HFT 52, Tentamen i högfrekvensteknik, kurskod EEM021 2015-04-13, fm i ”M”-salar. Längd: 4 timmar.

Tillåtna hjälpmedel:	Beta, Physics Handbook, valfri kalkylator, formelsamling i Elektromagnetisk fältteori av Eva Palmgren, egna anteckningar i formelsamlingen och på en A4 blad (dock inte lösningar till uppgifter)
Frågor uppg 1-6	Vincent Desmaris, tel ankn. 1846
Frågor uppg 7	Hans Hjelmgren, tel 070-520 13 46
Resultatet	Anslås på kursens hemsida
Granskning	Sker på tid och plats som anges på kurshemsida
Betygsgränser	Med minst 30% av poäng för de 4 olika delar, samt 24p för betyg 3, 36p för betyg 4 och 48p för betyg 5samt
Kom ihåg	**Lösningen på uppgift 7 lämnas i separat omslag**
Observera	Omotiverade lösningar kan ge poängavdrag!

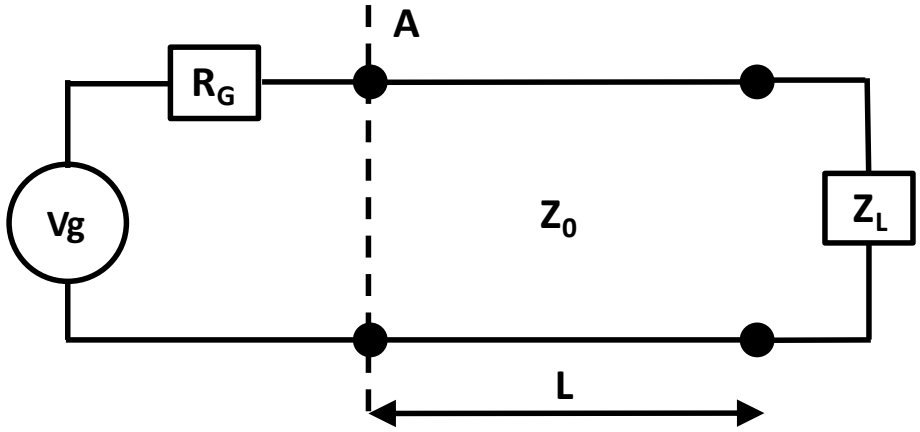
Duggadelen

Poängen på uppgift 2 kan ersättas med resultatet på första uppgiften på duggan.
Poängen på uppgift 3 kan ersättas med resultatet på andra uppgiften på duggan.

<u>Transmissionsledningar:</u>

Problem 1. 7p.

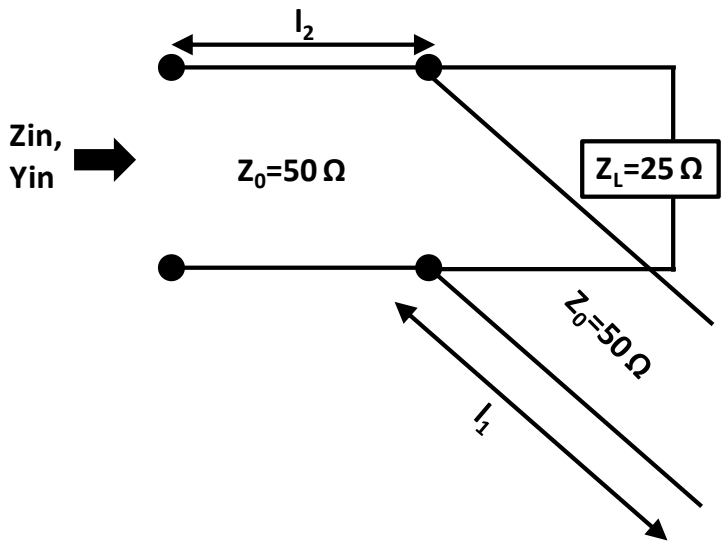
En förlustfri transmissionsledning med karakteristisk impedans Z_0 och längd L ansluter en ***<u>Steggenerator</u>*** (Vg, Rg) till last Z_L.



Beräkna R_g, Z_L, Z_0 och Vg och L för att omvandla hela kretsen till en pulsgenerator som genererar en enda puls med amplitud 5V och pulslängd 10ns vid generators anslutningspunkt (A).

Problem 2. 10p. (D)

En 25 Ω last är ansluten till en parallell öppen stub med karakteristisk impedans Z_0=50Ω och längd l_1 (0.282 λ < l_1< 0.375 λ) samt en förlustfri transmissionsledning med karakteristisk impedans Z_0=50Ω och längd l_2 (0.23 λ < l_2< 0.32 λ), enligt figuren nedan.



Vilken är den maximala In-resistansen och maximala In-susceptansen man kan nå med den kretsen?

<u>Vågledare:</u>

Problem 3. 10p. (D)

En luftfylld rektangulär vågledare med bredden b=a/3 har den lägsta brytfrekvensen på 10 GHz

y-komponenten av elektriska fältet i vågledaren beskrivs som

$$E_y = -452.4 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}$$

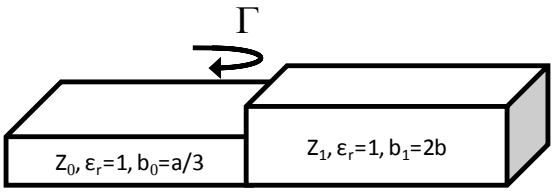
Dessutom så beskrivs x-komponenten av det magnetiska fältet i vågledaren som

$$H_x = 0.663 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}$$

a) ***Beräkna vågimpedansen, Z_{TE}***
b) ***Beräkna vågledarens bredd och höjd.***
c) ***Beräkna utbredningsfrekvensen***
d) ***Ange de två första moderna samt de tillhörande brytfrekvenserna***

Problem 4. 6p.

