# HFT 39, Tentamen i högfrekvensteknik, kurskod EEM021 2010-12-17, 14:00 i ”M”-salar. Längd: 4 timmar.

| | |
|---|---|
| **Tillåtna hjälpmedel:** | Beta, Physics Handbook, valfri kalkylator, formelsamling i Elektromagnetisk fältteori av Eva Palmgren, egna anteckningar i formelsamlingen och på en A4 blad (dock inte lösningar till uppgifter) |
| **Frågor uppg 1-4, 6-7** | Vincent Desmaris, tel ankn. 1846 |
| **Frågor uppg 5** | Hans Hjelmgren, tel 070-520 13 46 |
| **Resultatet** | Anslås på kursens hemsida |
| **Granskning** | Sker på tid och plats som anges på kurshemsida |
| **Betygsgränser** | 24p för betyg 3, 36p för betyg 4 och 48p för betyg 5 |
| **Kom ihåg** | **Lösningen på uppgift 5 lämnas i separat omslag** |
| **Observera** | Omotiverade lösningar kan ge poängavdrag! |

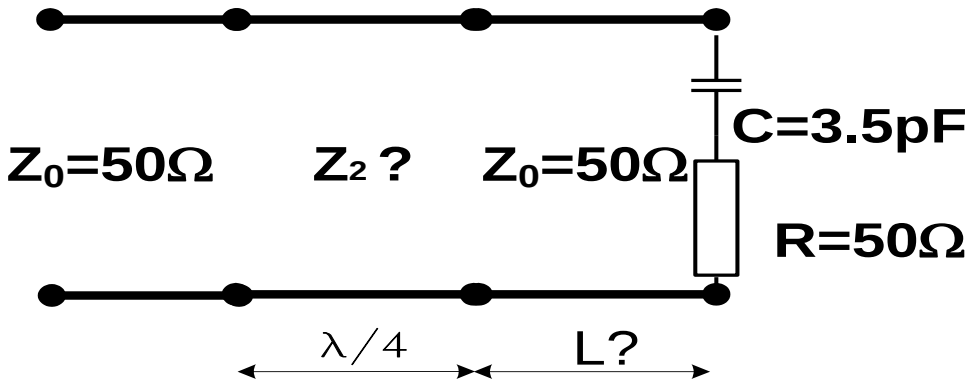
## Duggadelen

Poängen på uppgift 1 kan ersättas med resultatet på första uppgiften på duggan.
Poängen på uppgift 3 kan ersättas med resultatet på andra uppgiften på duggan.

**<u>Transmissionsledningar:</u>**

**Problem 1. 10p. (D)**

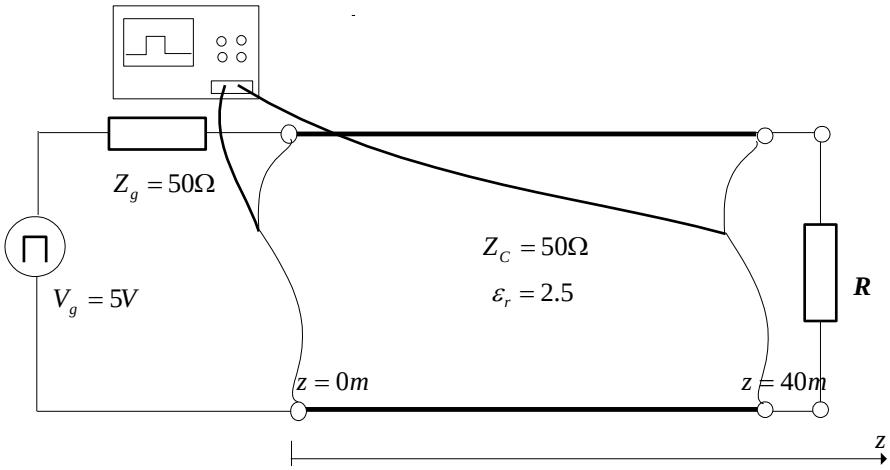
En 50 Ω resistans och en 3.5 pF kondensator är seriekopplade och anslutna till en förlustfri transmissionsledning med karakteristisk impedans 50 Ω och längd *L*. Transmissionsledningen är själv ansluten till en 50 Ω signallinje genom en förlustfri kvartsvågstransformator av karakteristisk impedans $Z_2$ Ω vid 1 GHz.




***Bestäm längden L av transmissionsledningen och karakteristiska impedans $Z_2$ av kvartsvågstransformatorn för få VSWR=1 i signallinjen vid 1 GHz .***

**Problem 2. 7p.**

En 40 m lång koaxial kabel terminerad med en resistans ***R*** är ansluten till en 50Ω pulsgenerator. Kabelns karakteristiska impedans är 50 Ω och är fylld med ett förlustfritt dielektriskt material med $\varepsilon_r = 2.25$.




Ett oscilloskop (med oändlig impedans för att inte störa pulsutbredningen) kan anslutas för att mäta spänningen vid ingången av kabeln och vid lasten. Generatorn skickar **<u>en</u>** fyrkantig puls med amplitud 5 Volts and längd $10^{-7}$ sekunder.

