HFT 18, Tentamen i högfrekvensteknik, kurskod EEM020 10/3 2004, 08.45-12.45 i M

Tillåtna hjälpmedel på teoridelen	Beta
Tillåtna hjälpmedel på räknedelen	Beta, Physics Handbook, valfri kalkylator, formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, egna anteckningar i formelsamlingen
Förfrågningar	Tünde Fülöp, Elektromagnetik, tel ankn. 1584
Resultatet	anslås på kursens hemsida
Granskning	sker på tid och plats som anges på kursens hemsida
Betygsgränser	30p för betyget 3, 40p för betyget 4 och 50p för betyget 5
Kom ihåg	om du har använt smithdiagram, lämna in det med tentan!

Uppgifter

Teoriuppgift

1. (a) Kan det finnas TEM-moder på en förlustbehäftad transmissionsledning? Förklara varför! (2 p)
   (b) Vad är ståendevågförhållandet för en kortsluten resp. öppen ledning? (2p)
   (c) Varför är det nödvändigt att permittiviteten av en dielektrisk vågledarplatta är högre än omgivningens permittivitet? (2p)
   (d) Definiera riktningsförstärkning (directive gain) och effektförstärkning (power gain) för en antenn!
   (e) Definiera radartvärsnittet! (2 p)

Räkneuppgifter

1. En radiostation är lokaliserad på västkusten, 5 km väster om stadens centrum. Den sändande antennen kan modelleras som en vertikal Hertzdipol, med dipolmomentet $I_0 d$.

   (a) Hur mycket effekt får radiostationen sända om man inte vill överskrida gränsvärdet 25 mV/m i stadens centrum?

   (b) Samma radiostation bestämmer sig att bygga ytterligare en antenn som har samma form och amplitud (samma dipolmoment). Relativt den första antennen, var ska denna placeras, och hur stort fasskift ζ ska den ha för att få maximal strålning i stadens riktning, men ingen strålning mot havet.

   (c) Om man har dessa två antenner i sändande mod, hur mycket effekt får var och en av dessa sända ut, för att man fortfarande inte ska överstiga gränsvärdet 25 mV/m i stadens centrum?

   (10 p)

2. Fyra halvvågsdipoler är placerade i hörnen av en kvadrat med sidlängden $\lambda/2$ (λ är våglängden), är riktade i $\hat{z}$-riktningen och är exciterade i fas.

   (a) Beräkna elektriska fältet i fjärrzonen (för alla riktningar θ och φ)!

   (b) Rita strålningsdiagrammet i x-y-planet!

   (10 p)

3. En luftfylld cirkulär vågledare med radien a vill man använda i TE_{01}-moden, och av den anledningen vill man dämpa ut TM_{01}-moden genom att lägga in två dielektriska skivor med ledningsförmågan $\sigma \ll \omega\epsilon$ (S/m), vinkelräta mot varandra, längs utbredningsriktningen. Skivornas tjocklek är $\delta \ll a$. Antag att vågledarens vägg är oändligt väl ledande, så det finns inga förluster i väggarna.

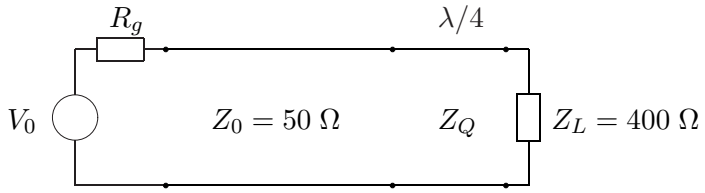
   (a) Skriv upp fälten i TM_{01}-moden!

   (b) Beräkna dämpkonstanten i vågledaren för TM_{01}-moden!
   Ledning: Beräkna förlusteffekt per längdenhet i de vinkelräta skivorna $P_L = \int \sigma |\mathbf{E}|^2 dS$ och medeleffekt som transporteras längs vågledaren, P_{med}! Dämpkonstanten ges av $\alpha = P_L/(2P_{med})$. De integraler av Besselfunktioner som dyker upp i lösningen behöver du inte räkna ut, utan de får ingå i svaret.

