

**Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2 och TM2.
EEF031 2022-04-12, kl. 14:00-18:00**

Tillåtna hjälpmedel:	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator (minnet måste raderas.) Egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
Förfrågningar:	Seyed Moein Pishnamaz, 070-841 45 68
Lösningförslag:	Anslås på kursens hemsida i Canvas.
Resultatet:	Anslås i LADOK
Granskning:	Plats och tid annonseras på kurshemsidan i Canvas
Kom ihåg	Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.
Betygsgränser:	Betyg 3: Totalt 30, varav ≥ 16 på problemdelen och ≥ 8 på teorin Betyg 4: Totalt 40, varav ≥ 20 på problemdelen och ≥ 10 på teorin Betyg 5: Totalt 50, varav ≥ 24 på problemdelen och ≥ 12 på teorin

OBS!

Resultat från **läsårets** dugga får tillgodoräknas på elektrostatiktalet (tal 1) respektive magnetostatiktalet (tal 2). Bästa resultatet från duggan eller tentan räknas. Poäng på teoridelen respektive problemlösningdelen räknas separat. Bonuspoäng från **läsårets** omgång av webb-frågorna får också tillgodoräknas till tentaresultatet.

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras. De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Ja, Vet ej och Nej. Riktigt svar ger +0,2 poäng oriktigt svar ger -0,2p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng och man kan därför få 1poäng även med ett vet ej svar.

Anonym kod:

(Var vänlig ange den **email-adress** som används för inlämningsuppgifterna bland den dolda personinformationen på omslaget)

1 (Elektrostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

Fyra små identiska metallkulor ligger placerade i hörnen på en kvadrat med sidan a . I centrum av kvadraten ligger en femte likadan kula. Denna centralt placerade kula har laddningen $4Q$ och de fyra kulorna i kvadratens hörn har vardera laddningen $-Q$.

- Gör nödvändiga antaganden och beräkna därefter kulornas potentialer.
- Beräkna systemets elektrostatiska energi.

Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen bygger bland annat på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen bygger bland annat på att B-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen bygger bland annat på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen bygger bland annat på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Elektrostatiska potentialytor är alltid parallella med E-fältslinjerna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Förskjutningsfältet D definieras direkt ifrån den kraft som kan mätas upp på en testladdning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Förskjutningsfältet, D , har enheten As/m^2 .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Polarisationsfältet, P , har enheten As/m^2 .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Även om man inte specificerar några randvillkor så har Poissons ekvation en entydig lösning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Speglingsmetoden kan alltid användas för att lösa Poissons ekvation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? (Frågan gäller elektostatik)

	ja	?	nej
Randvillkoret för E-fältets tangentialkomponent härleds från postulatet om E-fältets rotation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för E-fältets normalkomponent härleds postulatet om E-fältets rotation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D-fältets tangentialkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D-fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E-fältets tangentialkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E-fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

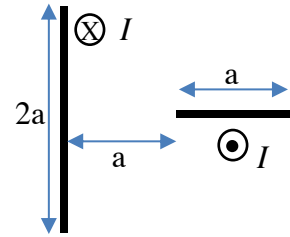
f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Den elektrostatiska potentialen inuti ett dielektriskt material kan vara rumsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektrostatiska potentialen inuti en perfekt ledande metall kan vara rumsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om ett sfäriskt skal tillförs en jämnt fördelad laddningstäthet blir E-fältet överallt <u>utanför</u> skalet noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om ett sfäriskt skal tillförs en jämnt fördelad laddningstäthet blir E-fältet överallt <u>innanför</u> skalet noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om ett kubiskt, tunt och perfekt ledande metallskal tillförs en laddning så kommer laddningen fördelas på skalet så att E-fältet blir noll överallt <u>innanför</u> skalet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om ett kubiskt, tunt och perfekt ledande metallskal tillförs en laddning så kommer laddningen fördelas på skalet så att E-fältet blir noll överallt <u>utanför</u> skalet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2 (Magnetostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

I figuren ses tvärsnittet hos två platta, parallella och mycket långa metallband som leder en ström I i motsatta riktningar. Det vänstra bandet, med bredd $2a$ leder strömmen in i papperet, och det högra, med bredd a , leder strömmen ut ur papperet. Avståndet mellan banden är a och de är orienterade i förhållande till varandra enligt figuren.