- ***a. Rita hur signalerna vid ingången av kabeln <u>och</u> vid lasten ser ut när R=0 Ω.***
- ***b. Rita hur signalerna vid ingången av kabeln <u>och</u> vid lasten ser ut när R=50 Ω.***
- ***c. Rita hur signalerna vid ingången av kabeln <u>och</u> vid lasten ser ut när R=∞ Ω***

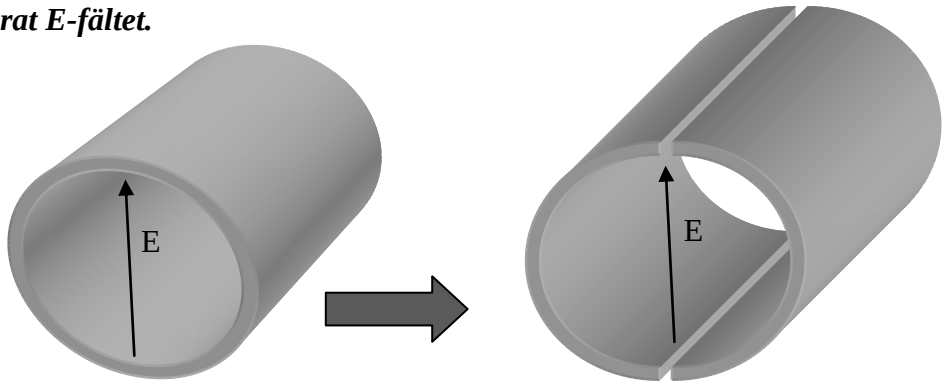
**<u>Vågledare:</u>**

**Problem 3. 10p. (D)**

***Bestäm radien av en cirkulär vågledare för att endast den dominanta moden skall kunna utbreda sig över ett 1 GHz frekvensområde***. (Vågledaren är fylld med ett förlustfritt dielektriskt material med $\varepsilon_r = 4$)

**Problem 4. 6p.**

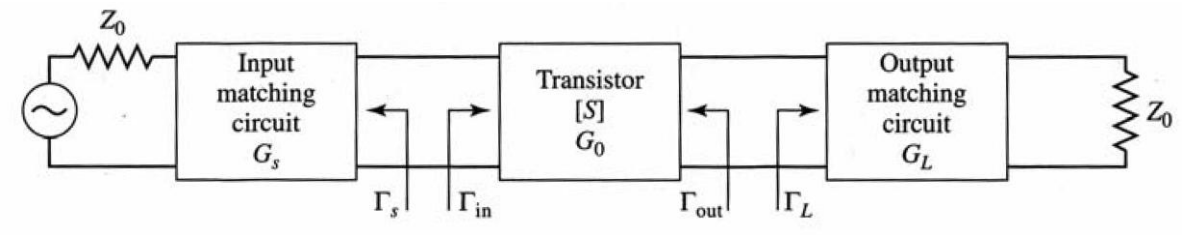
- ***a. Härled ytströmtäthetet på väggarna av en cirkulär vågledare för $TE_{11}$ moden.***
- ***b. <u>Visa</u> att man kan skära ett litet snitt i mitten av vågledaren parallellt med E-fältet, utan att störa fältutbredningen och strömfördelningen i $TE_{11}$ moden, när man har polariserat E-fältet.***



## Mikrovågselektronik

### Problem 5. 10p.

Konstruera en småsignal-förstärkare för 12 GHz m.h.a. en GaAs transistor och två förlustfria anpassningsnät, se figur nedan.




I arbetspunkten $V_{DS}$=2 V och $I_D$=10 mA har man mätt nedanstående S-parametrar för transistorn. Systemimpedansen är 50 Ω.

| Frekvens | $S_{11}$ | $S_{21}$ | $S_{12}$ | $S_{22}$ |
|---|---|---|---|---|
| 12 GHz | 0,391∠-173,89° | 3,994∠16,52° | 0,01∠1,30° | 0,173∠-129,97° |

***a. (3p) Bestäm reflektionskoefficienterna $\Gamma_S$ och $\Gamma_L$ för konjugatanpassning vid 12 GHz. Antag att transistorn är unilateral.***
***b. (7p) Konstruera förlustfria anpassningsnät på ingång och utgång med diskreta komponenter (i L-konfiguration). Använd Z/Y-Smithdiagram. Markera tydligt alla förflyttningar och avläsningar i Smith-diagrammet och bifoga det till din lösning.***

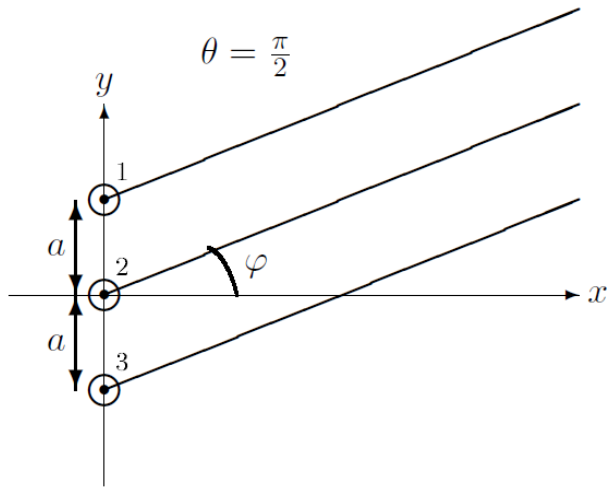
## Antenner

### Problem 6. 8p.

En pulsradar fungerar vid 2 GHz och använder sig av en antenn med riktförstärkning 30dB för att skicka 10kW pulsar. Radarn skall kunna detektera föremål med radartvärsnitt σ=20 $m^2$ 10 km ifrån radarstationen.

