Dugga i Elektromagnetisk fältteori F. för F2.
EEF031 2002-11-23 kl. 8.45-12.45

Tillåtna hjälpmedel:	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
Förfrågningar:	Mikael Persson Tel. ankn. 1576
Lösningar:	anslås på kursens hemsida
Resultatet:	anslås på kursens hemsida
Granskning:	sker i anslutning till föreläsning tid anslås på kursens hemsida
Kom ihåg	Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.

OBS!

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som skall lämnas in. Flervalsfrågorna består dels av de som besvaras med korta svar i tesen och dels av de som besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras. De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Rätt, Vet ej och Fel. Riktigt svar ger pluspoäng ~riktigt svar ger minuspoäng. Vet ej är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna av flervalstyp ger maximalt 1poäng och lägst -1poäng.

Namn:
Personnummer:
Email:

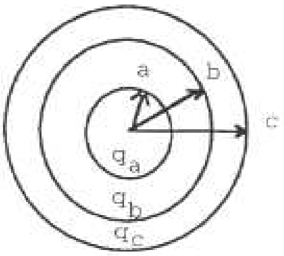
Fråga 1

Problemlösningsdel, 8poäng Tre koncentriska sfäriska metallskal har laddningarna

a) q_a, q_b, resp. q_c.

Beräkna medelpunktens potential V_0, om $V_\infty = 0$!

Beräkna V_0, om skal a och c förenas med en ledare!



Förståelsedel

b) Vilka postulat, satser eller lagar bygger problemlösningen ovan på? Vad säger de i ord och varför är de tillämpliga här?

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	**ja**	**?**	**Nej**
Gauss lag på differentialform och Gauss lag på integralform uttrycker egentligen samma sak.	☐	☐	☐
På stort avstånd från en linjeladdning med ändlig längd avtar E-fältet som $1/R^2$	☐	☐	☐
Coloumbfältet uttrycker hur det elektriska fältet från en punktladdning ser ut.	☐	☐	☐
Coloumbs kraftlag uttrycker hur det elektriska fältet från en punktladdning ser ut.	☐	☐	☐
Gauss lag kan användas för att bestämma det elektriska fältet i situationer med tillräcklig symmetri	☐	☐	☐
Gauss lag kan användas för att bestämma det elektriska fältet i fallet ändlig lång linjeladdning.	☐	☐	☐

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?			
Elektrostatiken baseras på ett postulat	☐	☐	☐
Potentialen från en punktladdning avtar med avståndet som 1/R	☐	☐	☐
Spänningen mellan två punkter representerar arbetet per laddning att föra en laddning mellan punkterna.	☐	☐	☐
Det elektrostatiska fältet är källfritt	☐	☐	☐
Det elektrostatiska fältet är konservativt	☐	☐	☐
Det elektrostatiska fältet är rotationsfritt	☐	☐	☐

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?			
Coloumbs kraftlag uttrycker att kraften mellan två punktladdningar är proportionell mot var och en av punktladdningarnas storlek och inverst proportionell mot avståndet mellan punktladdningarna i kvadrat.	☐	☐	☐
Elfältet från en lång tunn homogent laddad rak ledare kan man räkna ut genom att integrera upp bidraget till E-fältet från varje infinitesimalt bidrag. Det är viktigt att den är rak, tunn och homogent laddad för att denna räkning skall fungera.	☐	☐	☐
E-fältet från en lång tunn homogent laddad rak ledare kan man räkna ut genom att använda Gauss sats på integralform. Det är viktigt att den är rak, och homogent laddad för att denna räkning skall fungera.	☐	☐	☐
Kapacitansen ökar med ökande spänning.	☐	☐	☐
Vi använder den elektriska dipolen som en model för de magnetiska egenskaperna av ett material	☐	☐	☐
Källan till E-fältet är de fria laddningarna	☐	☐	☐

Fråga 2
Problemlösningsdel, 8poäng
a)

En metallsfär med radien a och laddningen q befinner sig i ett homogent dielektriskt material med dieltalet κ. Beräkna systemets elektrostatiska energi på två olika sätt dels med laddning och potential, dels med hjälp av fälten!