Två luftfyllda rektangulära vågledare med olika höjd är kaskadkopplade enligt figuren.



Brytfrekvensen för den dominanta moden vid ingången (Z_0) är 5 GHz.

A) Visa att effekten på utsidan kan skrivas som $\boldsymbol{P_{ut} = P_{in}(1 - |\Gamma|^2)}$

Anta att in- och utgångarna på vågledarna är terminerade med matchad last.

B) Låt Pin =1 W, beräkna uteffekten vid 6 GHz.

C) Man kan förbättra uteffekten genom att matcha in- och utvågledarna med hjälp av en mellanliggande vågledare med längden L.
Beräkna vågledarens impedans, höjd och längd vid 6 GHz.

Hint: Höjden på vågledaren ges av: $b_{n+1} = \frac{b_0 Z_{n+1}}{Z_0}$

<u>Antenner</u>

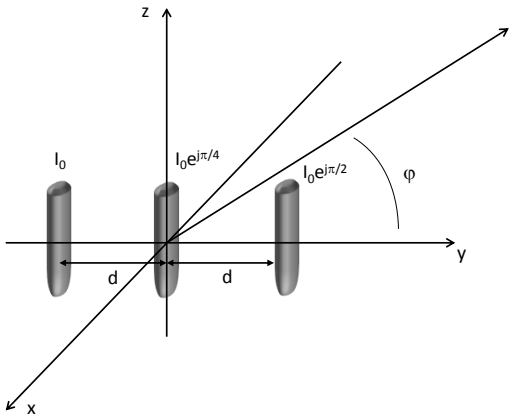
Problem 5. 8p.

En parkeringsradar på en bil fungerar vid 70 GHz och använder sig av en relativt låg effekt-förstärkare (~1W) i sändaren. Brusgolvet för lågbrusförstärkare i mottagaren ligger på 10 µW. Av säkerhetsskäl måste radarn kunna detektera en fotgängare som tränger sig in bakom bilen på en meters avstånd för att hinna bromsa i tid.

Vilken är den minsta förstärkningen som antennen bör ha för att bygga ett system med godkänd säkerhet, när den minsta inkommande signalen måste ligga minst 10dB över lågbrusförstärkarens brusgolv?

Problem 6. 8p.

En FM-gruppantenn (100 MHz) består av 3 halvvågsdipoler med lika avstånd mellan sig. Antennerna matas med strömmar med likadana amplituder, men med 45 graders fasförskjutning mellan varandra (se figur nedan).



Gruppantennen strålar högst effekt för φ=135 grader (i x-y planen).

Beräkna avståndet d mellan varje sprötantenn.

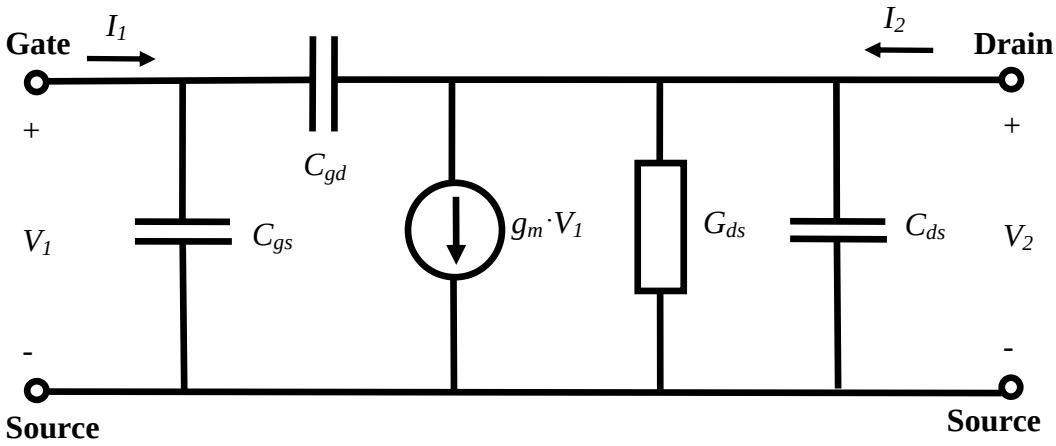
Mikrovåg

Problem 7. 10p.

En småsignalmodell för en RF-MOSFET med common-source visas nedan, tillsammans med definitionen av hybrid-parametrar.

a) (8p) Bestäm uttryck för hybridparametrarna (h_{11}, h_{12}, h_{21} och h_{22}).