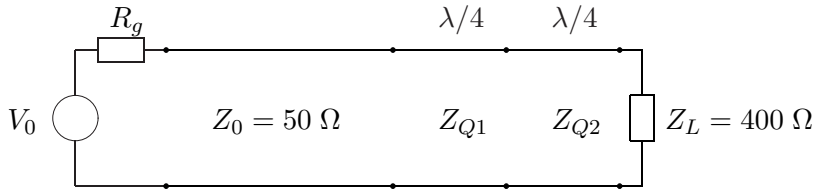
   (10 p)

4. Många mikrovågsapplikationer kräver låga ståendevågsförhållanden över ett brett frekvensband. De två kretsarna som visas nedan är två sätt att anpassa en last $Z_L = 400\ \Omega$ till en förlustfri ledning med karakteristiska impedansen $Z_0 = 50\ \Omega$ vid frekvensen $f = 900$ MHz. I det första fallet används en luftfylld koaxial transmissionsledning med längden $l = \lambda/4$ (kvartvågstransformator), och i det andra fallet används två ihopkopplade kvartvågstransformatorer.

   Krets 1:



Krets 2:



(a) Bestäm Z_Q, Z_{Q1} och Z_{Q2} under förutsättningen att $Z_0 Z_L = Z_{Q1} Z_{Q2}$!

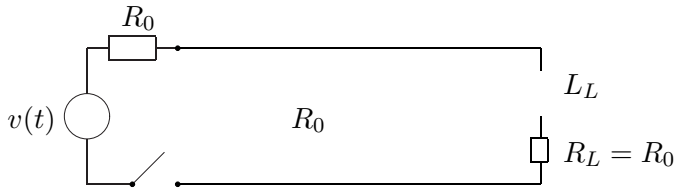
(b) Jämför ståendevågsförhållandena i båda fallen, både för en frekvens som är 15% lägre och en som är 15% högre än designfrekvensen f.

(10 p)

5. Vid tiden $t = 0$ kopplas en spänningskälla med impedansen $Z_g = R_0$ till en förlustfri ledning, med karakteristiska impedansen R_0 som är avslutad med en last bestående av en seriekopplad resistans $R_L = R_0$ och induktans L_L. Spänningskällan avger en signal som ökar linjärt i tiden från 0 till V_0 över en tidsperiod t_r:

$$v(z = 0, t) = \frac{V_0}{t_r} \left[t\theta(t) - (t - t_r)\theta(t - t_r) \right],$$

där $\theta(t)$ är stegfunktionen. Löptiden på ledningen är T. Beräkna spänningen över lasten!



Lycka till!

Tünde Fülöp

Svar till HFT18 10/3-04

① a, $P_r = 173\,W$

b, $d = \lambda/4 \qquad \zeta = -\pi/2$

c, $P = \frac{173}{4}\,W$

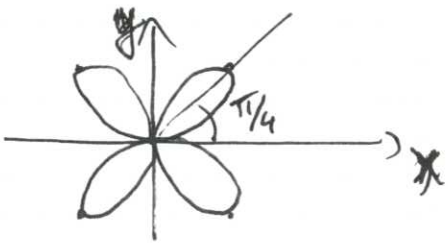
[Om man tolkar uppgiften så att antennmasten är en monopolantenn över en ledande plan och sänder effekt bara i övre halvsfären $\Rightarrow$ a, $P_r = \frac{173}{2}\,W$ och c, $\frac{173}{8}\,W$ (det får man också rätt för om man förklarar sina antaganden)]