Förståelsedel
b) Vilka postulat, satser eller lagar bygger problemlösningen ovan på.? Vad säger de i ord och varför är de tillämpliga här?

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Man kan antingen se den elektrostatiska energin som lagrad i laddningsfördelningarna och fältet eller alternativt kan man se energin som lagrad i fälten.	☐	☐	☐
Vid beräkning av elektrostatiska krafter kan man använda sig av metoden för virtuella förflyttningar. Antingen antar man att systemets olika delar har konstant laddning eller så antar man att potentialen hos systemets olika delar hålls konstant. Resultaten blir lika då kraften bara beror på fältet i en viss given tidpunkt.	☐	☐	☐
Poissons ekvation är ett specialfall av Laplaces ekvation	☐	☐	☐
Med givna randvilkor är lösningen till Laplace ekvation entydig.	☐	☐	☐
Man kan definiera den totala elektrostatiska energin för ett system, bestående av laddade sfärer, utifrån det arbete som krävs för att bygga upp systemet om man tar sfärerna från oändligheten.	☐	☐	☐
Vid användandet av finit differens för att lösa Laplace ekvation i två dimensioner uttrycks potentialen i en punkt som 4 gånger summan av potentialen i grannpunkterna.	☐	☐	☐

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

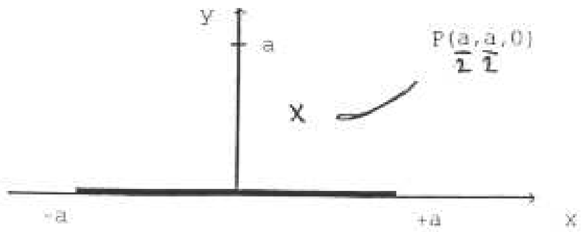
	ja	?	nej
Man kan inte definiera kapacitans för en enskild ledare men kapacitansen mellan två ledare.	☐	☐	☐
I elektrostatiken gäller vid gränsytan mellan två olika material att E-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig.	☐	☐	☐
Kapacitansen beror bara på geometrin och materialegenskaperna.	☐	☐	☐
div(J) = 0 är en konsekvens av att laddningstätheten är statisk vilket är fallet i magnetostatik.	☐	☐	☐
Ohms lag härleddes i kursen för ett kollisionsdominerat material	☐	☐	☐
rot($\mathbf{E}$+$\mathbf{E}_k$) = $\eta\mathbf{J}$, där $\mathbf{E}_k$ är en yttre källterm, leder för en elektrisk krets fram till Kirchoffs spänningslag.	☐	☐	☐

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Antagande om approximativ strömfördelning ger för hög approximativ resistans. Antagande om approximativ potentialfördelning ger för låg approximativ resistans.	☐	☐	☐
Speglingsmetoden används för att lösa Laplaces ekvation för godtyckliga laddningsfördelningar i godtycklig geometri.	☐	☐	☐
Vid spegling av strömmar kan man generellt spegla i isolerande ytor.	☐	☐	☐
Källan till förskjutningsfältet är laddningstätheten hos de fria laddningarna.	☐	☐	☐
Det elektriska fältet från en elektrisk dipol härleds lättast från fältet från en strömförande ring.	☐	☐	☐
Dielektriska egenskaper modelleras med dipolmoment. Atomernas respons till yttre pålagt fält ger upphov till ett ytterligare E-fält.	☐	☐	☐

Fråga 3
Problemlösningsdel, 8poäng
a)

Ett mycket långt platt metallband med bredden 2a ligger i xz-planet och för strömmen i_0 i $\hat{z}$-riktningen. Strömmen är jämnt fördelad över bandets bredd. Beräkna storlek riktning på magnetfältet i punkten P!