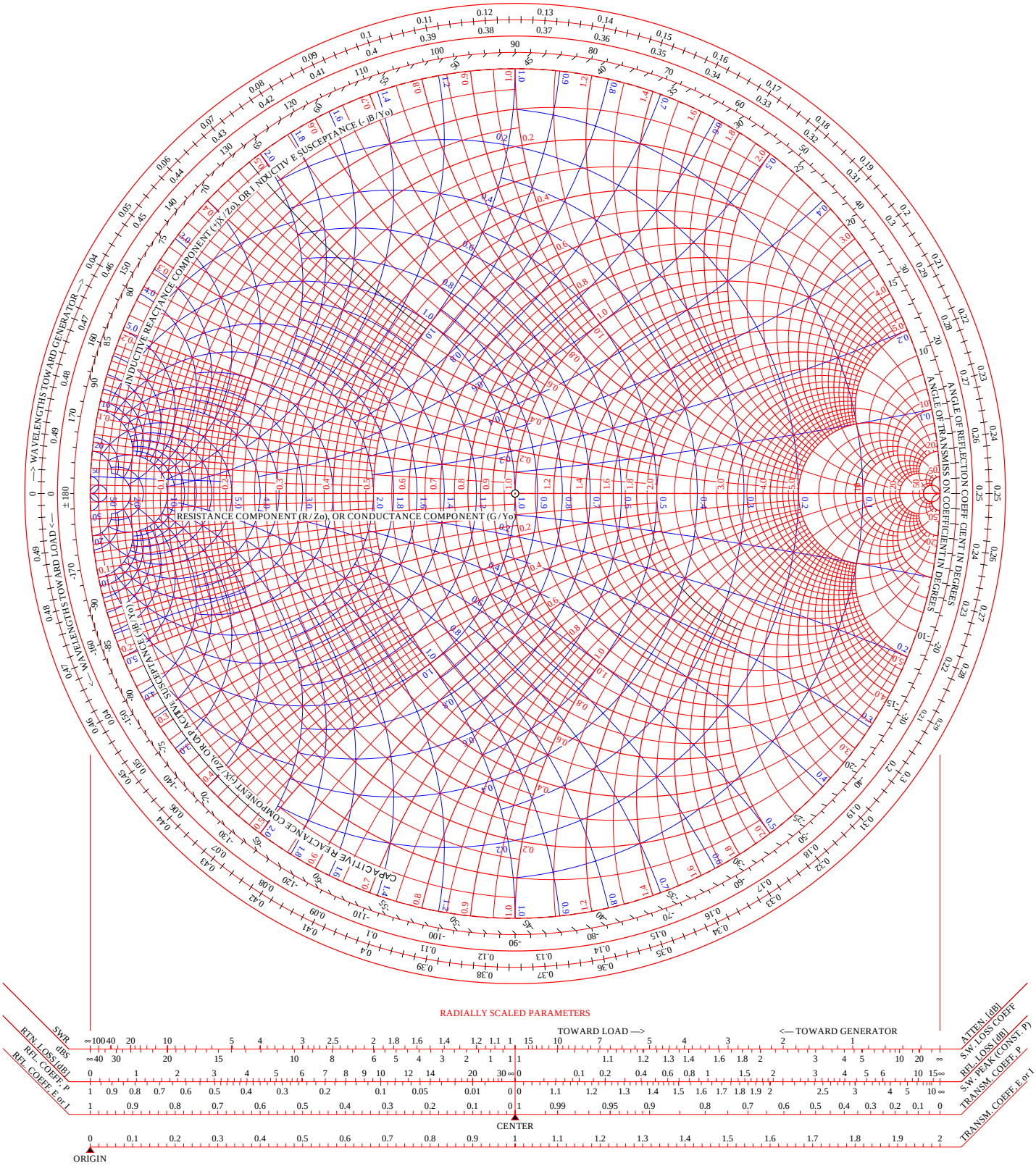
b) (2p) Bestäm ett uttryck för gränsfrekvensen f_T (unity curren gain frequency), alltså den frekvens för vilken strömförstärkningen $|h_{21}|=1$. Antag att C_{gd} är liten.



$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

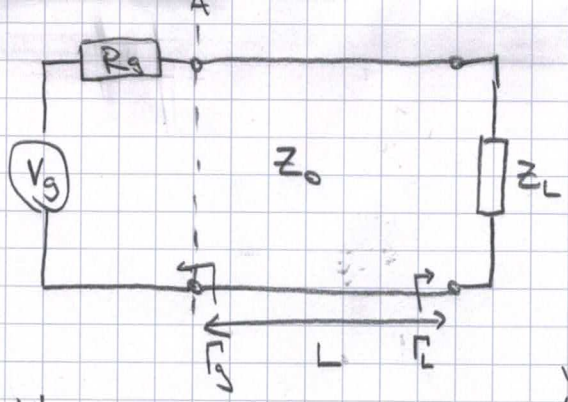
NAME	TITLE	DWG. NO.
SMITH CHART FORM ZY-01-N	COLOR BY J. COLVIN, UNIVERSITY OF FLORIDA, 1997	DATE