- a) Beräkna kraften per längdenhet som den vänstra ledaren ger upphov till på den högra.

Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen bygger bland annat på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen bygger bland annat på att B-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen bygger bland annat på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen bygger bland annat på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? (Frågan gäller magnetostatik)

	ja	?	nej
B-fältets tangentialkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältets tangentialkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
J-fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika konduktivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
J-fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika konduktivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett stycke homogent magnetiserat material kan ha en magnetiseringsströmtäthet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett stycke inhomogent magnetiserat material (magnetiseringen är rumsberoende) kan ha en magnetiseringsströmtäthet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Strömtäthetsfältet, \mathbf{J} , har enheten A/m^2 .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kontinuitetsekvationen formuleras som $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ i statiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
\mathbf{J} -fältet är riktat åt samma håll som \mathbf{B} -fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen kan definieras tack vare att B-fältet har en nollskild rotation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen är riktad åt samma håll som B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
M-fältets roll i magnetostatiken påminner om D-fältets roll i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

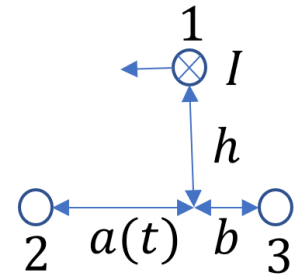
e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Magnetiska dipoler används för att modellera magnetiska material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ferromagnetiska material har stor relativa permeabilitetstal.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Paramagnetiska material har negativa relativa permeabilitetstal.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reluktans för en magnetfältskrets motsvarar ungefär resistans för en elektrisk krets.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Järns magnetiska egenskaper ett exempel på ett linjärt materialsamband, dvs sambandet mellan B- och H-fälten är linjärt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om vi använder metoden med virtuella förflyttningar för att beräkna den magnetiska kraften kan både flöde och ström hållas konstanta samtidigt under den tänkta förflyttningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3

Problemlösningsdel (8 poäng)

En strömförande tråd, I , rör sig till vänster i figuren nedan, ovanför två fixa ledare 2 och 3. (Figuren visar läget vid tiden $t = 0$) Den rörliga tråden leder en likström I som är riktad in i papperet. Alla ledare kan antas vara mycket långa, raka och parallella med varandra. Den rörliga ledarens läge beskrivs enligt $a(t) = e^{-t}$ där $t > 0$. (Vilket även betyder att b är tidsberoende)



- Beräkna ett tidsberoende uttryck på spänningen som induceras mellan ledare 2 och 3. Ange uttrycket som inducerad spänning per längdenhet.
- Beräkna den inducerade spänningen vid den tidpunkten där det flödet ϕ mellan ledare 2 och 3 är noll.

Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- | | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker tre av Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- | | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Randvillkoret för D-fältets normalkomponent förändras då man går från statik till tidsvarierande fält. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Randvillkoret för H-fältets normalkomponent förändras då man går från statik till tidsvarierande fält. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I dynamiken är D-fältets tangentialkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I dynamiken är D-fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I dynamiken är H-fältets tangentialkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I dynamiken är H-fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- | | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Man kan välja rotationen av den magnetiska vektorpotentialen fritt i dynamiken. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Man kan välja divergensen av den magnetiska vektorpotentialen fritt i dynamiken. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Man väljer ofta divergensen av den magnetiska vektorpotentialen till samma som i statiken. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Två spolars ömsesidiga induktans beror bland annat på hur stor strömmen är i spolarna. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Två spolars ömsesidiga induktans beror bland annat på hur många lindningsvarv som finns i de två spolarna. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Två spolars ömsesidiga induktans beror bland annat på deras avstånd till varandra. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- | | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Den retarderade potentialen uppkommer som en lösning till vågekvationen. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den retarderade potentialen beskriver att ljushastigheten avtar med avståndet från källan. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Ett statiskt V-fält från en elektrisk dipol är ett exempel på en retarderad potential. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Lentz lag följer av Faradays lag. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Lentz lag säger att en inducerad ström vill motverka förändringen i det pålagda fältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Om en sluten slinga rör sig i ett konstant och homogent B-fält induceras en ström som cirkulerar i slingan. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