***Vad är den minimala isolering (sända effekten/ maximal läckande effekt från sändaren till mottagaren) som tillåts, för att läcksignalen från sändaren till mottagaren skall vara 10 dB mindre än den mottagna signalen?***

**Problem 7. 9p.**




En gruppantenn strax utanför Murmansk sänder känslig information om Sveriges utrikespolitik till ryska militärbaser. Det är av högsta vikt att dessa sändningar inte snappas upp av svensk underättelsetjänst. Antennen är konfigurerad på följande vis: Tre $\hat{z}$-riktade, korta ($l \ll \lambda$) dipolantenner är placerade i punkterna $(0, a, 0)$, $(0, 0, 0)$ och $(0, -a, 0)$ längs $y$-axeln, där $a = \frac{\lambda}{2}$, och de individuella antennströmmarna ges av

$$\begin{cases} i_1(t) = I_0 \cos(\omega t - \xi) \\ i_2(t) = 2I_0 \cos(\omega t) \\ i_3(t) = I_0 \cos(\omega t + \xi) \end{cases}$$

Designa antennen (välj fasskiftet $\xi$) så att minsta möjliga effekt propagerar till Stockholm (som ligger vid $\theta = \frac{5\pi}{4}$)! Motivera ditt val genom att plotta strålningsdiagrammet för detta $\xi$! Eftersom antennerna är korta kan man anta att deras individuella EM-fält beskrivs väl av Hertzdipolformlerna med $l_e = \frac{l}{2}$.

**Uppgift 1:**

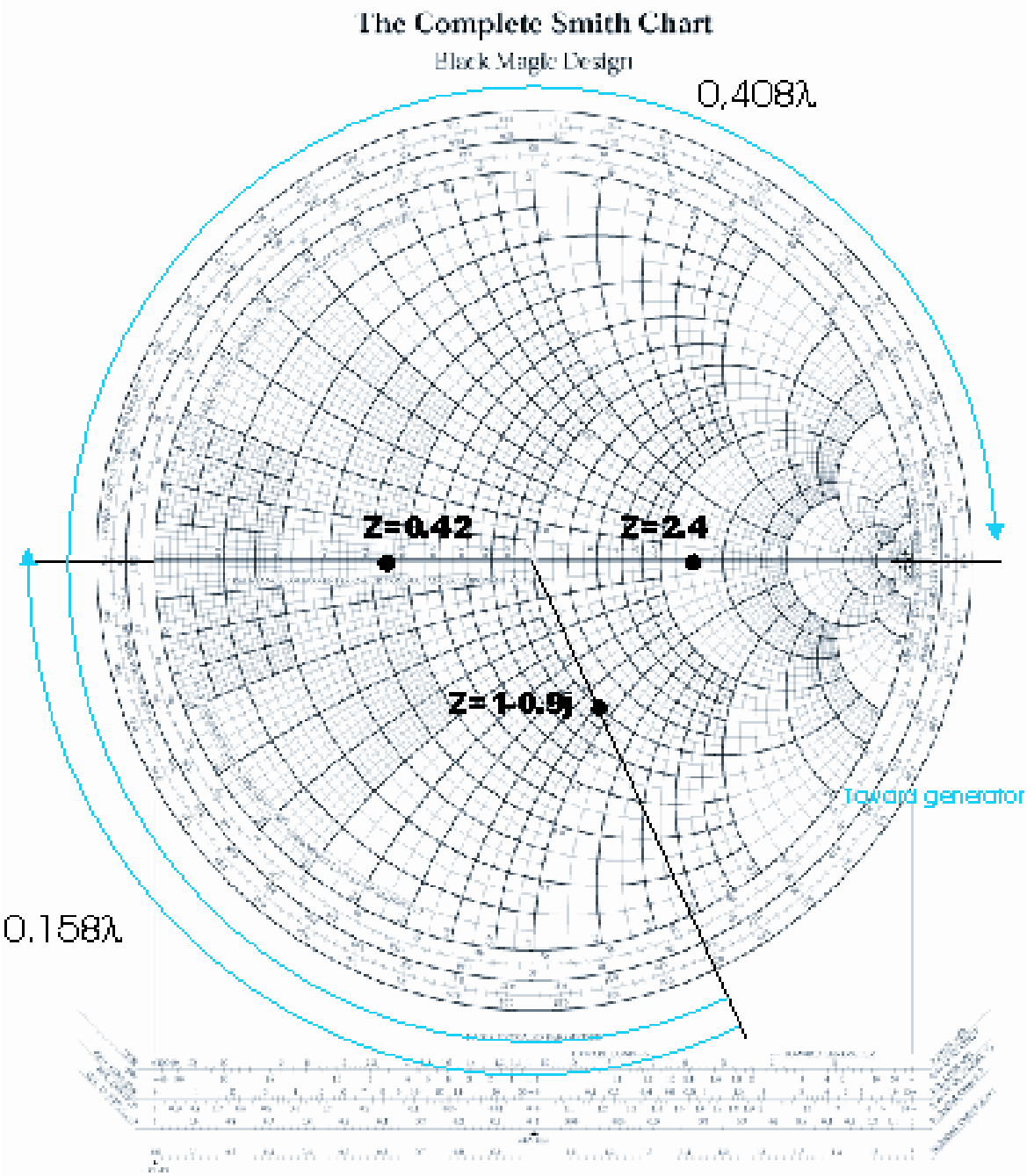
Normaliserad last: $\overline{Z_L} = 1 - 0.9j$

Impedansen efter kvartsvågstransformatorn måste vara reell för att uppnå anpassning. Alltså finns det två lösningar:

L1 = 0.158λ , L2 = 0.408λ

Och därför två möjliga karakteristiska impedanser för kvartsvågstransformatorn:: $Z_2 = \sqrt{Z_L Z_0}$ ;

$Z_{21} = \sqrt{2.4 \cdot 50 \cdot 50} = 77.4\Omega$ eller $Z_{22} = \sqrt{0.42 \cdot 50 \cdot 50} = 32.4\Omega$