Förståelsedel
b) Vilka postulat, satser eller lagar bygger problemlösningen ovan på? Vad säger de i ord och varför är de tillämpliga här?

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
Biot-Savarts lag är ett av postulaten i magnetostatiken.	☐	☐	☐
Amperes lag är ett av postulaten i magnetostatiken.	☐	☐	☐
Att B-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material är ett resultat av att B-fältet är källfritt.	☐	☐	☐
För en given strömfördelning kan Biot-Savarts lag alltid användas i magnetostatiken för att beräkna magnetfältet.	☐	☐	☐
För en given strömfördelning kan Amperes lag alltid användas i magnetostatiken för att beräkna magnetfältet.	☐	☐	☐
Magnetfältet från en ändlig rak ledare fås lätt från Amperes lag genom att på lämpligt sätt lägga in en Ampereslinga och plocka ut B-fältet ur integralen.	☐	☐	☐

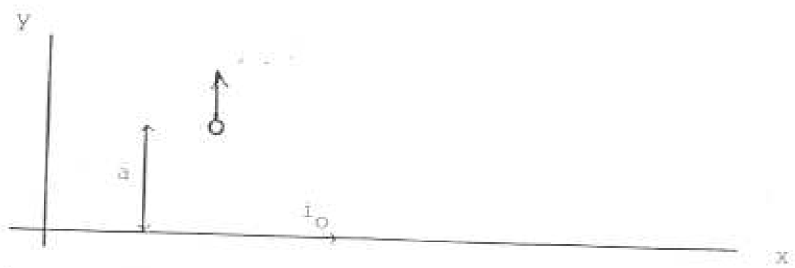
d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?			
Man kan välja rotationen av den magnetiska vektorpotentialen fritt	☐	☐	☐
Man kan välja divergensen av den magnetiska vektorpotentialen fritt	☐	☐	☐
Varje komponent av den magnetiska vektorpotentialen uppfyller Poisons ekvation	☐	☐	☐
Det magnetiska flödet genom en yta kan beräknas som en linjeintegral av magnetfältet längs den slinga som begränsar ytan.	☐	☐	☐
Den magnetiska susceptibiliteten uttrycker förhållandet mellan magnetiseringsfältet och B-fältet	☐	☐	☐
I härledningen av Amperes lag utnyttjar man att magnetfältet är källfritt	☐	☐	☐

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?			
En magnetisk dipol används som modell när man vill beskriva de magnetiska egenskaperna hos ett material.	☐	☐	☐
I ett magnetiserat material kan man ha magnetiseringsströmmar. Dessa används för att beräkna magnetfältet på samma sätt som fria strömmar i vakum.	☐	☐	☐
H fältet spelar samma roll i magnetostatiken som polarisationsfältet P i elektrostatiken	☐	☐	☐
Permeabiliteteskonstanten spelar samma roll i magnetostatiken som dielektrisitetskonstanten gör i elektrostatiken.	☐	☐	☐
Permanentmagneter har ett permanent magnetiseringsfält M.	☐	☐	☐
Linjeintegralen av H fältet längs en sluten kurva är noll för en permanentmagnet	☐	☐	☐

Fråga 4, 8poäng
Problemlösningsdel
a)

En partikel med massan m och laddningen q rör sig i fält- tet från en lång rak tråd med strömmen i_0. Då partikeln befinner sig på avståndet a från tråden är dess hastighet v_0, och dess rörelseriktning vinkelrätt ut från tråden. Beräkna partikelns största avstånd till tråden!
Bortse från tyngdkraften!

Ledning: $\ddot{x} = \dot{y}\,\dfrac{d\dot{x}}{dy}$ och $\mathbf{F}_m$ är vinkelrät mot v.



Förståelsedel

b) Vilka postulat, satser eller lagar bygger problemlösningen ovan på? Vad säger de i ord och varför är de tillämpliga här?