②

a,

$$E = \hat{\theta}\, j\, \frac{240\, I_m}{R}\, e^{-j\beta R}\, \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta} \cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\theta\cos\varphi\right) \cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\theta\sin\varphi\right)$$

b,



max då $\varphi = \frac{\pi}{4} + n\frac{\pi}{2} \quad n = 0, 1,$

min då $\varphi = n\frac{\pi}{2} \quad n = 0, 1, 2$

③

a, $E_z^0 = C\, J_0(h_{01} r)$ $\qquad h_{01} = \frac{x_{01}}{a} \qquad x_{01} = 2{,}405$

$E_r^0 = -j\frac{\beta}{h_{01}}\, C\, J_0'(h_{01} r)$ $\qquad \beta = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - h_{01}^2}$

$H_\varphi^0 = -j\frac{\omega\varepsilon}{h_{01}}\, C\, J_0'(h_{01} r)$

b,

$$\alpha = \frac{2\delta x_{01}^2 \sigma}{\pi \beta \omega \varepsilon a^2} \frac{\int_0^a \left(J_0^2(h_{01} r) + \frac{\beta^2 a^2}{x_{01}^2} J_1^2(h_{01} r)\right) dr}{\int_0^a J_1^2(h_{01} r)\, r\, dr} \quad \left[\frac{1}{m}\right.$$

④

a, $Z_a = 100\sqrt{2}\,\Omega \qquad Z_{a_2} = 237{,}8\,\Omega \qquad Z_{a_4} = 84{,}1\,\Omega$

b, en kvartvågstransformator: $S = 1.76$

två —"— : $S = 1{,}14$

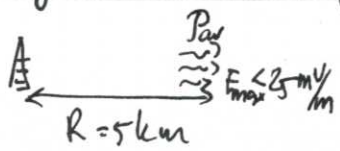
⑤

$$v_L(t) = \frac{V_0}{t_r}\left\{\left[\frac{t-T}{2} + \frac{L_L}{4R_0}\left(1 - e^{-\frac{2R_0}{L_L}(t-T)}\right)\right]\theta(t-T) - \right.$$

$$\left. - \left[\frac{L}{2}(t-T-t_r) + \frac{L_L}{4R_0}\left(1 - e^{-\frac{2R_0}{L_L}(t-T-t_r)}\right)\right]\theta(t-T-t_r)\right\}$$

Lösningar till HFT18, 10/3-2004

(1)



(Hertzdipol med $p = I_0 d$)

$$P_{av} = \frac{1}{2}\frac{E_\theta^2}{\eta_0} = \frac{G_D P_r}{4\pi R^2} \Rightarrow P_r = \frac{4\pi R^2 E_\theta^2}{2\eta_0 G_D}$$

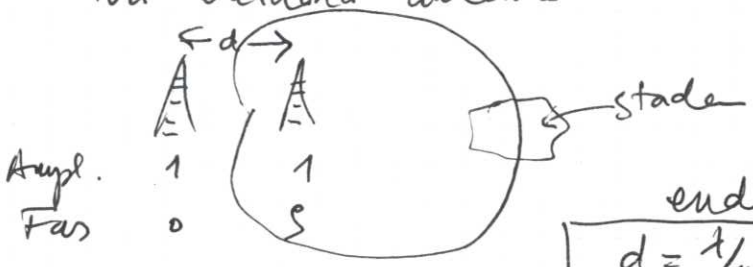
$G_{D\,max} = 1.5$ för Hertzdipol

$$P_r = \frac{4\pi \cdot (5\cdot 10^3)^2 \cdot (25\cdot 10^{-3})^2}{2\cdot 120\pi \cdot 1.5} = \boxed{173\ W}$$

eller om man tolkar uppgiften så att antennmasten är en Hertzdipol och den är en monopolantenn över en ledande plan → effekt bara i övre halvsfären