**Uppgift 2**

Beräkna utbredningshastighet:’

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{3.10^8}{\sqrt{2.5}} = 2.10^8 \; m/s$$

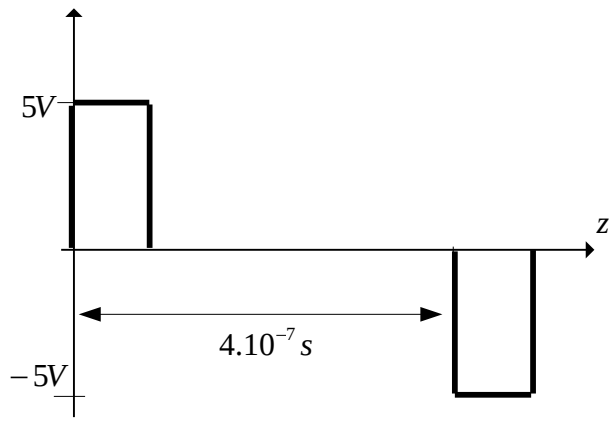
a. R=0: Fördröjning mellan den skickade pulsen och den reflekterade pulsen, vid ingången av kabeln motsvarar utbredning av pulsen på ett avstånd dubbelt så långt som kabeln:

$$t_a = \frac{v}{2*l} = \frac{80}{2.2.10^8} = 4.10^{-7} \; s$$

Reflektionsfaktorn vid lasten är:

$\Gamma = \dfrac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = -1$ och den reflekterade signalen är $V_b = V_f.\Gamma = -1.5 = -5 \; V$

<u>Vid ingången av kabeln ser man alltså följande spänningar:</u>



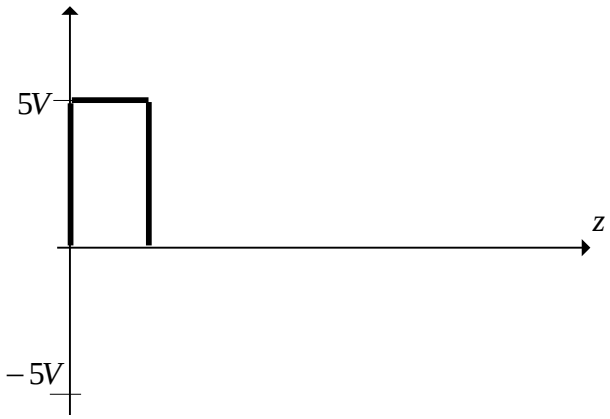

Den reflekterade pulsen absorberas sedan i generatorn (50Ω in-impedans).

<u>Vid lasten ser man ingenting (R=0):</u>

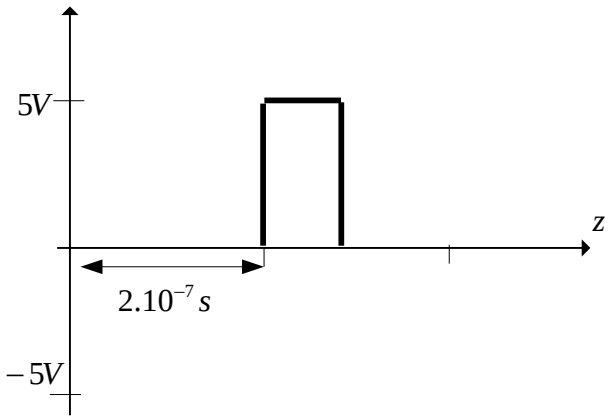
$$f(z) = V_f + V_b = V_f + (\Gamma).V_f = V_f + (-1).V_f = 0$$

b. R=50 Ω

Vid ingången av kabeln kan man bara mäta den inskickade pulsen en gång (ingen reflection vid lasten):




<u>Vid lasten har vi följande tidsfördröjning:</u> $t_b = \dfrac{v}{l} = \dfrac{40}{2.10^8} = 2.10^{-7} \; s$

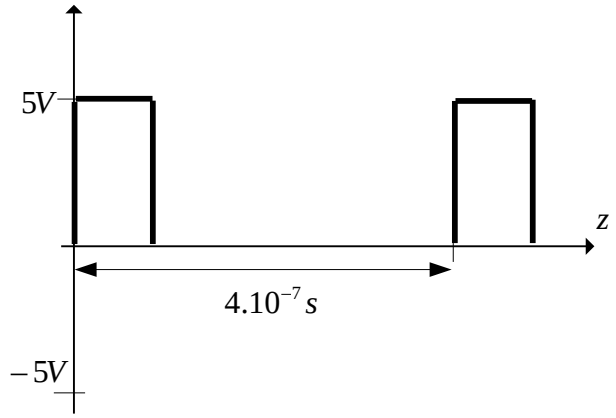



c. Öppenkrets

<u>Reflektionsfaktorn vi lasten är:</u>

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{\infty - Z_0}{\infty + Z_0} = \frac{\infty}{\infty}.\frac{1 - Z_0/\infty}{1 + Z_0/\infty} = 1$$ och den reflekterade signalen är $V_b = V_f.\Gamma = 1.5 = 5$ [redacted]

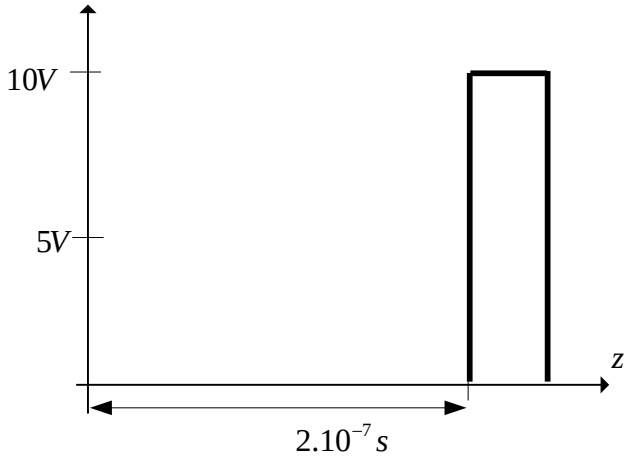
Alltså har vi följande signal vid ingången av kabeln:




<u>Vid lasten:</u>

$f(z) = V_f + V_b = V_f + \Gamma.V_f = 5 + 5 = 10$ [redacted]

$t_b = \frac{v}{l} = \frac{40}{2.10^8} = 2.10^{-7}$ [redacted]



## Uppgift 3:

The cutoff frequency is given by the following expression:

$$\omega_{Cnm} = \frac{c \cdot P_{nm}}{a \cdot \sqrt{\varepsilon_r}}$$

Expressed as frequency:

$$f_{Cnm} = \frac{c \cdot P_{nm}}{2 \cdot \pi a \cdot \sqrt{\varepsilon_r}}$$

Where $P_{nm}$ is the m-th root of n-th order Bessel function (Table 5.1) and a is the radius of the waveguide.

$TE_{11}$ is the dominant mode of the circular waveguide. The cutoff frequency for that mode is:

$$(1) \quad f_{C11} = \frac{c \cdot 1.841}{2 \cdot \pi a \cdot \sqrt{\varepsilon_r}}$$

The bandwidth of 1GHz has to be accommodate between $f_{C11}$ and the cutoff frequency of the next propagating mode.

$$(2) \quad f_{C11} + 1 \cdot 10^9 = \frac{c \cdot 2.405}{2 \cdot \pi a \cdot \sqrt{\varepsilon_r}}$$

The solution of (1) and (2) with respect to the unknown radius gives:

$$\frac{3 \cdot 10^8 \cdot (2.405 - 1.841)}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{4} \cdot 1 \cdot 10^9} = 0.013 \quad m$$

$$r := 0.013 \quad m$$

The upper and the lower frequencies are:

$$\frac{3 \cdot 10^8 \cdot 1.841}{2\pi \cdot r \cdot \sqrt{4}} = 3.381 \times 10^9 \quad Hz$$

$$\frac{3 \cdot 10^8 \cdot 2.405}{2\pi \cdot r \cdot \sqrt{4}} = 4.417 \times 10^9 \quad Hz$$

Uppgift 4

TE mod: $E_z = 0$

$$H_z = C \cdot J_n(hr) \cos n\varphi$$

$TE_{11}$: $H_z = C \cdot J_1(hr) \cdot \cos\varphi$

$$H_T = -\frac{j\beta}{h} \nabla_T H_z$$

$$E_T = -\frac{j\omega\mu}{\gamma} \hat{z} \times H$$

$$H_r = -\frac{j\beta}{h} C J_1'(hr) \cos\varphi$$

$$H_\varphi = \frac{j\beta}{h^2 r} C \cdot J_1(hr) \sin\varphi$$

$$E_r = \frac{j\omega\mu}{h^2 r} C \cdot J_1(hr) \sin\varphi$$

$$E_\varphi = \frac{j\omega\mu}{h} C \cdot J_1'(hr) \cos\varphi$$

ytströmmar: $r = a$, $J = \hat{n} \times H$, $\hat{n} = -\hat{r}$

$$H_r(a) = -\frac{j\beta}{h} C \cdot J_1'(ha) \cos\varphi = 0 \quad (J_1'(ha) = 0)$$

$$E_\varphi(a) = \frac{j\omega\mu}{h} C \cdot J_1'(ha) \cos\varphi = 0 \quad (J_1'(ha) = 0)$$

$$H_\varphi(a) = \frac{j\beta}{h^2 r} C \cdot J_1(ha) \sin\varphi$$

$$H_z(a) = C \cdot J_1(ha) \cos\varphi$$

$$J_s = -\hat{r} \times \left[\hat{\varphi} H_\varphi(a) + \hat{z} H_z(a)\right]$$

$$\boxed{J_s = -\hat{z} \cdot H_\varphi(a) + (+\hat{\varphi}) H_z(a)}$$

med polarisation. $\varphi = \frac{\pi}{2}$ vid snitter $(\vec{E} = \vec{E_r})$

$$H_z(a, \tfrac{\pi}{2}) = 0 \Rightarrow J_s = \hat{z} H_\varphi(a)$$

Eftersom $J$ är parallell med $\hat{z}$ vid snitt förstör man inte strömlinjerna om man gör ett snitt i $\hat{z}$ riktningen.

# Lösning till uppgift 5 i Högfrekvenstekniken 2010-12-17

a) Unilateral tvåport ($S_{12}=0$)

$$\Rightarrow \Gamma_{in} = S_{11}$$
$$\Gamma_{out} = S_{22}$$

Konjugatanpassning

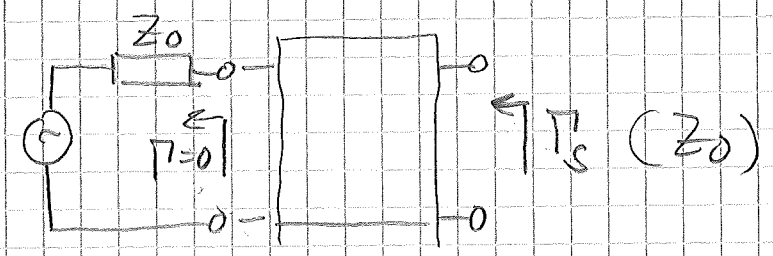
$$\Gamma_S = \Gamma_{in}^* = S_{11}^* = \underline{\underline{0.391\angle 173.89}}$$

$$\Gamma_L = \Gamma_{out}^* = S_{22}^* = \underline{\underline{0.173\angle 129.97}}$$

b) Eftersom vi antar att transistorn är unilateral kan vi anpassa ingång och utgång separat.

