec{l}}_{\Rightarrow 0} \quad \underbrace{\vec{A} \perp d\vec{l}}_{\Rightarrow 0} \end{aligned}$$

$$= \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{m}{a^2} \cdot a \cdot d\varphi - \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m}{b^2} b \cdot d\varphi =$$

$$= \frac{\mu_0 \cdot m}{4\pi a} \left[\varphi \right]_{-\pi/2}^{+\pi/2} - \frac{\mu_0 m}{4\pi b} \left[\varphi \right]_{-\pi/2}^{+\pi/2} = \frac{\mu_0 \cdot m}{4} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

$$\vec{\Phi} = \phi \cdot (-\vec{z})$$