

**Tillåtna hjälpmedel**

**Första delen:** Inga hjälpmedel

**Andra delen:** Räknedosa, BETA, SMT, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk Fältteori.

**Lösningar:** Anslås på kursens hemsida efter duggans slut.

**Första delen**

**Maximalt 5 poäng**

**Svaren lämnas på särskild svarsblankett.**

- 1 Hur varierar potentialen med avståndet från en punktladdning? Proportionellt mot  
a)  $1/R$  b)  $1/R^2$  c)  $1/R^3$  d)  $1/R^4$  e) R  
f) Inget av det föreslagna
- 2 Hur varierar potentialen från en elektrisk dipol med avståndet från dipolen? Proportionellt mot  
a)  $1/R$  b)  $1/R^2$  c)  $1/R^3$  d)  $1/R^4$  e) R  
f) Inget av det föreslagna
- 3 Hur varierar det elektriska fältet från en punktladdning med avståndet? Proportionellt mot  
a)  $1/R$  b)  $1/R^2$  c)  $1/R^3$  d)  $1/R^4$  e) R  
f) Inget av det föreslagna
- 4 Hur varierar det elektriska fältet från en elektrisk dipol med avståndet från dipolen? Proportionellt mot  
a)  $1/R$  b)  $1/R^2$  c)  $1/R^3$  d)  $1/R^4$  e) R  
f) Inget av det föreslagna
- 5 Hur varierar potentialen från en mycket lång rak linjeladdning? Proportionellt mot  
a)  $1/r$  b)  $1/r^2$  c)  $1/r^3$  d)  $1/r^4$  e) r  
f) Inget av det föreslagna
- 6 Hur varierar det elektriska fältet från en mycket lång rak linjeladdning? Proportionellt mot  
a)  $1/r$  b)  $1/r^2$  c)  $1/r^3$  d)  $1/r^4$  e) r  
f) Inget av det föreslagna
- 7 Hur varierar potentialen med avståndet till sfärens centrum utanför en ensam laddad metallsfär? Proportionellt mot  
a)  $1/R$  b)  $1/R^2$  c)  $1/R^3$  d)  $1/R^4$  e) R  
f) Inget av det föreslagna

- 8 Hur varierar det elektriska fältet med avståndet till sfärens centrum utanför en ensam jordad metallsfär om vi placerar en punktladdning någonstans i sfären? Proportionellt mot  
 a)  $1/R$  b)  $1/R^2$  c)  $1/R^3$  d)  $1/R^4$  e)  $R$   
 f) Inget av det föreslagna
- 9 Hur varierar det elektriska fältet på ett stort avstånd från en ändligt stor laddad platta. Proportionellt mot  
 a)  $1/R$  b)  $1/R^2$  c)  $1/R^3$  d)  $1/R^4$  e)  $R$   
 f) Inget av det föreslagna
- 10 Vilket eller vilka av följande uttryck på elektrostatiske energin  $W_e$  hos en kondensator är riktig.  
 a)  $W_e = Q\Delta v$  b)  $W_e = Q^2/C$  c)  $W_e = Q/\Delta v$  d)  $W_e = C\Delta v^2$   
 e)  $W_e = (\Delta v)^2/C$  f) Inget av det föreslagna
- 11 Med den elektriska suseptibiliteten  $\chi_e$ , den relativa dielektrisitetskonstanten  $\epsilon_r$ , dielektrisitetskonstanten för vakuum  $\epsilon_0$  och dielektrisitetskonstanten för ett material  $\epsilon$  vilket eller vilka samband mellan polarsisationen  $\mathbf{P}$  förskjutningsfältet  $\mathbf{D}$  och det elektriska fältet  $\mathbf{E}$  gäller för ett isotropt, linjärt och homogent material?  
 a)  $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$  b)  $\mathbf{D} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \mathbf{E}$  c)  $\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}$   
 d)  $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$  e)  $\mathbf{P} = (1 - \epsilon_0 / \epsilon) \mathbf{D}$  f)  $\mathbf{P} = \chi_e \mathbf{E}$
- 12 Vilket eller vilka av följande påståenden är sanna  
 a) Kapacitansen för en ensam ledare är oberoende av pålagd laddning  
 b) Kapacitansen hos en kondensator  $C$  är oberoende av laddningen  $Q$  ty potentialskillnaden  $\Delta v$  beror linjärt av  $Q$ . Dubblar vi  $Q$  dubblas  $\Delta v$ .  
 c) Kapacitansen hos en kondensator beror både på laddningen  $Q$  och spänningsskillnaden  $\Delta v$  eftersom de är oberoende.  
 d) Kapacitansen hos en kondensator beror på geometrin och isolator materialet snarare än på pålagd spänning
- 13 På vilken av följande matematiska satser vilar speglingsmetoden för elektrostatiske problem tungt?  
 a) Divergensteoremet b) Stokes sats, c) Gauss lag  
 d) Amperes lag e) Entydighetssatsen f) Ingen av dessa.