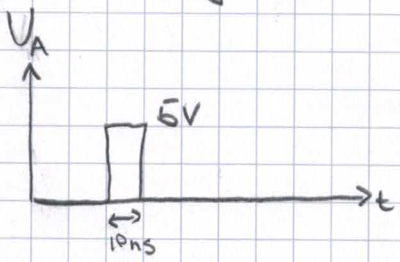
NORMALIZED IMPEDANCE AND ADMITTANCE COORDINATES

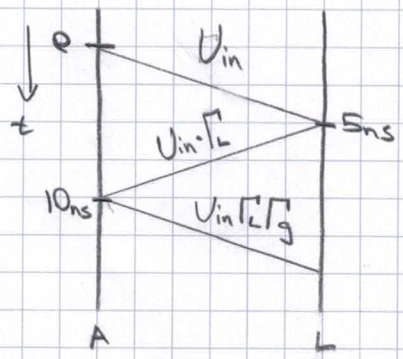


RADIALLY SCALED PARAMETERS

1,







$\Gamma_L = -1$ för att spänningen skall bli noll igen

$\Gamma_g = 0$ för att inte få några reflexioner

$\Gamma_g = \frac{R_g - Z_0}{R_g + Z_0} = 0 \Rightarrow R_g = Z_0$

L = sträckan signalen färdas på 5ns

förutsätter att utbredningshastigheten är c

$\Rightarrow \quad L = c \cdot 5 \cdot 10^{-9} = 3 \cdot 10^{8} \cdot 5 \cdot 10^{-9} = 1{,}5\,m$

$V_{in} = V_g \frac{Z_0}{R_g + Z_0} = \frac{V_g}{2} = 5V \Rightarrow V_g = 10V$

$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = -1 \Rightarrow Z_L = 0$

Så: L = 1,5m för att ge pulsbredden 10ns

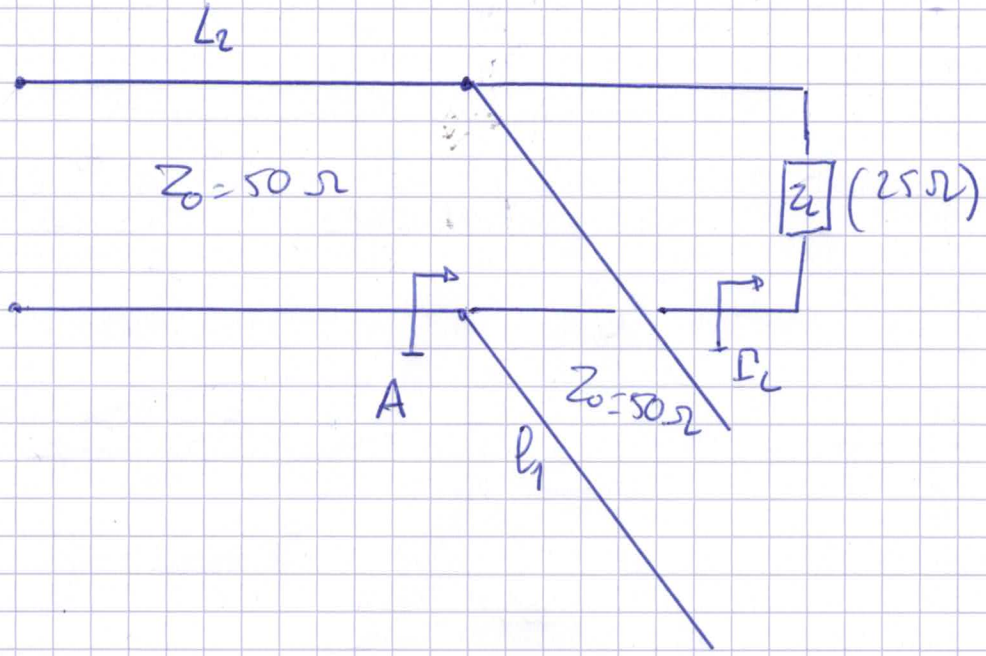
$Z_L = 0$ för att ge $\Gamma_L = -1$

$R_g = Z_0$ för att ge $\Gamma_g = 0$

$V_g = V_g = 10V$ för att ge pulsen en amplitud på 5V

Answer only one question on this page. Do not write on the back of this paper
Behandla endast en uppgift på detta blad. Skriv ej på baksidan

Problem #2



$0.375\lambda > l_1 > 0.282\lambda$ innebär att stubben ger admitanser $\bar{Y}_{stub} \in [-5;$

$$Z_L = 25\,\Omega \rightarrow \Gamma_L = \frac{-1}{3}$$

i A, ser man att stubben är i paralel med Z_L alltså ~~admitansen~~ man ser i A är:

$$\bar{Y}_A = \bar{Y}_{STUB} + \bar{Y}_{Z_L}$$

Alla möjliga Y_A (beroende på l_1) befinner sig på en del av cirkeln i bifogade Smith-diagram

$0.32\lambda > l_2 > 0.23\lambda$, alltså beroende på l_2 flyttas $\bar{Y}_A$ med 0.32λ till 0.23

generatorn. Alltså hamnar man i ett område (markerade i blå i bifogade Smith-diagramm) där alla möjliga $\bar{Y}_{in}$ och $\bar{Z}_{in}$ finns.