4

Problemlösningsdel (8 poäng)

Ett anisotropt material karakteriseras av att dess dielektriska konstanter är olika i olika riktningar. I detta tal betraktar vi en kristall där elektromagnetiska vågor som är polariserade i y-led känner av permittiviteten ϵ_{ry} och vågor polariserade i x-led känner permittiviteten ϵ_{rx} . Antag vidare att en plan våg propagerar i z-led genom kristallen och att vågens fältkomponenter i x-led och y-led har samma amplitud då vågen precis kommit in i kristallen. Den plana vågen i kristallen beskrivs av uttrycket

$$E_s(z) = E_0(a_x + a_y e^{j\Delta\beta z})e^{-j\beta z},$$

där $\Delta\beta = \beta_x - \beta_y$ uttrycker skillnaden i faskonstanterna för polarisationerna i x- respektive y-led.

Beräkna vid vilka avstånd in i kristallen (uttryckt som funktion av $\Delta\beta$) som den plana vågen är

- linjärpolariserad
- cirkulärpolariserad

Antag nu att $\epsilon_{rx} = 2.15$, $\epsilon_{ry} = 2.10$, och att det elektriska fältet precis i början av kristallen är linjärpolariserad 45° mot både positiva x- och y-axlarna.

- Beräkna den kortaste kristalllängd som gör att fältet vid kristallens borte ände blir cirkulärpolariserat. Uttryck längden i antalet våglängder, motsvarande fältets våglängd λ i vakuum.
- Är detta fält högercirkulärt- eller vänstercirkulärt polariserat?

Förståelsedel (4 poäng)

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat. ja nej

För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker tre av Maxwells postulat. ja nej

För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat. ja nej

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **bland annat** på att B-fältet är konservativt. ja nej

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **bland annat** på att rotationen av B-fältet är lika med minus tidsderivatan av E-fältet. ja nej

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **bland annat** på att B-fältet är källfritt. ja nej

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

En plan våg (uniform plane wave) kan ha en rumsberoende utbredningsriktning om mediet den propagerar i är homogent. ja nej

En plan våg (uniform plane wave) har alltid en E-fältsvektor riktad parallellt med utbredningsriktningen. ja nej

En plan våg (uniform plane wave) har alltid en B-fältsvektor riktad parallellt med utbredningsriktningen. ja nej

En plan våg (uniform plane wave) kan ha E- och H-fältsvektorer som är rumsberoende över ett plan som är vinkelrätt mot utbredningsriktningen. ja nej

En plan våg (uniform plane wave) är inte en exakt lösning till vågekvationen, utan bara ett approximativ lösning. ja nej

Uttrycket på E-fältet från en Hertzdipol (i fjärrfältet) är ett exempel på en plan våg (uniform plane wave). ja nej

g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

$j\omega$ -metoden för fältberäkningar bygger på antagande om harmoniskt varierande fält. ja nej

Tidsderivata i Maxwells ekvationer övergår i $j\omega$ -metoden till multiplikation med $j\omega$. ja nej

Ett komplext uttryck på E-fältet kan innehålla ett tidsberoende. ja nej

För att konvertera från komplext till reellt fält multiplicerar man med $e^{\omega t}$ och tar imaginärdelen. ja nej

Plana vågor som har ett sinusformat tidsberoende kan uttryckas mha komplexa fält. ja nej

Vektorfält kan uttryckas på komplex form men skalära fält kan enbart uttryckas med reella fält. ja nej

h) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

Totalreflektion sker vid Brewstervinkeln. ja nej

Vid Brewstervinkeln transmitteras all effekt genom gränssytan. ja nej

Om elliptiskt polariserat ljus reflekteras i en gränssyta vid Brewstervinkeln kommer det reflekterade ljuset att bli cirkulärpolariserat. ja nej

Om elliptiskt polariserat ljus reflekteras i en gränssyta vid Brewstervinkeln kommer det transmitterade ljuset att bli cirkulärpolariserat. ja nej

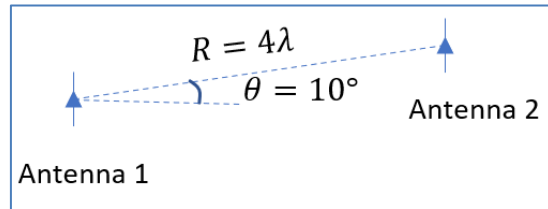
Med hjälp av totalreflektion kan man förklara principen för varför ljuset stannar kvar i en optisk fiber. ja nej

Brewstervinkeln kan härledas från Snells lag. ja nej

5

Problemlösningsdel (8 poäng)

Två Hertzdipoler med längden $dl = 0.01\lambda$ är placerade enligt figuren. Antag att antenn 1 exciteras med strömmen $I = 1$ Ampere.