Ingång:

Markera $\Gamma_S$ i SC.



Vi ska ta oss från $Z_0$ ($\Gamma = 0$) till $\Gamma_s$ ($Z_s$) genom att lägga till två reaktiva komponenter, en i serie och en parallellt, s.k. L-nät.

Vi kan antingen börja med att lägga till en spole eller kondensator parallellt, vilket motsvarar en förflyttning utmed cirkeln $g=1$.

Om vi väljer en kondensator kommer vi att röra oss mot högre susceptansen. Vi väljer kondensatorns kapacitans $C_p$ så att vi når cirkeln $r=0{,}44$ för frekvensen $f=12\,GHz$.

$$jb \cdot Y_0 = j\omega C_p$$

$$\Rightarrow C_p = \frac{b}{2\pi f Z_0} = \frac{1{,}13}{2\pi \cdot 12 \cdot 10^9 \cdot 50} = \underline{\underline{0{,}30\,pF}}$$

Sedan lägger vi till en spole i serie med reaktansen $r$.

$$-0{,}5 + r = 0{,}04$$

$$r = 0{,}54$$

$$jr \cdot Z_0 = j\omega L_s$$

$$\Rightarrow L_s = \frac{0.54 \cdot 50}{2\pi \cdot 12 \cdot 10^9} = \underline{\underline{0.36\,nH}}$$

Vi gör på motsvarande sätt på utgången

$$jb_0 Y_0 = j\omega C_{p0}$$

$$C_{p0} = \frac{0.53}{2\pi \cdot 12 \cdot 10^9 \cdot 50} = \underline{\underline{0.14\,pF}}$$

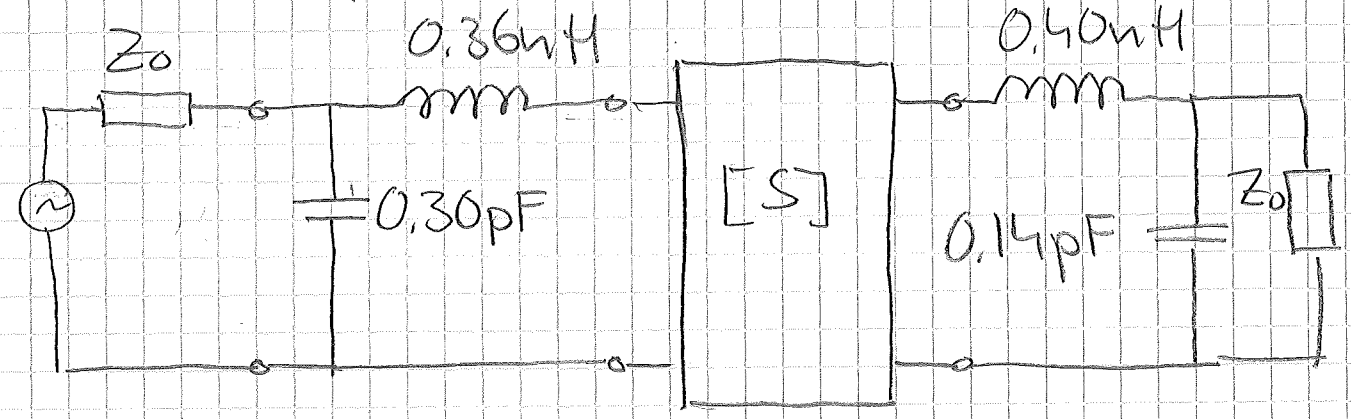
$$-0.4 + r = 0.2$$

$$r = 0.6$$

$$jrZ_0 = j\omega L_{s0}$$

$$\Rightarrow L_{s0} = \frac{0.62 \cdot 50}{2\pi \cdot 12 \cdot 10^9} = \underline{\underline{0.41\,nH}}$$