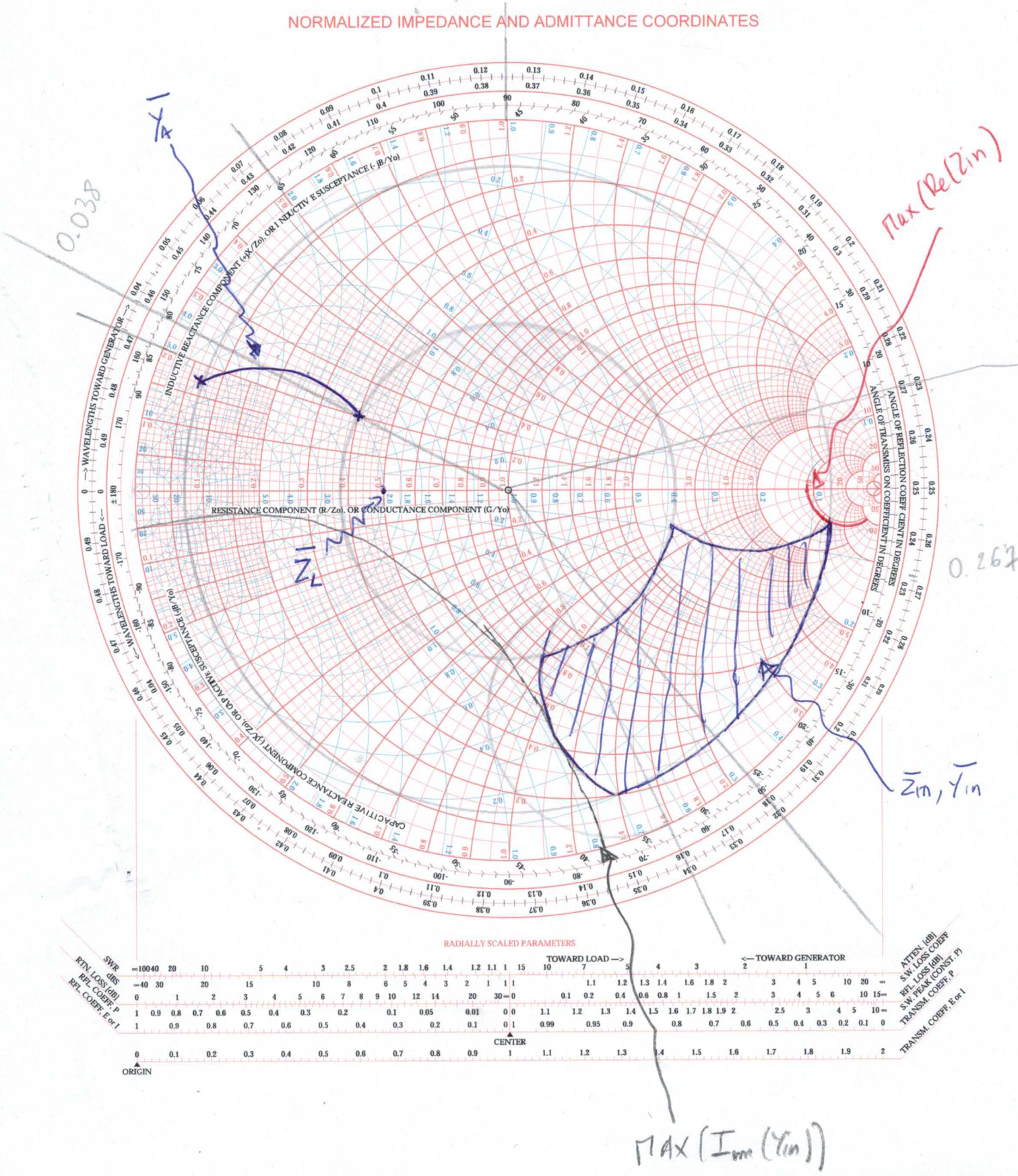
Då läser man i Smith-diagramet:

$$MAX(Re(Z_{in})) = Z_0 \times 9 = 450\,\Omega$$

$$MAX(Im(Y_{in})) = 0.78 \cdot Y_0 = 15{,}6\ mS$$

NAME	TITLE	DWG. NO.
		DATE
SMITH CHART FORM ZY-01-N	COLOR BY J. COLVIN, UNIVERSITY OF FLORIDA, 1997	

NORMALIZED IMPEDANCE AND ADMITTANCE COORDINATES



Problem 3

En luftfyld rektangulärvågledare med bredden b=a/3 har en brytfrekvens på 10 GHz

x-komponenten av elektiska fältet i vågledaren beskrivs av

$$E_y = -452.4 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}$$

Dessutom så beskrivs x-komponenten av det magnetiska fältet i vågledaren av

$$H_x = 0.663 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}$$

A) Beräkna vågimpedansen, Z_{TE}
B) Beräkna vågledarens bredd och höjd.
C) Beräkna utbredningsfrekvensen
D) Ange de två första moderna samt de tillhörande brytfrekvenser

Lösning:

A) $Z_{TE} = -\frac{E_y}{H_x}$ (1)

B) $a = \frac{3 \cdot 10^8}{2 f_{c10}} = 1.5\ cm$ (2)

$b = \frac{a}{3} = 0.5\ cm$ (3)

C) $Z_{TE} = -\frac{E_y}{H_x} = \frac{k\eta_0}{\beta}$ (4)

$Z_{TE}^2(k^2 - k_c^2) = (k\eta_0)^2 \Longrightarrow k = \frac{Z_{TE} k_c}{\sqrt{(Z_{TE}^2 - \eta_0^2)}}$ (5)

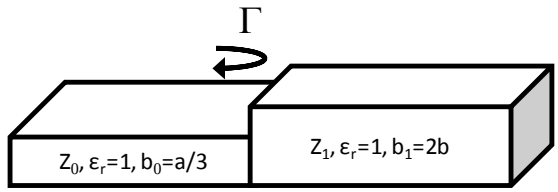
$f = \frac{c_0}{2\pi} \frac{Z_{TE} k_c}{\sqrt{(Z_{TE}^2 - \eta_0^2)}}$=12 GHz (6)

$k_c = \frac{pi}{a}$ (7)

D) 10 GHz är första moden, eftersom b=a/3 så medför detta att f01>f20, så nästa mod är TE20. Brytfrekvensen för TE20 är 2f10 dvs 20 GHz.