A) Ta fram ett uttryck på den totala effekt som antenn 1 sänder ut.

B) Ta fram ett uttryck på den effekt som antenn 2 tar emot.

(Ledning: $\frac{P_2}{P_1} = G_1(\theta, \varphi)G_2(\theta, \varphi) \frac{\lambda^2}{(4\pi R)^2}$, där P_2 är effekten som tas emot av antenn 2 när antenn 1 sänder ut effekten P_1 . G är antennförstärkningen för respektive antenn. Kom också ihåg att antennerna kan antas vara reciproka, dvs deras egenskaper som sändare och mottagare är identiska.)

C) Beräkna amplituden hos strömmen på mottagande antenn 2.

Förståelsedel (4 poäng)

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.

För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker tre av Maxwells postulat.

För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **bland annat** på att E-fältet är konservativt.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **bland annat** på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **bland annat** på att E-fältet är källfritt.

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

Ljushastigheten i ett förlustfritt medium beror bland annat av permeabiliteten.

Ljushastigheten i ett förlustfritt medium beror bland annat av permittiviteten.

Ljushastigheten i ett förlustfritt medium beror bland annat av frekvensen.

Poyntingvektorn på ytan av en lång rak ledare som för en ström är riktad i strömmens riktning.

Poyntingvektorn på ytan av en lång rak ledare som för en ström är riktad radiellt in mot ledarens centrum.

Enheten för Poyntingvektorn är W/m^2 .

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

En Hertzdipol har ett isotropt strålningsdiagram, dvs den strålar lika mycket effekt i alla riktningar.

En parabolantenn har ett isotropt strålningsdiagram, dvs den strålar lika mycket effekt i alla riktningar.

En Hertzdipol är ett exempel på en antenn med mycket hög direktivitet.

En parabolantenn är ett exempel på en antenn med mycket hög direktivitet.

En halvvågsantenn har lägre strålningsresistans än en Hertzdipol.

g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

För en god ledare är $\sigma/\omega\epsilon \gg 1$.

I en god ledare är $\alpha = \beta$.

Vågimpedansen för vakuum är $Z \approx \sqrt{j\omega\mu/\sigma}$.

I en perfekt isolator är $\sigma = \infty$.

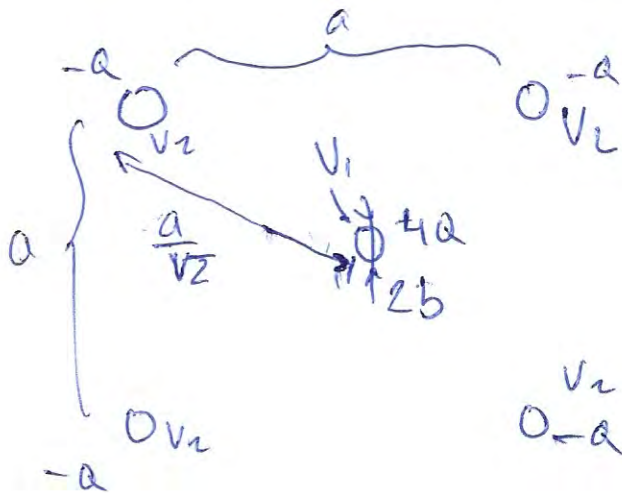
För en isolator är $\sigma/\omega\epsilon \ll 1$.

I en isolator är $\alpha = \beta$.