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Den magnetiska fältstyrkan H och den magnetiska flödestätheten B är relaterade genom permeabiliteten	❑	❑	❑
Den magnetiska fältstyrkan H och den magnetiska flödestätheten B är linjärt relaterade genom permeabiliteten.	❑	❑	❑
Den magnetiska susceptibiliteten uttrycker att Magnetiseringsfältet M är proportionellt mot H-fältet för ett isotropt, linjärt men inhomogent material.	❑	❑	❑
Permeabiliteten i vakum är mindre än permeabiliteten i andra material	❑	❑	❑
Magnetiseringsströmmarna är beroende av polariseringen	❑	❑	❑
I härledningen av Biot-Savarts lag utnyttjar man uttrycket av den magnetiska vektorpotentialen från en strömtäthet.	❑	❑	❑

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

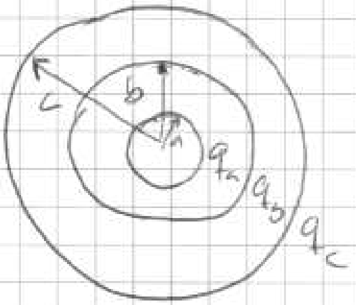
I härledningen av randvillkoret för H-fältets tagentialkomponent i gränsytan mellan två material utnyttjar man Amperes lag	❑	❑	❑
I ett magnetisk material kan man använda Amperes lag på samma sätt som i ett ickemagnetiskt material om man lägger till magnetiseringsströmtätheten.	❑	❑	❑
Om man lindar en strömförande tråd runt ett ferromagnetiska material motverkar magnetiseringen i materialet det av den drivande strömmen genererade magnetfältet.	❑	❑	❑
Diamagnetiska material och paramagnetiska material har båda relativa permeabiliteter nära 1	❑	❑	❑
Ytan innanför en hystereskurva representerar energiförlusten för en period vid växelströmsdriven magnetisering av ett ferromagnetiskt material	❑	❑	❑
En laddad partikel som rör sig i ett i tiden konstant magnetfält ökar inte sin hastighet.	❑	❑	❑

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Reluktans för magnetfältskretsar motsvarar ungefär resistans för en elektrisk krets	❑	❑	❑
H-fältets tagentialkomponent är kontinuerlig mellan två olika material i avsaknad av ytströmtäthet i gränskiktet mellan materialen.	❑	❑	❑
H-fältets roll i magnetostatiken påminner om D-fältets roll i elektrostatiken.	❑	❑	❑
Ytintegralen av B-fältet över en sluten yta är alltid noll	❑	❑	❑
Linjeintegralen över den magnetiska vektorpotentialen över sluten slinga är alltid noll om magnetfältet är konstant i rummet.	❑	❑	❑
Lorentzkraften beror både på magnetfältet och E-fältet	❑	❑	❑

Dugga 2002-11-23

1



a) Medelpunktens potential?

E-fälten:

$$R > c \qquad E_R^{I}(R) = \frac{q_A + q_B + q_C}{4\pi \varepsilon_0 R^2}$$

$$b < R < c \qquad E_R^{II}(R) = \frac{q_A + q_B}{4\pi \varepsilon_0 R^2}$$

$$a < R < b \qquad E_R^{III}(R) = \frac{q_A}{4\pi \varepsilon_0 R^2}$$

$$R < a \qquad E_R^{IV}(R) = 0$$

Potentialen fås ur sambandet $\mathbf{E} = -\nabla V$

Integrerar utifrån och in för att erhålla potentialen

$$\int_1^2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int_1^2 \nabla V \cdot d\mathbf{l} = -(V_2 - V_1) \Rightarrow$$

$$V(R=0) - \underbrace{V(R=\infty)}_{=0} = -\int_{R=\infty}^{0} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int_{R=a}^{0} E_R^{IV}(R) \cdot d\mathbf{l} - \int_{R=b}^{a} E_R^{III}(R) \cdot d\mathbf{l}$$

