

Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2 och TM2.

EEF031 2022-01-13, kl. 14:00-18:00

| | |
|-----------------------------|--|
| Tillåtna hjälpmedel: | BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator (minnet måste raderas.) Egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori |
| Förfrågningar: | Andreas Fhager, |
| Lösningförslag: | Anslås på kursens hemsida i Canvas. |
| Resultatet: | Anslås i LADOK |
| Granskning: | Plats och tid annonseras på kurshemsidan i Canvas |
| Kom ihåg | Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar. |
| Betygsgränser: | Betyg 3: Totalt 30, varav ≥ 16 på problemdelen och ≥ 8 på teorin Betyg 4: Totalt 40, varav ≥ 20 på problemdelen och ≥ 10 på teorin Betyg 5: Totalt 50, varav ≥ 24 på problemdelen och ≥ 12 på teorin |

OBS!

Resultat från **läsårets** dugga får tillgodoräknas på elektrostatiktalet (tal 1) respektive magnetostatiktalet (tal 2). Bästa resultatet från duggan eller tentan räknas. Poäng på teoridelen respektive problemlösningdelen räknas separat. Bonuspoäng från **läsårets** omgång av webb-frågorna får också tillgodoräknas till tentaresultatet.

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras. De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Ja, Vet ej och Nej. Riktigt svar ger +0,2 poäng oriktigt svar ger -0,2p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng och man kan därför få 1poäng även med ett vet ej svar.

Anonym kod:

(Var vänlig ange den **email-adress** som används för inlämningsuppgifterna bland den dolda personinformationen på omslaget)

1 (Elektrostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

En mycket lätt och sfärisk ballong är tillverkad av ett ledande material. Ett sätt att se till att den håller sin sfäriska form är att koppla in ballongen till en hög spänning. (Varför gör det att ballongen blir sfärisk?)

Antag också att ballongen har diameter 100 mm och att den befinner sig i vacuum.

- Beräkna hur stor spänning som behövs om det elektriska fältet precis utanför ballongens yta ska vara 5,0 MV/m.
- Antag nu att spänningskällan kopplas ur varvid ballongen fortfarande behåller samma potential. Beräkna ballongens kapacitans och även dess totala elektrostatiska energi.

Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på Gauss lag. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på att B-fältet är rotationsfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på att E-fältet är rotationsfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Elektrostatiska potentialytor skär alltid E-fältslinjerna med 90° vinkel. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Det elektriska fältet D definieras direkt ifrån den kraft som kan mätas upp på en testladdning. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Det elektrostatiska fältet, E , har enheten V/m. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Poisson's ekvation har en entydig lösning om givna randvillkor är uppfyllda. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Man kan använda speglingsmetoden i ett hörn som utgörs av två jordade halvplan som skär varandra med 90° vinkel. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Poissons ekvation härleds genom att sätta in uttrycket för E-fältet från definitionen av potentialen, $E = -\nabla V$ i Gauss lag. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? (Frågan gäller elektostatik)

| | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Randvillkoret för E-fältets tangentialkomponent härleds från postulatet om E-fältets rotation. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Randvillkoret för E-fältets normalkomponent härleds postulatet om E-fältets rotation. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| E-fältets tangentialkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| E-fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| D-fältets tangentialkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| D-fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

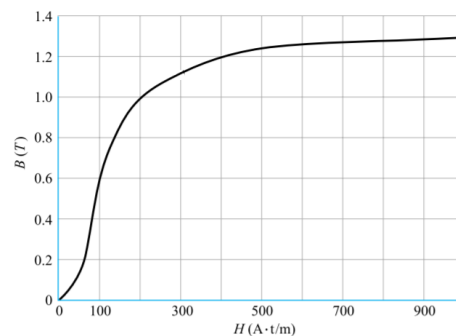
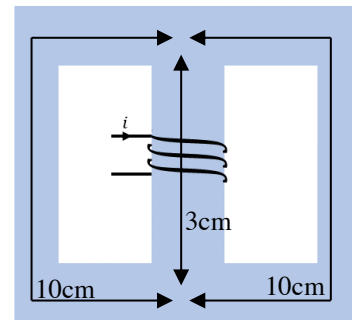
f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Källan till förskjutningsfältet D är de fria laddningarna. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Sambandet mellan D och E är en direkt proportionalitet för alla material. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| D-fältslinjerna är alltid riktade åt samma håll som E-fältslinjerna. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| P-fältslinjerna är alltid riktade åt samma håll som E-fältslinjerna. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den (totala) elektrostatiska energin hos ett system av laddning definieras som det arbete som går åt för att bygga upp systemet genom att flytta en mängd infinitesimala dq från oändligheten. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den (totala) elektrostatiska energin hos ett system av laddning definieras som det arbete som går åt för att bygga upp systemet genom att flytta en mängd punktladdningar från oändligheten. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

2 (Magnetostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

I figuren avbildas en järnkärna. Antag att den har en linjär magnetiseringskurva med $\mu = 5 \text{ mH/m}$. Järnkärnans två yttre delar har vardera tvärsnittsarean $1,6 \text{ cm}^2$ och total längd 10 cm . Det centrala benet har en area på $2,5 \text{ cm}^2$ och längd 3 cm . En spole med 1200 varv är lindad runt det centrala benet enligt figuren och leder strömmen 12 mA .