①

Fyra kulor i respektive hörn

En i mitten

Antag de har diameter $2b$ Antag $V(R) \rightarrow 0$ då $R \rightarrow \infty$ 

a)

$$V_1 = \frac{4Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{b} + 4 \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sqrt{2}}{a} = \frac{4Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{b} - \frac{\sqrt{2}}{a} \right)$$

$$V_2 = \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{b} + 2 \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{a} + \frac{+4Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sqrt{2}}{a} + \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{2}a}$$

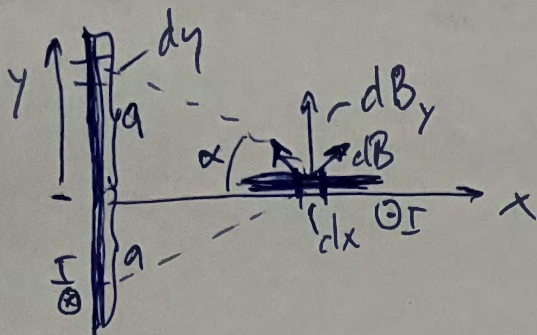
$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{\sqrt{2}}{a} - \frac{1}{b} - \frac{2}{a} - \frac{1}{\sqrt{2}a} \right]$$

b)

$$W_e = \frac{1}{2} \left[V_1 \cdot 4Q + 4 \cdot V_2 \cdot (-Q) \right] =$$

$$= \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0} \left[\frac{12}{b} + \frac{12\sqrt{2}+8}{a} + \frac{4}{\sqrt{2}a} \right]$$

2



Symmetrin gör att $B = B_y \hat{y}$ på det högra bandet.

dB från ett ström rör på den vänstra ledaren

$$dB = \frac{\mu_0 di}{2\pi\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\Rightarrow dB_y = |dB| \cdot \cos \alpha \quad ; \quad di = \frac{I}{2a} dy$$

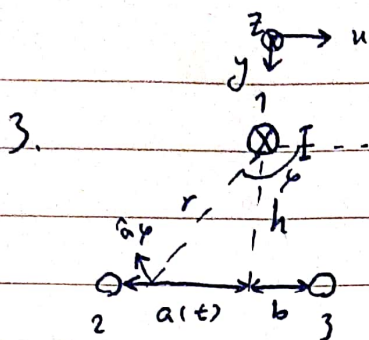
$$\Rightarrow dB_y = \frac{\mu_0 I dy}{2\pi\sqrt{x^2+y^2}} \cdot \frac{x}{2a\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{\mu_0 I dy x}{4\pi a (x^2+y^2)}$$

$$B_y = \int_{-a}^a dB_y = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} 2 \operatorname{atan} \frac{a}{x}$$

Kraften på den högra ledaren

$$dF = di_z (-\hat{z}) \times B_y = \hat{x} \times \frac{I dx}{a} \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \operatorname{atan} \frac{a}{x}$$

$$F = \hat{x} \times \frac{\mu_0 I^2}{2\pi a^2} \int_a^{2a} \operatorname{atan} \frac{a}{x} dx = \hat{x} \times \frac{\mu_0 I^2}{2\pi a} \left(\frac{15\pi}{4} - 8 \operatorname{atan} 2 + 2 \ln 5 - \ln \sqrt{2} \right)$$



$$a) \quad V_s \frac{d\phi}{dt} \rightarrow \phi_s \int B \cdot ds \rightarrow B_s \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{a}_\phi$$

$$\phi_s \int B \cdot ds = \int \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{a}_\phi \cdot du \hat{a}_y$$

$$r = \sqrt{h^2 + x^2} \quad \hat{a}_\phi = -\sin\phi \hat{a}_x + \cos\phi \hat{a}_y \quad \cos\phi = \frac{h}{r}$$

$$\rightarrow \phi_s \int \frac{\mu_0 I}{2\pi \sqrt{h^2 + x^2}} (-\sin\phi \hat{a}_x + \cos\phi \hat{a}_y) \cdot du \hat{a}_y$$

$$= \int \frac{\mu_0 I}{2\pi \sqrt{h^2 + x^2}} \cos\phi \, du = \int \frac{\mu_0 I}{2\pi \sqrt{h^2 + x^2}} \left(\frac{h}{\sqrt{h^2 + x^2}} \right) du$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_{-a}^b \frac{h}{h^2 + x^2} \, dx = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{b^2 + h^2}{a^2 + h^2}$$

$$a = e^{-t} \rightarrow a|_{t=0} = e^{-t}|_{t=0} = 1 \rightarrow \text{Total distance} = b+1 \text{ between } 2 \text{ k's}$$

