

Dugga i Elektromagnetisk fältteori F. för F2.
EEF031 18/11 2000 kl. 8.45-12.45

Tillåtna hjälpmedel: BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori

Förfrågningar: Mikael Persson Tel. ankn. 1576

Lösningar: anslås efter tentamens slut på kursens hemsida

Kom ihåg Poängavdrag göres för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.

Regler för duggan Duggan består av två separata delar som bedöms var för sig, Elektrostatiken och Magnetostatiken. På varje del kan en eller två uppgifter skall lämnas in. För var och en av dessa delar av duggan gäller:

Om en uppgift lämnas in på en del

krävs minst: 80% av totalpoängen på den uppgiften. Varje fråga har två delfrågor. En förståelsedel och en problemlösningsdel. Poängen på var och en av dessa delfrågor skall vara minst 40% av maxpoängen på den delfrågan.

Om två uppgifter lämnas in på en del
krävs minst:

60% av totalpoängen på de två uppgifterna. Sammanlagda poängen på förståelsedelarna skall vara minst 40% av maxpoängen på de två delfrågorna. Sammanlagda poängen på problemlösningsdelarna skall vara minst 40% av maxpoängen på de två delfrågorna.

Problemlösningsdel: Varje löst problem skall avslutas med en kort diskussion av de olika stegen i lösningen.

Förståelsedel: Svaren skall markeras med ett kryss i rutan på frågeformuläret. Svar på separat papper godtas inte.

Elektrostatik

1.

Problemlösningsdel: (8 poäng)

a) En sfärisk laddningsfördelning med konstant laddningstäthet befinner sig innanför ett tunnt laddat sfäriskt metallskal. Beräkna det elektriska fältet och potentialen överallt om metallsfärens centrum och laddningsfördelningens centrum överensstämmer och vi sätter referenspotentialen till noll i oändligheten. Beskriv kortfattat lösningen på uppgiften.

Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktigt?

Gaus lag på differentialform och Gaus lag på integralform uttrycker egentligen samma sak.

På stort avstånd från en linjeladdning med ändlig längd avtar E-fältet som $1/R$

Elektrostatiken baseras på tre olika postulat

Det elektrostatiska fältet är källfritt

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktigt?

Det elektrostatiska fältet är rotationsfritt

Laddningen finns i fältpunkten och fälten beräknas i källpunkten

Superpositionsprincipen gäller i problemet ovan

Verkan över avstånd är det som leder till fältbegreppet

Coulombs kraftlag uttrycker att kraften mellan två punktladdningar är proportionell mot var och en av punktladdningarnas storlek och inverst proportionellt mot avståndet mellan punktladdningarna

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktigt?

Ett av postulaten i elektrostatiken är att $E = -\text{grad } V$

Ett av postulaten i elektrostatiken är att $\Delta V = -\rho/\epsilon$

Ett av postulaten i elektrostatiken är att E-fältet är konservativt.

Ett av postulaten i elektrostatiken är att källan till E-fältet är de fria laddningarna.

Ett av postulaten i elektrostatiken är att källan till D-fältet är de fria laddningarna.

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktigt?

E-fältet från en lång tunn homogent laddad rak ledare kan man räkna ut genom att integrera upp bidraget till E-fältet från varje infinitesimalt bidrag. Det är inte viktigt att den är rak, tunn och homogent laddad för att denna typ av räkning skall fungera.

Arbetet för att bygga upp en laddningsfördelning genom att flytta punktladdningar från stort avstånd lagras som elektrostatisk energi i systemet. Om jag sedan när systemet är uppbyggt tar en punktladdning från stort avstånd så är det arbete per laddningsenhet jag får göra för att föra punktladdningen till en viss punkt lika med den elektrostatiska potentialen i den punkten som laddningen befinner sig i.

E-fältet från en lång tunn homogent laddad rak ledare kan man räkna ut genom att använda Gauss sats på integralform. Det är viktigt att den är rak och homogent laddad för att denna räkning skall fungera.

2.

Problemlösningsdel: (8 poäng)

a) En tunn ledande plåt tillverkas genom att ett hål stansas i mitten av en cirkulär skiva varefter den delas diametralt i två lika stora bitar. Dessa sammanfogas sedan till en S-form. Man fäster sedan elektroder på ändarna och mäter resistansen. Beräkna en övre och en undre gräns på den förväntade resistansen. Beskriv kortfattat lösningen på uppgiften och förklara varför de framräknade svaren är en undre respektive en övre gräns på resistansen.

Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktigt?