$\Rightarrow P_r = 86{,}8\ W$ (hälften av 173 W)

b) Två likadana antenner



Ampl.	1	1
Fas	0	ρ

endfire antenn

$$\boxed{d = \lambda/4, \quad \rho = -\pi/2}$$

gruppfaktorn

$$A(\varphi) = \left|\cos\left(\frac{\beta d}{2}\cos\varphi + \frac{\rho}{2}\right)\right| = \left|\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\varphi + \frac{\rho}{2}\right)\right|$$

$\varphi = 0 \quad A(0) = 1$

$\varphi = \pi \quad A(\pi) = 0$

Andra lösningar: $\boxed{d = \frac{\lambda}{4} + n\lambda}$, n heltal

$$\beta d = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\lambda}{4} + n\lambda\right) = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$$

$$\frac{\beta d}{2} = \frac{\pi}{4} + n\pi$$

Lösningar till HFT 18, 10/3 - 2004

c) E-fältet superponeras ~~vid~~ i stadens centrum. ⇒ den enskilda antennen kan ha max 12.5 mV/m i bidrag

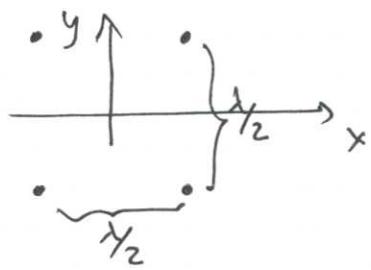
Utsänt effekt $|P_r| \sim |E|^2$ ⇒ $\frac{1}{4}$ av effekten får sändas ut per antenn

$$P_{max} = \frac{173}{4} = 43{,}25\,W$$

(eller om man tolkat uppgiften som monopol. 21,7 W/antenn)

---

2) a)



$$\mathbb{E} = \hat{\theta}\, j\frac{60 I_m}{R} e^{-j\beta R} F(\theta)\, 2A_x(\psi_x)\, 2A_y(\psi_y)$$

$$F(\theta) = \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta} \quad (\lambda/2\text{-vågsdipoler})$$

$$A_x(\psi_x) = \frac{1}{2}\frac{\sin\frac{2\psi_x}{2}}{\sin\frac{\psi_x}{2}} \quad \text{där } \psi_x = \beta d \sin\theta\cos\varphi$$

$$A_y(\psi_y) = \frac{1}{2}\frac{\sin\psi_y}{\sin\frac{\psi_y}{2}} \quad \text{där } \psi_y = \beta d \sin\theta\sin\varphi$$

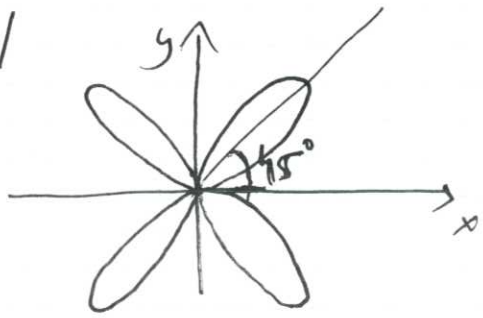
$$\mathbb{E} = \hat{\theta}\, j\frac{240 I_m}{R} e^{-j\beta R} \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta} \cos\left(\frac{\beta d \sin\theta\cos\varphi}{2}\right) \cos\left(\frac{\beta d \sin\theta\sin\varphi}{2}\right)$$

b) $\theta = \pi/2$ $\quad F(\pi/2) = 1$ $\quad \beta d = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{\lambda}{2} = \pi$

plotta $\left|\cos\left(\pi\frac{\cos\varphi}{2}\right)\cos\left(\pi\frac{\sin\varphi}{2}\right)\right|$

Max då $\varphi = \frac{\pi}{4} + n\frac{\pi}{2}$ $\quad n = 0, 1, 2, \ldots$

$$|E_{\theta,tot}|_{norm} = \frac{1}{\cos^2(\sqrt{2}\frac{\pi}{4})}\left|\cos\left(\frac{\pi\cos\varphi}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\varphi\right)\right|$$