$$\rightarrow b(t) = b+1 - e^{-t}$$

$$V_s \frac{d\phi}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{(b+1 - e^{-t})^2 + h^2}{e^{-2t} + h^2} \right] = \frac{\mu_0 I}{2\pi} V_s$$

$$V_s = (h^2 + e^{-2t}) \left[\frac{2e^{-t}(b+1 - e^{-t})}{h^2 + e^{-2t}} + \frac{2e^{-2t}((b+1 - e^{-t})^2 + h^2)}{(h^2 + e^{-2t})^2} \right] \frac{1}{(b - e^{-t} + 1)^2 + h^2}$$

b) ϕ is zero when $a = b$

$$\hookrightarrow e^{-t} = b+1 - e^{-t} \rightarrow e^{-t} = \frac{b+1}{2} \rightarrow t = \ln \frac{2}{b+1}$$

$$V|_{t=0} = \ln \frac{2}{b+1} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{(b+1)^2}{h^2 + \frac{(b+1)^2}{2}}$$

4.

a) $\Delta\beta z = m\pi \Rightarrow z = \frac{m\pi}{\Delta\beta} \quad m = 1, 2, 3, \dots$
 Components are in phase

b) Components in quadrature phase $\rightarrow E_x = E_0 (\hat{a}_x + j\hat{a}_y) e^{-j\beta z}$

$\rightarrow \Delta\beta z = \frac{(2n+1)\pi}{2} \Rightarrow z = \frac{(2n+1)\pi}{2\Delta\beta} \quad n = 0, 1, 2, \dots$

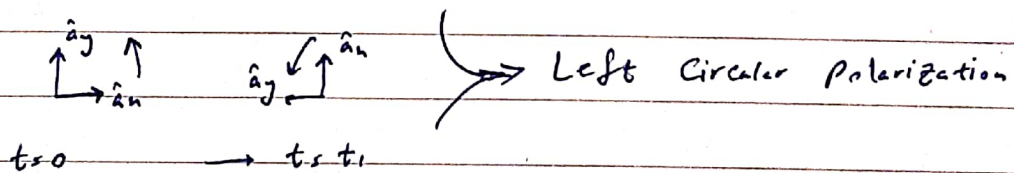
c) With the input field at 45° , the x and y components have the same magnitude. c is the speed of light in vacuum:

Shortest length $\rightarrow n=0 \rightarrow L = \frac{\pi}{2\Delta\beta} = \frac{\pi}{2(\beta_x - \beta_y)} = \frac{\pi c}{2\omega(\sqrt{\epsilon_{rx}} - \sqrt{\epsilon_{ry}})}$

$\rightarrow L = \frac{58.3 \pi c}{2\omega} = 58.3 \frac{\lambda}{4} = 14.6 \lambda$

d) $\epsilon_{rx} > \epsilon_{ry} \rightarrow \beta_x > \beta_y \rightarrow \Delta\beta > 0 \rightarrow \Delta\beta L = \pi \rightarrow e^{j\Delta\beta L} = j$

$\rightarrow E_x = E_0 (\hat{a}_x + j\hat{a}_y) e^{-j\beta z}$



5.

$$A) P_{\text{rad}} = \frac{1}{2} \bar{I}^2 R_{\text{rad}} \quad R_{\text{rad}} = 80\pi^2 \left(\frac{dl}{\lambda}\right)^2 = 80\pi^2 \times 10^{-4}$$

$$\rightarrow P_{\text{rad}} = 40\pi^2 \times 10^{-4} = 3.9 \times 10^{-2} \text{ w}$$

$$B) P_2 = P_1 G_1(\theta_1) G_2(\theta_2) \frac{\lambda^2}{(4\pi r \lambda)^2}$$

$$G_1 = G_2 = \frac{3}{2} \sin^2 \theta = 0.045$$

$$P_2 = (0.045)^2 \times \frac{1}{(16\pi)^2} \times 40\pi^2 \times 10^{-4} = 3.19 \times 10^{-8} \text{ w}$$

$$C) 3.19 \times 10^{-8} = \frac{1}{2} I^2 \times 80\pi^2 \times 10^{-4} \rightarrow I = 8.9 \times 10^{-4} \text{ A}$$