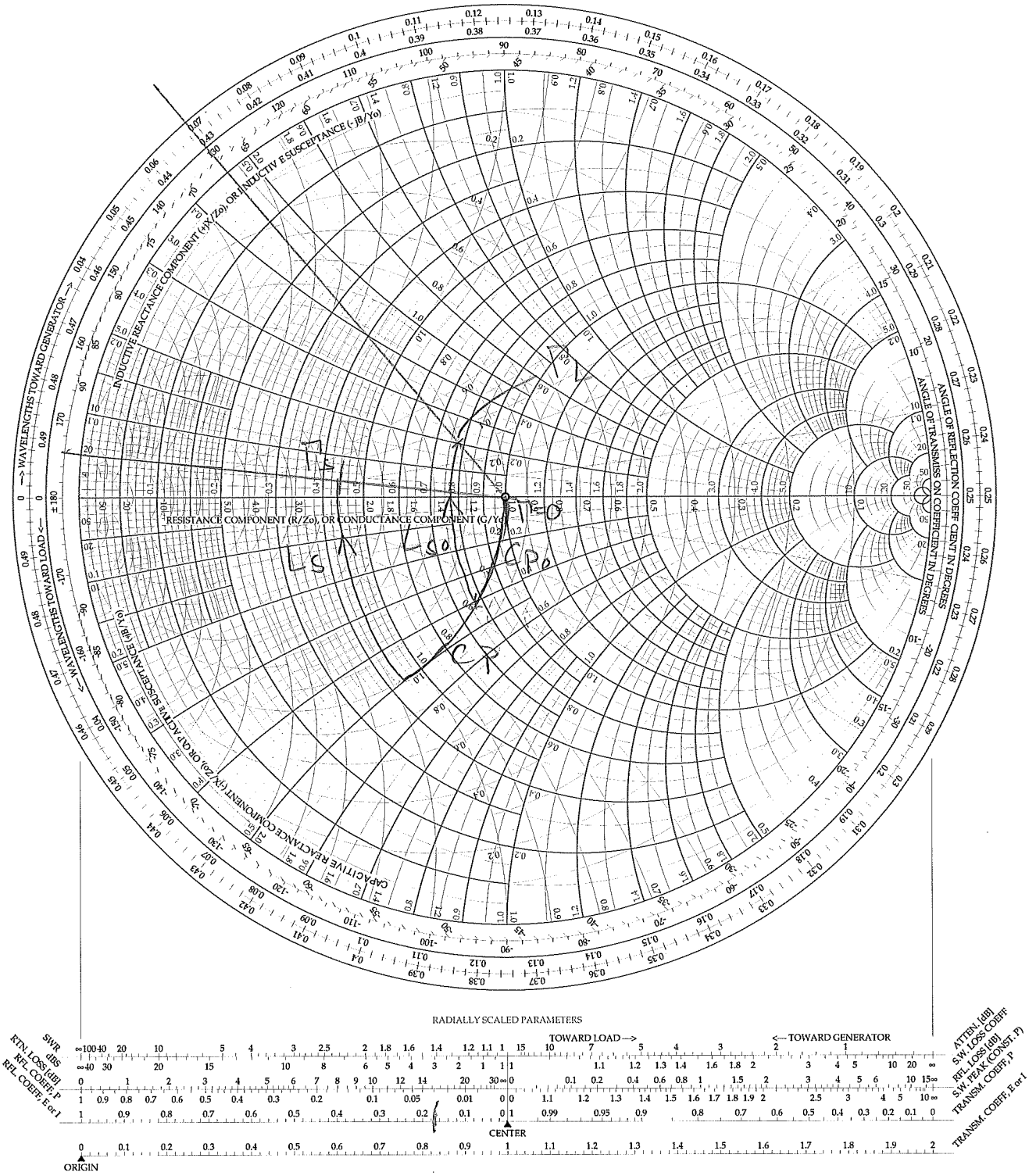
Anpassningsnätet blir



4

| NAME | TITLE | DWG. NO. |
|---|---|---|
| | | DATE |
| SMITH CHART FORM ZY-01-N | COLOR BY J. COLVIN, UNIVERSITY OF FLORIDA, 1997 | |

# NORMALIZED IMPEDANCE AND ADMITTANCE COORDINATES



Uppgift 6

Effekten som kommer tillbaka till mottagaren beräknas av radarekvationen

$$P_r = P_T \frac{G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4} = 10000 \frac{(1000)^2 (0.15)^2 (20)}{(4\pi)^3 (10^4)^4} = 2.27 \times 10^{-10} W$$

$$= -66 \text{ dBm}$$

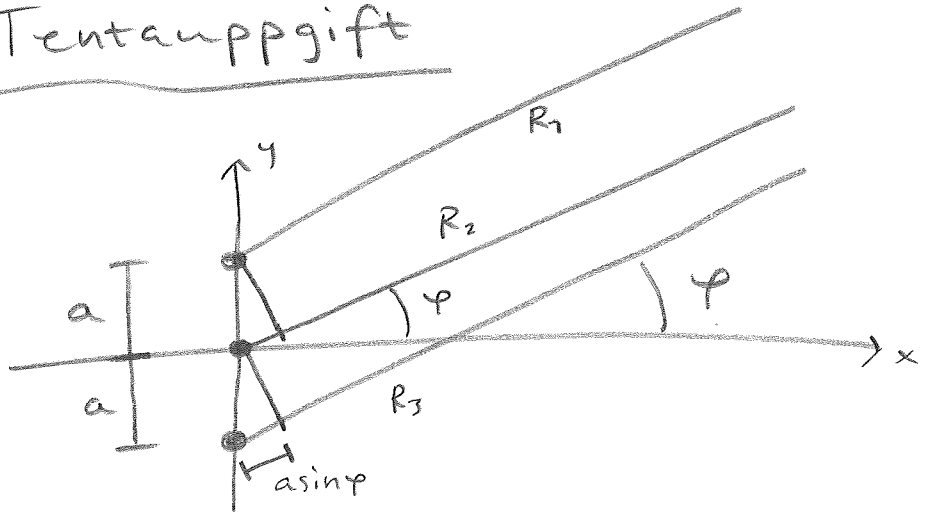
Det är lättare att räkna i dB och dBm men inte nödvändigt för att lösa problemet:

$$P_T = 10 \times \log_{10}(10^4 \times 10^3) = 70 \text{ dBm}$$

isolerngen måste då vara

$$I = 70 \text{ dBm} - (-66 \text{ dBm}) + 10 \text{ dB} = 146 \text{ dB}$$

# Tentauppgift




$\theta = \frac{\pi}{2}$

Strömmar

$$i_1(t) = I_0 \cos(\omega t - \xi) = \mathrm{Re}\left[I_0 e^{j(\omega t - \xi)}\right] =$$

$$i_2(t) = 2I_0 \cos(\omega t) = \mathrm{Re}\left[2I_0 e^{j\omega t}\right] = \mathrm{Re}\left[I_0 e^{-j\xi} e^{j\omega t}\right]$$

$$i_3(t) = I_0 \cos(\omega t + \xi) = \mathrm{Re}\left[I_0 e^{j\xi} e^{j\omega t}\right]$$