Problem 4.

Två luftfyllda rektangulära vågledare med olika höjd är kaskadkopplade enligt figuren.



Brytfrekvensen för den dominanta moden vid ingången (Z_0) är 5 GHz.

A) Visa att effekten på utsidan kan skrivas som $\boldsymbol{P_{ut} = P_{in}(1 - |\Gamma|^2)}$

Svar A) Effekten på utsidan dvs. den transmitterade effekten ges av

$$P_{ut} = V_{ut}I_{ut} = (V^+|T|)(I^+|T|) = V^+I^+|T|^2 = P_{in}|T|^2 \qquad (1.A)$$

I en förlust fritt reciprokt medium gäller det att

$$|\Gamma|^2 + |T|^2 = 1 \qquad (2.A)$$

Detta ger att

$$|\Gamma|^2 = 1 - |T|^2 \qquad (3.A)$$

Ekvation (1) och (3) ger

$$P_{ut} = P_{in}(1 - |\Gamma|^2) \qquad \text{v.s.v.}$$

B) Låt Pin =1 W, beräkna uteffekten vid 6 GHz.

För att utföra denna beräkning behöver vi veta reflektionen $|\Gamma|$.

$$|\Gamma| = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} \qquad (1.B)$$

Impedanserna Z_1 och Z_0 beräknas genom följande relation

$$Z_1 = \frac{k\eta}{\beta} = \frac{\omega}{c_0\beta}\sqrt{\varepsilon_r}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0\varepsilon_r}} = \frac{\omega}{c_0\beta}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = \frac{\omega\eta_0}{c_0\beta} = \frac{120\pi\omega}{c_0\beta} \qquad (2.B)$$

$$\beta = \sqrt{\left(\frac{\omega\sqrt{\varepsilon_r}}{c_0}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \qquad (3.B)$$

För en luftfyllt medium är $\varepsilon_r = 1$, ekvation (2.B) och (3.B) för den dominanta moden ger

$$Z_0 = \frac{120\pi}{c_0} \cdot \frac{2\pi f}{\sqrt{\left(\frac{2\pi f}{c_0}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2}} \qquad (4.B)$$

För att lösa ekvation (4.B) så behöver vi ta reda på vågledarens bredd, a.
Givet den dominanta moden, TE10 och brytfrekvensen, 5 GHz.

$$f_{10} = \frac{c_0}{2a} \Rightarrow a = \frac{c_0}{2f_{10}} = 3 \cdot \frac{10^8}{2 \cdot 5 \cdot 10^9} = 3\ cm \qquad (5.B)$$

Impedansen Z_0 vid 6 GHz ges av

$$Z_0 = \frac{120\pi}{3 \cdot 10^8} \cdot \frac{2\pi \cdot 6 \cdot 10^9}{\sqrt{\left(2\pi \frac{6 \cdot 10^9}{3 \cdot 10^8}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{3 \cdot 10^{-2}}\right)^2}} = 682\ \Omega \qquad (6.B)$$

Impedansen Z_1 fås med hjälp av ekvationen från hinten,

$$b_1 = \frac{b_0 Z_1}{Z_0} \Rightarrow$$

$$Z_1 = Z_0 \frac{b_1}{b_0} = Z_0 \left(\frac{2b_0}{b_0}\right) = 2Z_0 \qquad (7.B)$$

Impedanserna Z_1 och Z_0 i ekvation (4.B) ger

$$|\Gamma| = \frac{2Z_0 - Z_0}{2Z_0 + Z_0} = \frac{1}{3} \qquad (8.B)$$

För Pin =1 W får vi slutligen att uteffekten är

$$\boxed{P_{ut} = \frac{8}{9}\,W}$$

C) ***Man kan förbättra uteffekten genom att matcha in- och utvågledarna med hjälp av en mellanliggande vågledare med längden L.***
Beräkna vågledarens impedans, höjd och längd vid 6 GHz.

In impedansen av förlustfri transmissions ledning som är terminerad med impedansen Z_1 ges av följande uttryck

$$z_{in} = z_p \frac{z_1 + jz_p \tan(\beta l)}{z_p + jz_1 \tan(\beta l)} \qquad (1.C)$$

Vi vill förbättra matchingen genom att lägga till en mellanliggande vågledare med längden L. För att detta ska vara meningsfullt bör impedansen vara distinkt från de närliggande vågledarna.