- Lösningen ovan bygger på att varje approximativ potentialfördelning ger för hög resistans och varje approximativ strömfördelning ger för låg resistans
- Lösningen ovan bygger på att varje approximativ potentialfördelning ger för låg resistans och varje approximativ strömfördelning ger för hög resistans
- Lösningen ovan bygger på att en given ström som flyter igenom en isotrop ledare fördelar sig så att värmeutvecklingen i kroppen blir så liten som möjligt
- Lösningen ovan bygger på att en potential skillnad som läggs på en isotrop ledare fördelar sig så att värmeutvecklingen i kroppen blir så liten som möjligt

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktigt?

- För att numeriskt lösa för det verkliga fältet och strömfördelningen i problemet ovan baserar man sig på postulatet $\mathbf{E} = -\text{grad } V$
- Det verkliga fältet och strömfördelningen i problemet ovan ges av att $\Delta V = 0$ mellan elektroderna och att $\mathbf{E} = -\text{grad } V$
- Det verkliga \mathbf{E} -fältet i problemet ovan är konservativt.
- Resistansberäkningar och kapacitansberäkningar är helt oberoende för ett system med konstanta materialegenskaper.

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktigt?

- Ett tänkt elektrostatiskt system med en potential som är begränsad i sin utsträckning i rummet (går mot noll på stora avstånd) har alltid begränsad elektrostatisk energi.
- För att ett elektrostatiskt system skall ha begränsad elektrostatisk energi måste potentialen vara begränsad (till storlek) överallt i rummet.
- Fältet från en elektrisk dipol avtar långsammare med avståndet än fältet från en punktladdning.
- I elektrostatiken gäller vid gränssytan mellan två olika material att \mathbf{E} -fältets tangentialkomponent är kontinuerlig.
- Källan till polarisationsfältet \mathbf{P} är den fria laddningen.

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktigt?

- I elektrostatiken gäller vid gränssytan mellan två olika material att \mathbf{D} -fältets normalkomponent är kontinuerlig om det inte finns någon ytladdning.
- I elektrostatiken gäller vid gränssytan mellan två olika material att \mathbf{E} -fältets normalkomponent är kontinuerlig om det inte finns någon ytladdning.
- Summan av polarisationsladdningarna och ytpolarisationsladdningarna är alltid noll.
- För ett linjärt, isotropt material är polarisationsfältet \mathbf{P} proportionellt mot \mathbf{E} -fältet.
- Entydighetssatsen för Poissons ekvation bevisas genom att man antar att det finns två olika lösningar som uppfyller samma ekvation och samma randvillkor och genom att man visar att dessa lösningar är identiska.

Magnetostatiken

3.

Problemlösningsdel: (8 poäng)

a) Man vill leda likström genom en lång tunn plan rak plåt av ändlig bredd. Man fäster elektroder på de två motstående kortsidorna. Beräkna magnetfältet rakt ovanför plåten på stort avstånd från elektroderna. Beskriv kortfattat lösningen på uppgiften.

Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktigt?

- Lösningen ovan är baserad på magnetostatik
- Ett av postulaten lösningen ovan baserar sig på är att magnetfältet är källfritt
- Ett av postulaten lösningen ovan baserar sig på är att magnetfältet är rotationsfritt
- Ett av postulaten lösningen ovan baserar sig på är att magnetfältet är konservativt
- Ett av postulaten lösningen ovan baserar sig på är att rotationen av magnetfältet är proportionell mot strömtätheten

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktigt?

- Problemet ovan kan lösas med Biot-Savarts lag
- Problemet ovan kan lösas genom att superponera magnetfältet från små tunna långa linjeladdningar.
- Problemet ovan kan lösas genom att superponera magnetfältet från små tunna långa strömrör
- Problemet ovan kan lösas genom att lägga en lämplig Ampere slinga runt plåten sådan att magnetfältet är konstant på slingan.

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktigt?

- Biot-Savarts lag används för att beräkna magnetfältet från strömförande ledare
- Amperes lag säger att integralen av H-fältet runt en sluten slinga är lika med innesluten ström.
- Amperes lag är ett av postulaten i magnetostatiken
- Biot-Savarts lag är att föredra över Amperes lag när man skall beräkna magnetfältet vid cylindrisk symmetri
- Biot-Savarts lag är ett av postulaten i magnetostatiken

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktigt?

- I problemet ovan är den magnetiska fältstyrkan H och den magnetiska flödestätheten B linjärt relaterade genom permeabiliteten
- H-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material i avsaknad av ytströmmar.
- B-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material i avsaknad av ytströmmar om permeabiliteten i de båda materialen är de samma
- En magnetisk dipol används som modell när man vill beskriva de magnetiska

4.

Problemlösningsdel: (8 poäng)

a) Två cirkulära slingor med gemensam axel befinner sig på visst avstånd från varandra. Den ena är mycket större än den andra. Beäkna den ömsesidiga induktansen mellan slingorna om den mindre slingan har 7 varv och den större har 13 varv. Beskriv kortfattat lösningen på uppgiften.

Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktigt?

- Lösningen ovan är baserad på magnetostatik
- Lösningen ovan är baserad på elektrostatik
- Självinduktansen för en krets är ett mått på dess koppling till sitt eget magnetfält.
- I en permanentmagnet kan H-fältet och B-fältet vara motriktade inne i magneten

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktigt?

- Ömsesidig induktans mäter den magnetiska kopplingen mellan två kretsar.
- I härledningen för Neumans formel för ömsesidig induktans använder man uttrycket för den magnetiska vektorpotentialen från en magnetisk dipol
- Självinduktans har enheten Henry
- Länkat flöde skiljer sig från det magnetiska flödet bara om man har flera varv i den krets som genererar magnetfältet

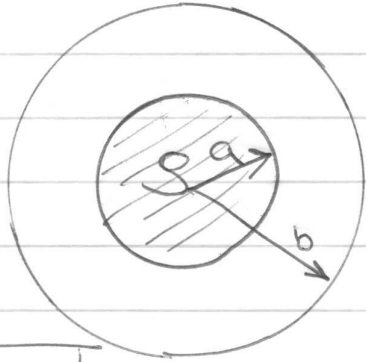
d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktigt?

- Vektorpotentialen från ett magnetiserat material leder till begreppet polarisationsladdning
- Den magnetiska fältstyrkan H är ett hjälpfält som gör det lättare att räkna på system med magnetiserade material.
- Självinduktans mäter hur en krets kopplar till magnetfält som genererats externt.
- Permeabiliteten för magnetiska material motsvaras i elektrostatiken av dielektrisitetskonstanten för dielektriska material

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktigt?

- Permeabiliteten för ett material är ett mått på hur det svarar på ett externt pålaggt magnetfält.
- $F=BIL$ som vi känner från gymnasiet är relaterat till Amperes kraftlag
- Vektorpotentialen från ett magnetiserat material leder till begreppet magnetiseringsström. Man gör en jämförelse med Biot-Savarts lag för en vanlig strömfördelning.
- Amperes kraftlag säger att kraften är vinkelrät mot strömmtätheten och vinkelrät mot magnetfältet och avtar med avståndet i kvadrat

①



Sfärisk symmetri

$$|E = E(R) \hat{r}$$

$0 < R < a$: Sfärisk symmetri $4\pi R^2 E = \int \rho dV = \frac{\rho 4\pi R^3}{3\epsilon_0}$

$$E = \frac{\rho}{3\epsilon_0} R$$

$a < R < b$: $4\pi R^2 E = \rho \cdot \frac{4\pi a^3}{3\epsilon_0}$; $E = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{a^3}{R^2}$

$R = b$ i det tunna metallskalet $E = 0$

$b < R < \infty$ $4\pi R^2 E = \frac{\rho \cdot 4\pi a^3}{3\epsilon_0} + \frac{Q_{skal}}{\epsilon_0}$; $E = \frac{\rho a^3}{3\epsilon_0 R^2} + \frac{Q_{skal}}{4\pi R^2 \epsilon_0}$

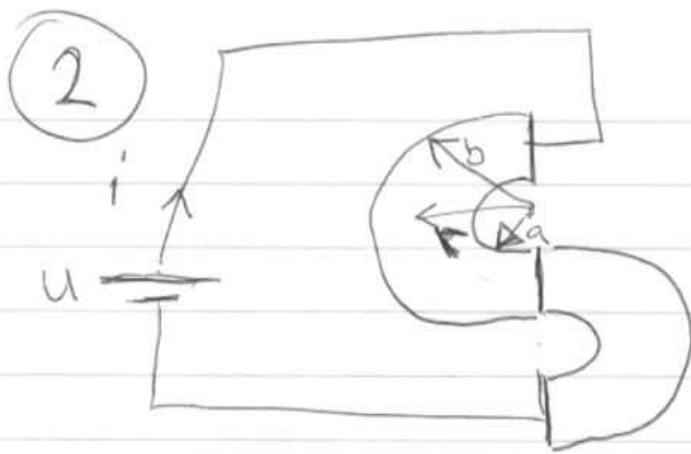
Potentialer:

$b < R < \infty$ $V_1(R) = \int_R^\infty E dR = \frac{\rho a^3}{3\epsilon_0 R} + \frac{Q_{skal}}{4\pi R \epsilon_0}$

$R = b$ $V_b = V_1(b)$

$a < R < b$ $V_2(R) = \int_R^b E dR + V_1(b) = \left(\frac{\rho a^3}{3\epsilon_0} \right) \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{b} \right) + V_1(b)$