Minima då $\varphi = n\frac{\pi}{2}$ $\quad n = 0, 1, 2, \ldots$

Lösningar till HFT18 10/3 - 2004

3, TM_{01} moden $n=0$ $p=1$ 1p

$$E_z^0 = C J_0(h_{01} r) \qquad h_{01} = \frac{x_{01}}{a} \qquad x_{01} = 2{,}405$$

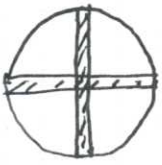
$$\mathbb{E}_T^0 = -j\frac{\beta}{h^2}\nabla_T E_z^0 = -j\frac{\beta}{h^2}\left(\hat{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\hat{\varphi}}{r}\frac{\partial}{\partial \varphi}\right)E_z^0 = -j\frac{\beta}{h_{01}} C J_0'(h_{01} r)\hat{r}$$

$$\mathbb{H}_T^0 = \frac{j\omega\varepsilon}{j\beta}\cdot\hat{z}\times\mathbb{E}_T^0 = \frac{\omega\varepsilon}{\beta}\hat{z}\times(-\hat{r})\, C\frac{j\beta}{h_{01}}J_0'(h_{01} r) =$$

$$= -\hat{\varphi}\, j\frac{\omega\varepsilon}{h_{01}} C J_0'(h_{01} r) \qquad \beta = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - h_{01}^2}$$

$$\left.\begin{cases} E_z^0 = C J_0(h_{01} r) \\ E_r^0 = -j\frac{\beta}{h_{01}} C J_0'(h_{01} r) \\ H_\varphi^0 = -j\frac{\omega\varepsilon}{h_{01}} C J_0'(h_{01} r) \end{cases}\right\} \text{3p}$$

b, Beräkna $\alpha = \frac{P_L}{2P_{med}}$ $\qquad P_L = \frac{1}{2}\int \sigma|\mathbb{E}|^2 ds$



$$|\mathbb{E}^0|^2 = |E_z^0|^2 + |E_r^0|^2 = C^2\left(J_0^2 + \frac{\beta^2}{h_{01}^2}J_0'^2\right) \quad \text{1p}$$

$$P_L = 4\frac{\delta}{2}\int_0^a dr\, C^2\sigma\left(J_0^2 + \frac{\beta^2}{h_{01}^2}J_1^2\right) \quad \text{2p}$$

$$P = \int \mathbb{S}_{med}\cdot d\mathbb{S} = \int \frac{1}{2}\mathrm{Re}[\mathbb{E}^0\times\mathbb{H}^{0*}]\cdot\hat{z}\, r dr d\varphi =$$

3p

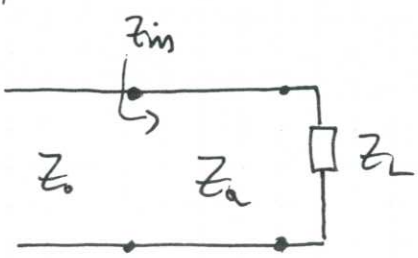
$$= \frac{1}{2}\int_0^a\int_0^{2\pi} E_r^0 H_\varphi^{0*}\, r dr d\varphi = \pi\int_0^a\left(-j\frac{\beta}{h_{01}}C J_0'\right)\cdot j\frac{\omega\varepsilon}{h_{01}}C J_0'\, r dr =$$