Vidare så kan vi dela upp in-impedansen i formen av real och imaginära komponenter. Låt dessutom $t = \tan(\beta l)$

$$R_{in} + jX_{in} = z_p \frac{z_1 + jz_p t}{z_p + jz_1 t}$$

$$R_{in} z_p + jR_{in} z_1 t + jX_{in} z_p - X_{in} z_1 t = z_p z_1 - jz_p^2 t \Rightarrow$$

$$z_p(R_{in} - X_{in} t - z_1) + jt\left(R_{in} z_1 - z_p^2\right) = 0$$

Im: $z_p = \sqrt{R_{in} z_1}$ (2.C)

Re: $t = \frac{(R_{in} - z_1)}{X_{in}} \Rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{(R_{in} - z_1)}{X_{in}}\right)$ (3.C)

Vi vill matcha Z_{in} till impedansen av första vågledaren, dvs. $z_{in} = R_{in} + jX_{in} = z_0,\ z_0 \epsilon \mathbb{R}$

$\lim_{\underbrace{X_{in}}\to 0} \theta = \arctan\left(\frac{(R_{in} - z_1)}{X_{in}}\right) = \frac{\pi}{2}$ (4.C)

Vidare så är impedanserna för vågledarna reella så länge utbredningsfrekvensen är högre än brytfrekvensen, dvs. $\beta > 0$. Ekvation (2.C) blir nu

$z_0 = \frac{z_p^2}{z_1} = \frac{(R_{in} z_1)}{z_1} \Rightarrow$

$z_p = \sqrt{z_1 z_0}$ (5.C)

Enlig ledtråden i problem texten så kan impedansen skrivas om enligt

$z_p = z_0 \frac{b_p}{b_0}$ (6.C)

$z_1 = z_0 \frac{b_1}{b_0}$ (7.C)

Ekvation (5.C)-(7.C) ger

$b_p = \sqrt{b_1 b_0}$ (8.C)

Svar:

Enligt ekvation (8.C) och figuren i tesen, blir höjden

$b_p = \sqrt{2} b_0$

och impedansen enligt (6.C),

$z_p = \sqrt{2} z_0$.

Längden ges av ekvation (4.C)

$\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \beta l = \frac{\pi}{2}, \Rightarrow l = \frac{\lambda_g}{4}$

Problem 5:

$F = 70\ GHz \rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = 4{,}28\ mm$

$P_{UT} = 1W$

$R = 1\ m$

$P_r = 10 \times 10\mu W$ (10dB över brusgolvet)

σ = antag $1\ m^2$ (samma storleksordning som den fysiska storlek)

Radar ekvation ger:

$$G_D^2 = \frac{P_r}{P_{UT}} \cdot \frac{(4\pi)^3 \cdot R^4}{\sigma \cdot \lambda^2}$$ (antag perfekt matchning och ingen förluster)

$$G_D^2 = 10^{-4} \cdot \frac{(4\pi)^3 (70)^2}{3^2} = 10800$$

$G_D = 103{,}9$ dvs $10 \times \log_{10}(103{,}9) = 20.16\ dBi$.

Problem 6:

Grupp antenn är en linjär gruppantenn eftersom vi har samma fasförskutning $\xi = \frac{\pi}{4}$ mellan varje element och samma avstånd

alltså den strålade fältet i φ planen ($\theta = \frac{\pi}{2}$) ges av.

$$|A(\Psi)| = \frac{1}{3} \frac{\sin(3 \cdot \Psi/2)}{\sin\left(\frac{\Psi}{2}\right)} \quad \text{där} \quad \Psi = \xi + \beta d \cos\varphi$$

man $\varphi = 135°$ får max strålning för $\frac{\Psi}{2} = 0$ dvs och vi vill att det ska ske för

$$\xi + \beta d \cos\varphi = 0$$

$$\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 0$$

$$\frac{2d}{\lambda} \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -\frac{1}{4}$$

$$d = \frac{\lambda}{4 \times 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$d = \lambda \cdot \frac{\sqrt{2}}{8}$$

$f = 100\ \text{MHz}$ dvs $\lambda = \frac{c}{f} = 3\ \text{m}$.

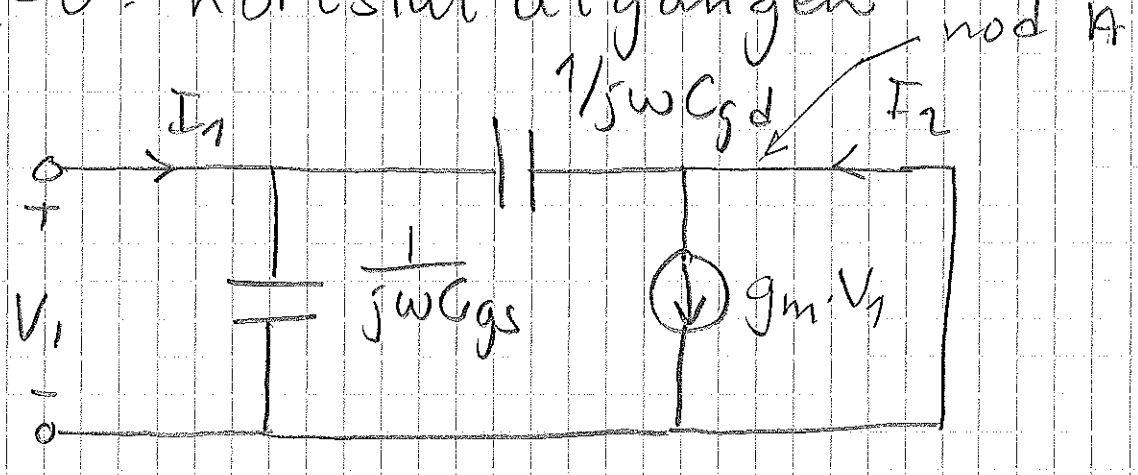
alltså får man $\underline{d = 53\ \text{cm}}$

a) Definition av h-parametrar

$$h_{11} = \frac{V_1}{I_1}\Big|_{V_2=0} \qquad h_{12} = \frac{V_1}{V_2}\Big|_{I_1=0}$$

$$h_{21} = \frac{I_2}{I_1}\Big|_{V_2=0} \qquad h_{22} = \frac{I_2}{V_2}\Big|_{I_1=0}$$