$$-\int_{R=c}^{b} E_R^{II}(R) \cdot d\mathbf{l} - \int_{R=\infty}^{c} E_R^{I}(R) \cdot d\mathbf{l} = \dots = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0}\left(\frac{q_a}{a} + \frac{q_b}{b} + \frac{q_c}{c}\right)$$

b) Skal a och c förenas med en ledare.
Vad blir potentialen $V(R=0)$

Skal a och c blir bär en ekvipotentialyta.
Innanför skal a finns inget fält som kan ge något potentialbidrag.

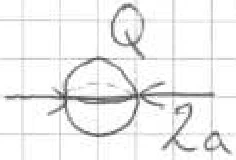
Alltså fås $V(R=0) = V(R=c)$

$$V(R=c) = -\int_{R=\infty}^{c} E_R^{I}(R) \cdot dl = \ldots = \frac{q_a+q_b+q_c}{4\pi\varepsilon_0 c}$$

Potentialen i centrum $V(R=0) = \dfrac{q_a+q_b+q_c}{4\pi\varepsilon_0 c}$

2

Laddad sfär med radien a. Beräkna systemets elektrostatiska energi om omgivningen har dielektalet ε_r (K)



$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$$

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}\hat{r} \quad r>a \qquad V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r} \quad r \geq a \quad (\text{med } V_\infty = 0)$$

$$\mathbf{D} = \frac{Q}{4\pi r^2}\hat{r} \quad r>a \qquad \rho_s = \frac{Q}{4\pi a^2} \quad \text{at } r=a$$

Antager att laddningen Q är fördelad på sfärens yta S.

Med V och ρ_s:

$$W_e = \frac{1}{2}\int_V V(R)\,\rho(R)\,dV = \frac{1}{2}\int_S V(a)\,\rho_s(a)\,dS =$$

$$= \frac{1}{2}\int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{2\pi} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r a}\cdot\frac{Q}{4\pi a^2}\,a^2\sin\theta\,d\theta\,d\varphi = \frac{Q^2\cdot 4\pi a^2}{2\cdot 16\pi^2\varepsilon_0\varepsilon_r a^3} =$$

$$\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon_r a}$$

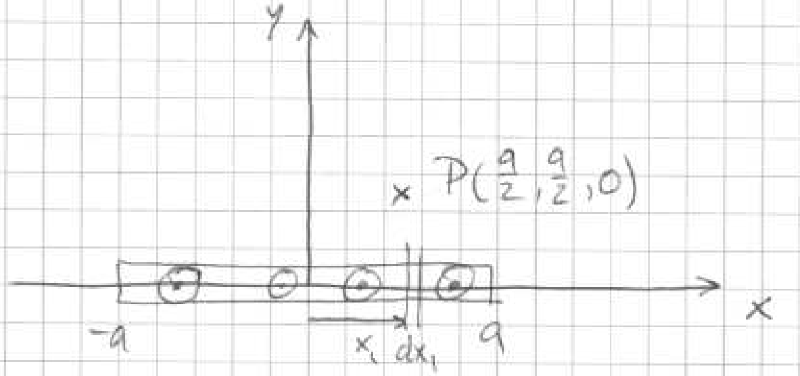
Med $\mathbb{E}$ och $\mathbb{D}$

$$W_C = \frac{1}{2}\int \mathbb{E}\cdot\mathbb{D}\,dV = \frac{1}{2}\int_{r=a}^{\infty}\int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{2\pi}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}\cdot\frac{Q}{4\pi r^2}\,r^2\sin\theta\,dr\,d\theta\,d\varphi$$

$$= 2\pi\int_{r=a}^{\infty}\frac{Q^2}{16\pi^2\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}\,dr = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\int_{r=a}^{\infty}\frac{1}{r^2}\,dr =$$

$$= \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\left[-\frac{1}{r}\right]_a^{\infty} = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon_r a}$$