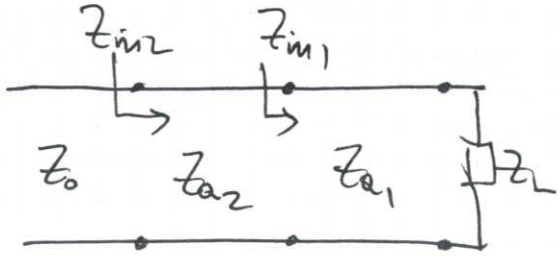
$$= \pi\frac{\beta\omega\varepsilon C^2}{h_{01}^2}\int_0^a J_0'^2\, r dr = \frac{\pi\beta\omega\varepsilon C^2 a^2}{x_{01}^2}\int_0^a J_1^2 r dr$$

$$\alpha = \frac{P_L}{2P_{med}} = \frac{2\delta x_{01}^2\int_0^a dr\, \cancel{C^2}\sigma\left(J_0^2 + \frac{\beta^2}{h_{01}^2}J_1^2\right)}{\pi\beta\omega\varepsilon\cancel{C^2}a^2\int_0^a J_1^2 r dr} = \frac{2\delta x_{01}^2\sigma}{\pi\beta\omega\varepsilon a^2}\frac{\int_0^a dr\left(J_0^2 + \frac{\beta^2 a^2}{x_{01}^2}J_1^2\right)}{\int_0^a J_1^2 r dr}$$

Lösningar till HFT 18 10/3 – 2004

4)





a) $Z_Q = \sqrt{Z_0 Z_L} = \underline{\underline{100\sqrt{2}\,\Omega}}$

$$Z_{in1} = \frac{Z_{Q2}^2}{Z_L} \qquad Z_{in2} = \frac{Z_{Q1}^2 Z_L}{Z_{Q2}^2}$$

$$\left.\begin{aligned} Z_{in2} = Z_0 \Rightarrow \quad Z_0 &= \frac{Z_{Q1}^2 Z_L}{Z_{Q2}^2} \\ Z_{Q1} Z_{Q2} &= Z_0 Z_L \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad Z_{Q2} = \sqrt[1/4]{Z_0 Z_L^3} = \underline{\underline{237{,}8\,\Omega}}$$

$$Z_{Q1} = \sqrt[1/4]{Z_0^3 Z_L} = \underline{\underline{84{,}1\,\Omega}}$$

b) nya frekvenser $f_1 = 1.15 f_0 \qquad f_2 = 0.85 f_0$

$$S = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} \qquad Z_{in} = Z_Q \frac{Z_L + j Z_Q \tan\beta l}{Z_Q + j Z_L \tan\beta l}$$

$$\beta l = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{\lambda_0}{4} = \frac{2\pi}{\lambda_0} 1.15 \frac{\lambda_0}{4} = 1.15\frac{\pi}{2}$$

$$Z_{in} = Z_Q \frac{Z_L + j Z_Q \tan\frac{1.15\pi}{2}}{Z_Q + j Z_L \tan 1.15\frac{\pi}{2}} = 141 \frac{400 + j141\tan\frac{1.15\pi}{2}}{141 + j 400\tan\frac{1.15\pi}{2}}$$

$= 52{,}19 + 29{,}43j\ \Omega$

$$\Gamma = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} = 0.096 + 0.26j$$

[om man tolkar f_2 som $f_2 = \frac{f_0}{1.15} \Rightarrow S = 1.64$

$S = 1.76$ (samma för f_2)

Svar $S = 1.14$ (om man tolkar f_2 som $\frac{f_0}{1.15} \rightarrow S = 1.0072$

eller lös med s.k. se Hästens tavla

Lösningar till HFT 18 1993-2004

5, $v(t) = \frac{V_0}{t_r}\left(t\,\theta(t) - (t-t_r)\,\theta(t-t_r)\right)$

Laplacetransformerat generatorspänning

$$V(t) = \frac{V_0}{t_r}\left(\frac{1-e^{-t_r s}}{s^2}\right) \qquad \Gamma_G = 0$$