- 14 Strömtätheten  $J$  definieras med hjälp av drifhastigheten  $u$ , partikelslagets laddning  $q$  och tätheten  $N$ . Vilket eller vilka av följande uttryck är riktiga
- a)  $J=qN/u$  b)  $J=Nu/q$  c)  $J=Nqu$  d)  $J=qu/N$  e)  $J=q^2uN$ ,  
f) Inget av dessa
- 15 Vilket eller vilka av följande påståenden är riktiga
- Resistans och kapacitans beräkningar är lika därför att
- a) Kapacitans och resistans ökar båda med ökande spänning  
b) Båda inkluderar beräkningen av en spännings skillnad  
c) Båda beräkningarna inkluderar strömberäkningar  
d) Beräkningen av strömmen vid resistansberäkningar och beräkningen av laddningen vid kapacitansberäkningar är relaterade via det elektriska fältet  
e) Inget av påståendena stämmer.

2-4

Hur stor laddning  $Q$  kan man tillföra en metallsfär med radien  $a=10$  cm, utan att den maximala elektriska fältstyrkan i luft  $E_{\max} = 3 \cdot 10^6$  V/m överskrides? Vilken potential har sfären i detta fall om  $V_{\infty} = 0$ ?

2-4

Lösning



$$E_{\max} = 3 \cdot 10^6 \text{ V/m}$$

$$a = 0.1 \text{ m}$$

$$V_{\infty} = 0$$

$$\text{Gauss: } E \cdot 4\pi R^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow |E| = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

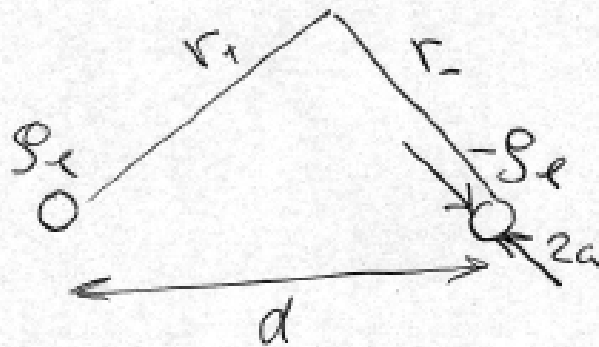
$$E_{\max} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_{\max}}{a^2}$$

$$Q_{\max} = 4\pi\epsilon_0 \cdot a^2 E_{\max} = \frac{1}{3} 10^{-5} \text{ As}$$


---

3-4

Lösning



$$V = \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_-}{r_+}$$

$$V_1 = \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{d}{a}$$

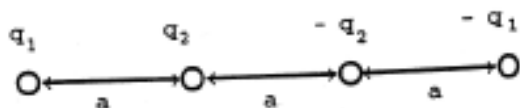
$$V_2 = -V_1$$

$$\Delta V = V_1 - V_2 = 2V_1 = \frac{\rho_l}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{d}{a}$$