3



Strömmen i_0 i $\hat{z}$ riktningen skriver vi om som ytströmtätheten $\mathbf{J}_s = \frac{i_0}{2a}\hat{z}$

B-fältet från en oändligt lång strömbana $\mathbf{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R_{12}}\hat{\varphi}$

Summera nu bidragen från strömrören i $\mathbf{R}_1 = (x_1, 0, 0)$ i punkten $\mathbf{R}_2 = \left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}, 0\right)$

Bidrag att summera: $d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \overbrace{\mathbf{J}_s \cdot dx_1}^{di}}{2\pi R_{12}}\hat{\varphi}$

$$\mathbf{R}_{12} = \mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1 = \hat{x}\left(\frac{a}{2} - x_1\right) + \hat{y}\frac{a}{2}$$

$$R_{12} = \sqrt{\left(\frac{a}{2} - x_1\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$\hat{\varphi} = \frac{\hat{z} \times \mathbf{R}_{12}}{R_{12}} = \frac{\hat{y}\left(\frac{a}{2} - x_1\right) - \hat{x}\frac{a}{2}}{\sqrt{\left(\frac{a}{2} - x_1\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}}$$

Nu får $d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 i_0}{2\pi 2a} \cdot \frac{-\hat{x}\frac{a}{2} + \hat{y}\left(\frac{a}{2} - x_1\right)}{\left(\frac{a}{2} - x_1\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} dx_1$

Integrera x-och y-komponenten från $x_1 = -a$ till $x_1 = a$

x - komponenten

$$B_x = -\frac{\mu_0 i_0}{8\pi}\int_{x_1=-a}^{a}\frac{dx_1}{\left(\frac{a}{2}-x_1\right)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \left\{\begin{array}{ll} \xi = \frac{a}{2}-x_1 & -a \to \xi = \frac{3a}{2} \\ \frac{d\xi}{dx_1} = -1 & a \to \xi = -\frac{a}{2} \end{array}\right\}$$

$$= -\frac{\mu_0 i_0}{8\pi}\int_{\frac{3a}{2}}^{-\frac{a}{2}}\frac{-d\xi}{\xi^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\mu_0 i_0}{8\pi}\left[\frac{2}{a}\,\mathrm{atan}\left(\frac{2\xi}{a}\right)\right]_{\frac{3a}{2}}^{-\frac{a}{2}}$$

$$= \frac{\mu_0 i_0 2}{8\pi a}\left(\mathrm{atan}(-1) - \mathrm{atan}(3)\right) = \frac{-\mu_0 i_0}{4\pi a}\left(\mathrm{atan}(1)+\mathrm{atan}(3)\right)$$

$$= \frac{-\mu_0 i_0}{4\pi a}\left(\mathrm{atan}(-2)+\pi\right) = \frac{\mu_0 i_0}{4\pi a}\left(\mathrm{atan}(2)-\pi\right)$$

y - komponenten

$$B_y = \frac{\mu_0 i_0}{4\pi a}\int_{x_1=-a}^{a}\frac{\left(\frac{a}{2}-x_1\right)}{\left(\frac{a}{2}-x_1\right)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}\,dx_1 = \left\{\xi = \frac{a}{2}-x_1\right\} =$$

$$= \frac{-\mu_0 i_0}{4\pi a}\int_{\xi=\frac{3a}{2}}^{-\frac{a}{2}}\frac{\xi}{\xi^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}\,d\xi = \frac{-\mu_0 i_0}{4\pi a}\left[\frac{1}{2}\ln\left|\xi^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2\right|\right]_{\frac{3a}{2}}^{-\frac{a}{2}} =$$

$$= \frac{-\mu_0 i_0}{8\pi a}\left[\ln\left|\frac{a^2}{2}\right| - \ln\left|\frac{9a^2}{4}+\frac{a^2}{4}\right|\right] = \frac{-\mu_0 i_0}{8\pi a}\ln\frac{1}{5} = \frac{\mu_0 i_0}{8\pi a}\ln 5$$