F.S. $\Rightarrow$ $$V(z,s) = \frac{V_0}{2t_r}\left(\frac{1-e^{-t_r s}}{s^2}\right)\left(e^{-\gamma z} + \Gamma_L\, e^{-\gamma(2l-z)}\right)$$

$$Z_L = sL_L + R_L$$

$$\Gamma_L = \frac{sL_L + R_L - R_0}{sL_L + R_L + R_0} = \frac{sL_L}{sL_L + 2R_0}$$

$$V(z,s) = \frac{V_0}{2t_r}\left(\frac{1-e^{-t_r s}}{s^2}\right)\left(e^{-\gamma z} + \frac{sL_L}{sL_L+2R_0}\,e^{-\gamma(2l-z)}\right)$$

spänningen över lasten

$$V(z=l,s) = \frac{V_0\, e^{-\gamma l}}{2t_r}\left(\frac{1-e^{-t_r s}}{s^2}\right)\left(1 + \frac{sL_L}{sL_L+2R_0}\right)$$

$$\gamma = \sqrt{sL_l\, sC_l} = \frac{s}{u}$$

$$\gamma l = s\frac{l}{u} = sT$$

$$V_L = V(z=l,s) = \frac{V_0\, e^{-sT}}{\cancel{2}t_r}\left(1-\frac{e^{-t_r s}}{s^2}\right)\left(\frac{\cancel{2}sL_l + \cancel{2}R_0}{sL_l + 2R_0}\right)$$

Partialbråksuppdela $$\frac{s+\alpha}{s^2(s+\beta)} = \frac{\alpha}{\beta s^2} + \frac{\beta-\alpha}{\beta^2 s} + \frac{\alpha-\beta}{\beta^2(s+\beta)}$$

$$\alpha = \frac{R_0}{L_L} \qquad \beta = \frac{2R_0}{L_L}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{1}{2} \qquad \frac{\beta-\alpha}{\beta^2} = \frac{R_0/L_L}{4R_0^2/L_L^2} = \frac{L_L}{4R_0}$$

$$V_L = \frac{V_0}{t_r}\left(e^{-sT} - e^{-(t_r+T)s}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta s^2} + \frac{\beta-\alpha}{\beta^2 s} + \frac{\alpha-\beta}{\beta^2(s+\beta)}\right)$$

Lösningar till HFT18 10/3 - 2004

5, forts.

inverstransformera
$$\begin{cases} \dfrac{e^{-bs}}{s+a} \rightarrow e^{-a(t-b)}\theta(t-b) \\ \dfrac{e^{-bs}}{s^2} = (t-b)\,\theta(t-b) \end{cases}$$

$$v_L(t) = \frac{V_0}{t_r}\Big[\frac{\alpha}{\beta}(t-T)\theta(t-T) + \frac{\beta-\alpha}{\beta^2}\theta(t-T) + \frac{\alpha-\beta}{\beta^2}e^{-\beta(t-T)}\theta(t-T) -$$

$$- \frac{\alpha}{\beta}(t-T-t_r)\theta(t-T-t_r) - \frac{\beta-\alpha}{\beta^2}\theta(t-T-t_r) - \frac{\alpha-\beta}{\beta^2}e^{-\beta(t-T-t_r)}\theta(t-T-t_r)\Big]$$

$$= \frac{V_0}{t_r}\Big[\theta(t-T)\Big(\frac{1}{2}(t-T) + \frac{L_L}{4R_0}\big(1-e^{-\beta(t-T)}\big)\Big) -$$

$$- \theta(t-T-t_r)\Big(\frac{1}{2}(t-T-t_r) + \frac{L_L}{4R_0}\big(1-e^{-\beta(t-T-t_r)}\big)\Big)\Big] =$$

$$= \frac{V_0}{t_r}\Big\{\Big[\frac{1}{2}(t-T) + \frac{L_L}{4R_0}\big(1-e^{-\frac{2R_0}{L_L}(t-T)}\big)\Big]\theta(t-T) -$$

$$- \Big[\frac{1}{2}(t-T-t_r) + \frac{L_L}{4R_0}\big(1-e^{-\frac{2R_0}{L_L}(t-T-t_r)}\big)\Big]\theta(t-T-t_r)\Big\}$$