Då fås phasors

$$I_1 = I_0 e^{-j\xi}, \quad I_2 = 2I_0, \quad I_3 = I_0 e^{j\xi}$$

Hertzdipolfält

$$\mathbb{E}_i = \hat{\theta}\, j \frac{\eta_0 l_e I_i \sin\theta}{4\pi c R_i} e^{-j\beta R_i}$$

Då fås

$$\mathbb{E}_{tot} = \hat{\theta}\, j \frac{\eta_0 l_e I_0 \overset{=1=\sin\frac{\pi}{2}}{\sin\theta}}{4\pi c} \left\{ \frac{e^{-j\beta R_1 - j\xi}}{R_1} + \right.$$

$$\left. + \frac{2e^{-j\beta R_2}}{R_2} + \frac{e^{-j\beta R_3 + j\xi}}{R_3} \right\} \cong$$

$$\approx \hat{\theta}\, j \frac{\eta_0 l_e I_0}{4\pi c R_2} \left\{ e^{-j\beta(R_2 - a\sin\varphi) - j\xi} + 2e^{-j\beta R_2} + \right.$$

$$\left. + e^{-j\beta(R_2 + a\sin\varphi) + j\xi} \right\} =$$

$$= \hat{\theta}\, j \frac{\eta_0 l_e I_0}{4\pi c R_2} e^{-j\beta R_2} \left\{ e^{j[\beta a\sin\varphi - \xi]} + 2 + \right.$$

$$\left. + e^{-j[\beta a\sin\varphi - \xi]} \right\} = \left[ \psi \equiv \beta a \sin\varphi - \xi = \right.$$

$$\left. = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{2}\sin\varphi - \xi = \pi\sin\varphi - \xi \right] =$$

$$= \hat{\theta}\, j \frac{\eta_0 l_e I_0}{4\pi c R_2} e^{-j\beta R_2} \left\{ 2\cos\psi + 2 \right\} =$$

$$= \hat{\theta}\, j \frac{\eta_0 l_e I_0}{\pi c R_2} e^{-j\beta R_2} \frac{\cos\psi + 1}{2} =$$

$$= \hat{\theta}\, j \frac{\eta_0 l_e I_0}{\pi c R_2} e^{-j\beta R_2} \cos^2\frac{\psi}{2}$$

Minimera strålning $\Longleftrightarrow$ Minimera $|E|^2$

$\Longrightarrow$ Minimera $\cos\frac{\psi}{2}$ !

Alltså

$$\cos\frac{\psi}{2} = 0 \quad \text{då}$$

$$\psi = \pm\pi = \pi\sin\frac{5\pi}{4} - \xi$$

$$\Longrightarrow \xi_\pm = \pi\left[\sin\frac{5\pi}{4} \pm 1\right] =$$

$$= \pi\left[-\sin\frac{\pi}{4} \pm 1\right] = \pi\left[-\frac{1}{\sqrt{2}} \pm 1\right] =$$

$$= \pm\pi\,\frac{\sqrt{2} \mp 1}{\sqrt{2}}$$

Notera: $\Delta\xi = \xi_+ - \xi_- = \pi\,\frac{\sqrt{2}-\cancel{1}}{\sqrt{2}} + \pi\,\frac{\sqrt{2}+\cancel{1}}{\sqrt{2}} = 2\pi$

så dessa är likvärdiga!

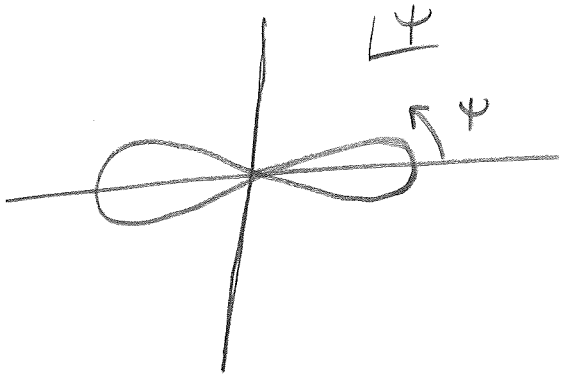
$$\left(\cos(2\pi + x) = \cos x\right)$$

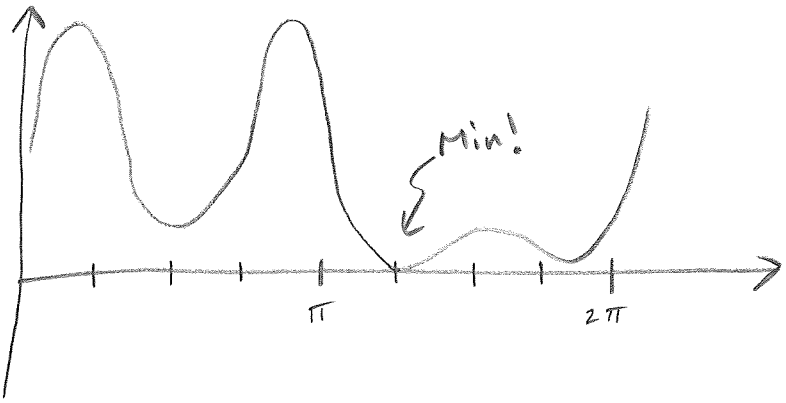
Vi får alltså

$$\xi = \xi_+ = \pi\,\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$$

Strålningsdiagram: Plotta $|E|^2$!

Dvs. $\cos^4\frac{\psi}{2}$




Som fkn av $\varphi$