$\Rightarrow$

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 i_0}{4\pi a}\left(\hat{x}\,\mathrm{atan}(2) - \pi + \hat{y}\ln\sqrt{5}\right)$$

(4)

B-fältet från den oändligt långa tråden:

$$\mathbb{B} = \frac{\mu_0 i_0}{2\pi R_{12}} \hat{\varphi}$$

Den magnetiska kraften på partikeln $\mathbb{F}_m = q(\mathbb{v} \times \mathbb{B})$

I x-y-planet är B-fältet riktat i z-led $\Rightarrow$

kraften $\mathbb{F}_m$ ligger i x-y-planet. $\Rightarrow$

Partikeln kommer inte röra sig ur x-y-planet.

Då har vi $\mathbb{B} = \frac{\mu_0 i_0}{2\pi y} \hat{z}$ i x-y-planet för $y > 0$

$$\mathbb{v}_0 = \hat{y} v_0 \quad \text{då } y = a$$

Beräkna kraften:

$$\mathbb{F}_m = q(\mathbb{v} \times \mathbb{B}) = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & 0 & \frac{\mu_0 i_0}{2\pi y} \end{vmatrix} = q\left(\hat{x} v_y \frac{\mu_0 i_0}{2\pi y} - \hat{y} v_x \frac{\mu_0 i_0}{2\pi y}\right)$$

Vi får då rörelseekvationen om vi bortser från gravitationen

$$\mathbb{F}_m = m a = m \frac{d\mathbb{v}}{dt}$$

Komponentvis:

$$F_x = m \frac{dv_x}{dt} = q v_y \frac{\mu_0 i_0}{2\pi y} \qquad (1)$$

$$F_y = m \frac{dv_y}{dt} = -q v_x \frac{\mu_0 i_0}{2\pi y} \qquad (2)$$

Kedjeregeln på (1) och (2)

$$m\frac{dv_x}{dt} = m\frac{dv_x}{dy}\frac{dy}{dt} = m\frac{dv_x}{dy}V_y = qV_y\frac{\mu_0 i_0}{2\pi y} \qquad (3)$$

$$m\frac{dv_y}{dt} = m\frac{dv_y}{dx}\cdot\frac{dx}{dt} = m\frac{dv_y}{dx}V_x = -qV_x\frac{\mu_0 i_0}{2\pi y} \qquad (4)$$

Ekvation (3) ger nu: om vi betraktar $y>0$

$$\frac{dv_x}{dy} = \frac{q}{m}\frac{\mu_0 i_0}{2\pi y} \Rightarrow V_x(y) = \frac{q}{m}\frac{\mu_0 i_0}{2\pi}\ln y + \xi$$

Vet att vid $t=0$ är $\mathbf{v} = v_0\hat{y}$, dvs $V_x(y=a)=0$

Då kan vi beräkna ξ: $0 = \frac{q}{m}\frac{\mu_0 i_0}{2\pi}\ln a + \xi \Rightarrow$

$$\xi = -\frac{q}{m}\frac{\mu_0 i_0}{2\pi}\ln a$$

Så $V_x(y) = \frac{q}{m}\frac{\mu_0 i_0}{2\pi}(\ln y - \ln a)$

Eftersom $\mathbf{F}\perp\mathbf{v}$ är partikelns hastighet konstant.
Största avståndet till x-axeln fås då $\mathbf{v} = v_0\hat{x}$

Beräknar y_{max}: $V_0 = \frac{q}{m}\frac{\mu_0 i_0}{2\pi}(\ln y - \ln a)$

$$\ln y_{max} = \frac{V_0 m 2\pi}{q\mu_0 i_0} + \ln a$$

$$y_{max} = a\exp\left(\frac{v_0 m 2\pi}{q\mu_0 i_0}\right)$$