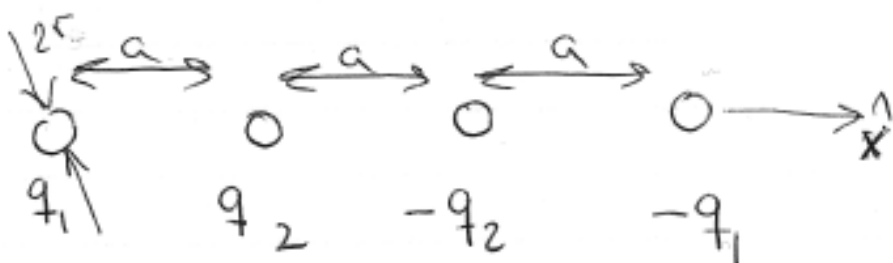
$$C = \frac{l \cdot \rho_l}{\Delta V} = l \cdot \frac{\pi\epsilon_0}{\ln \frac{d}{a}}$$

2-7

Fyra tunna, långa, raka, parallella ledare har laddningar enligt fig. Beräkna kraften på en av ytterledarna och potentialskillnaden mellan ytterledarna! Ledarradien är  $r$  och längden  $l$ .



2-7  
Lösning



$E$ -fältet i platsen för  $q_1$  från övriga laddningar

$$E = -\hat{x} \cdot \frac{q_2/l}{2\pi\epsilon_0 \cdot a} + \hat{x} \cdot \frac{q_2/l}{2\pi\epsilon_0 \cdot 2a} + \hat{x} \cdot \frac{q_1/l}{2\pi\epsilon_0 \cdot 3a}$$

$$F = q_1 \cdot E = \hat{x} \cdot \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0 \cdot a \cdot l} \left[ -\frac{q_2}{2} + \frac{q_1}{3} \right]$$

$$V_1 = \frac{q_1/l}{2\pi\epsilon_0} \ln\left\{\frac{3a}{r}\right\} + \frac{q_2/l}{2\pi\epsilon_0} \ln\{2\}$$

4-2

Enligt relativitetsteorin har en partikel i vila energin  $m_0 c^2$ , där  $m_0$  är massan och  $c$  ljushastigheten. Antag att denna energi är elektronens elektrostatiska energi.

Bestäm elektronradien  $R$  om laddningen  $q$

a/ ligger på ytan av en sfär med radien  $R$

b/ är jämnt fördelad i den sfäriska volymen!

Elektronens massa  $m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31}$  kg och laddning

$q = -1,60 \cdot 10^{-19}$  As.

## Lösning

a, Antag att elektronens laddning är fördelad på ett skal.

$$V_{\text{skal}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot R_a$$



$$\text{Energi: } W_e = \frac{1}{2} Q V_{\text{skal}} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R_a} = m_0 c^2$$

$$R_a = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 m_0 c^2} = 1,40 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

b, Fördelning i sfärisk volym

$$\rho = \frac{Q}{\text{Vol}} = \frac{Q}{\frac{4\pi}{3} R_b^3}$$



$$\underline{R < R_b}: \text{ Gauss: } E \cdot 4\pi R^2 = \frac{\rho}{\epsilon_0} \cdot \frac{4\pi R^3}{3} \Rightarrow E = \frac{\rho}{3\epsilon_0} R$$

$$R > R_b: \text{ Gauss: } E \cdot 4\pi R^2 = \frac{\rho}{\epsilon_0} \cdot \frac{4\pi R_b^3}{3} \Rightarrow E = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \cdot \frac{R_b^3}{R^2}$$

$$W_e = \frac{1}{2} \int \epsilon_0 E^2 dV = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left[ \int_0^{R_b} \frac{\rho^2}{9\epsilon_0^2} R^2 \cdot 4\pi R^2 dR + \int_{R_b}^{\infty} \frac{\rho^2}{9\epsilon_0^2} \cdot \frac{R_b^6}{R^4} \cdot 4\pi R^2 dR \right]$$

$$W_e = m_0 c^2 \Rightarrow R_b = \frac{3Q^2}{20\pi\epsilon_0 \cdot m_0 c^2} = 1,69 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$