$0 < R < a$ $V_3(R) = \int_R^a E dR + V_2(a)$
 $= \frac{\rho}{2\epsilon_0} (a^2 - R^2) + V_2(a)$



Antag att skivans tjocklek är d och ledningsförmågan är σ

Undre gräns: Antag att sammanfogningen är en ekvipotential yta.

$$dR_{\text{undre}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{\sigma \cdot d \cdot dr}$$

$$G_{\text{undre}} = \frac{\sigma d}{2\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\sigma d}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

$$R_{\text{undre}} = \frac{2\pi}{\sigma d} \cdot \frac{1}{\ln \frac{b}{a}}$$

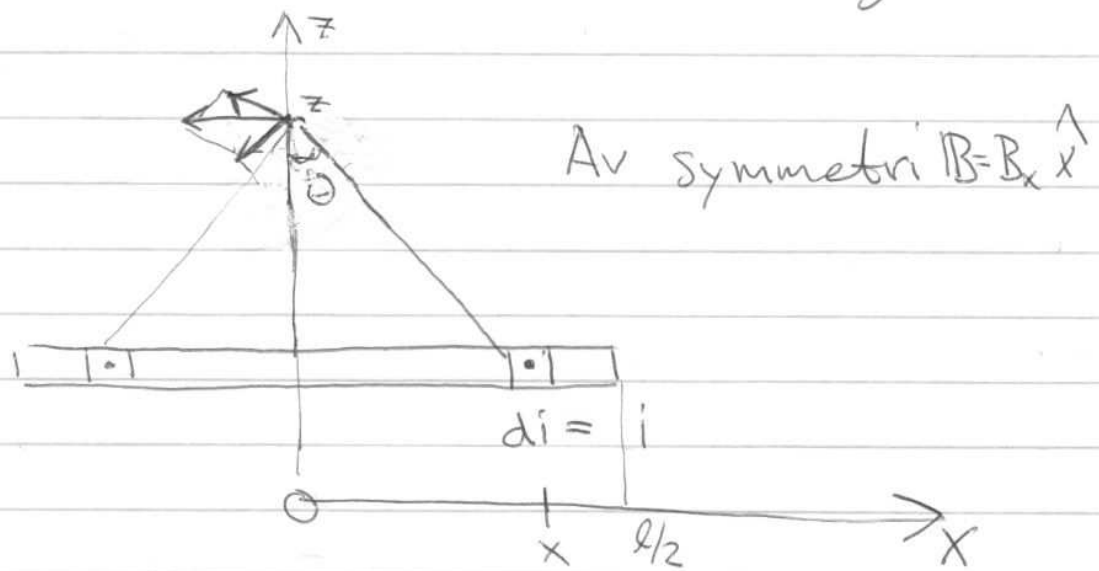
Övre gräns: Antag att strömmen följer cirkelbågar utmed plåtens ränder

$$dR_{\text{övre}} = \frac{\pi(r + (b+a-r))}{\sigma \cdot d \cdot dr}$$

$$G_{\text{övre}} = \frac{\sigma d}{\pi} \frac{1}{(b+a)} \int_a^b dr = \frac{\sigma d}{\pi} \frac{b-a}{b+a}$$

$$R_{\text{övre}} = \frac{\pi}{\sigma d} \frac{b+a}{b-a}$$

3 se (7-2) i Thomas lösningar



$$dB_x = \frac{\mu_0 di}{2\pi R_{12}} \cdot \cos\theta = \frac{\mu_0 \cdot dx}{2\pi \sqrt{x^2+z^2}} \cdot \frac{z}{\sqrt{x^2+z^2}} \cdot \frac{i}{l}$$

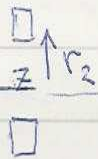
$$B_x = \frac{2i \cdot \mu_0 z}{l \cdot 2\pi} \int_0^{l/2} \frac{dx}{x^2+z^2}$$

④

$$N_1 = 13$$



$$N_2 = 7$$



$$L_{12} = \Lambda_{12} / i_1 = N_2 \cdot \Phi_{12} / i_1$$

$$\Phi_{12} = \int B_1 \cdot d\mathbf{s}_2 = \left\{ \text{Slingan 2 liter} \right\} =$$

$$= B_1(s_2) \cdot S_2 = N_1 \frac{\mu_0 i_1 \cdot r_1^2}{2(z^2 + r_1^2)^{3/2}} \cdot \pi r_2^2$$

$$\Lambda_{12} = N_2 \cdot \Phi_{12}$$

$$L_{12} = \Lambda_{12} / i_1 = N_1 N_2 \cdot \frac{\pi \mu_0 r_1^2 \cdot r_2^2}{2(z^2 + r_1^2)^{3/2}}$$