$V_2 = 0$ = kortslut utgången



$$V_1 = I_1 \cdot \frac{1}{j\omega(C_{gs}+C_{gd})} \quad (*)$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{h_{11}}} = \frac{V_1}{I_1} = \underline{\underline{\frac{1}{j\omega(C_{gs}+C_{gd})}}}$$

nodanalys i noden A

$$V_1 j\omega C_{gd} - g_m \cdot V_1 + I_2 = 0$$

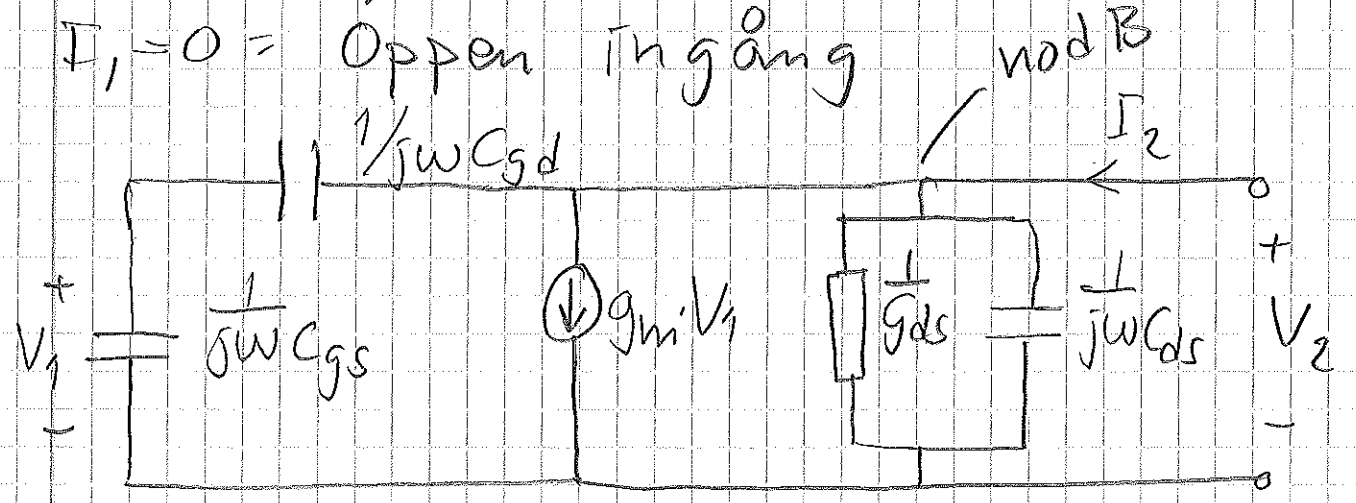
$$V_1(g_m - j\omega C_{gd}) = I_2$$

Använd ⊛

$$I_1 \frac{g_m - j\omega C_{gd}}{j\omega(C_{gs}+C_{gd})} = I_2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{h_{21}}} = \frac{I_2}{I_1} = \underline{\underline{\frac{g_m - j\omega C_{gd}}{j\omega(C_{gs}+C_{gd})}}}$$

$I_1 = 0 =$ Öppen ingång



Spänningsdelning

$$V_1 = \frac{\frac{1}{j\omega C_{gs}}}{\frac{1}{j\omega C_{gd}} + \frac{1}{j\omega C_{gs}}} \cdot V_2 = \frac{C_{gd}}{C_{gs}+C_{gd}} \cdot V_2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{h_{12}}} = \frac{V_1}{V_2} = \underline{\underline{\frac{C_{gd}}{C_{gs}+C_{gd}}}}$$

Använd nodanalys i nod B

$$I_2 - V_2 \cdot (g_{ds} + j\omega C_{ds}) - g_m \cdot V_1 - V_2 \cdot \frac{j\omega C_{gs} \cdot C_{gd}}{C_{gs} + C_{gd}} = 0$$

$$\Rightarrow I_2 = V_2 (g_{ds} + j\omega C_{ds}) + g_m \cdot \frac{C_{gd}}{C_{gs} + C_{gd}} V_2 + V_2 \cdot \frac{j\omega C_{gs} C_{gd}}{C_{gs} + C_{gd}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{h_{22}}} = \frac{I_2}{V_2} = \underline{\underline{g_{ds} + j\omega C_{ds} + g_m \frac{C_{gd}}{C_{gs} + C_{gd}} + \frac{j\omega C_{gs} C_{gd}}{C_{gs} + C_{gd}}}}$$

b) $C_{gd} = 0 \Rightarrow h_{21} = \frac{g_m}{j\omega \cdot C_{gs}}$

$$\Rightarrow |h_{21}| = \frac{g_m}{2\pi \cdot f \cdot C_{gs}}$$

$$|h_{21}| = 1 \Rightarrow \frac{g_m}{2\pi f_T \cdot C_{gs}} = 1$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f_T}} = \underline{\underline{\frac{g_m}{2\pi C_{gs}}}}$$