- Beräkna B i kretsens centrala ben under dessa förhållanden.
- Antag nu att det finns ett $0,3 \text{ mm}$ brett luftgap i det centrala benet. Beräkna nu B i järnet i det centrala benet.
- Nu gör vi ett mer realistiskt antagande om magnetiseringskurvan i järnet, se figur. Uppgiften är att generera samma värde på B -fältet i centrumbenet som i a) uppgiften, men under antagandet om den mer realistiska magnetiseringskurvan. Vilken ström krävs nu i 1200-varvspolen för att åstadkomma detta? (I denna uppgift behöver ni inte heller ta med något luftgap.)

Förståelsedel (4 poäng)

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat. ja ? nej
- För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat. ja ? nej
- Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **endast** på Gauss lag. ja ? nej
- Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **endast** på att B -fältet är rotationsfritt. ja ? nej
- Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **endast** på att E -fältet är rotationsfritt. ja ? nej
- Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **endast** på att rotationen av B -fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten. ja ? nej

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? (Frågan gäller magnetostatik)

- B -fältets tangentialkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. ja ? nej
- H -fältets tangentialkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. ja ? nej
- B -fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. ja ? nej
- H -fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. ja ? nej
- Ett stycke homogent magnetiserat material har en magnetiseringsströmtäthet. ja ? nej
- Ett stycke homogent magnetiserat material har en ytmagnetiseringsströmtäthet. ja ? nej

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Den magnetiska vektorpotentialen kan definieras tack vare att B -fältet är rotationsfritt. ja ? nej
- Den magnetiska vektorpotentialen utanför en strömförande tråd är följer samma riktning som tråden men i motsatt riktning jämfört med strömmen. ja ? nej
- I den elektromagnetiska teorin kan laddning förstöras, dvs försvinna i tomma intet. ja ? nej
- Strömtäthetsfältet har enheten A/m . ja ? nej
- H -fältets roll i magnetostatiken påminner om D -fältets roll i elektrostatisken. ja ? nej
- I ett koordinatsystem som följer med en laddning som rör sig vinkelrätt mot B -fältslinjerna kommer $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ att bli noll (i och med att $u=0$) och därmed påverkas inte laddningen av någon kraft. ja ? nej

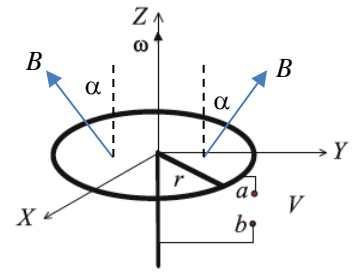
g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Ju kraftigare magnetisering som önskas i en permanentmagnet desto smalare bör hystereskurvan vara. ja ? nej
- I järnkärnan i en transformator är det önskvärt med en bred hystereskurva för att minimera förluster. ja ? nej
- I ett ferromagnetiskt material förstärks ett externt pålagt magnetfält. ja ? nej
- En permanentmagnet har ett nollskilt \mathbf{M} -fält i själva magneten. ja ? nej
- Den magnetiska dipolen består av två cirkulära slingor placerade bredvid varandra och där slingorna leder ström i olika riktningar. ja ? nej
- Kraften på en laddning orsakad av ett B -fält har samma riktning som kraften orsakad av ett E -fält. ja ? nej

3

Problemlösningsdel (8 poäng)

Figuren till höger visar en ring med radie r , en rak vertikal ledare orienterad längs Z -axeln, en stav med längd r som är elektriskt sammankopplad med den vertikala ledaren och ringen. Alla dessa komponenter består av perfekt ledande material. Staven roterar runt Z -axeln med konstant vinkelhastighet $\omega = \omega \hat{z}$ medan resten av anordningen befinner sig i vila. Hela anordningen befinner sig även i ett statiskt magnetfält \mathbf{B} , som är symmetriskt riktat bort ifrån z -axeln i en riktning som beskrivs av vinkeln α mellan \mathbf{B} -vektorn och z -axeln, se figuren.



- Hur stor spänning induceras mellan kopplingspunkterna a och b ? För full poäng krävs även spänningens polaritet.
- Antag nu att \mathbf{B} -fältet varierar i tiden enligt $\mathbf{B} = B_0 \sin(\omega_0 t)$. (Riktningen är densamma enligt figuren.) Vilken spänning induceras nu mellan kopplingspunkterna a och b . Svara med storlek och polaritet.

Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av \mathbf{H} -fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att \mathbf{B} -fältet är konservativt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av \mathbf{E} -fältet är lika med minus tidsderivatan av \mathbf{B} -fältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att \mathbf{E} -fältet är källfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? (Frågan gäller dynamiken)

| | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| \mathbf{D} -fältets tangentialkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| \mathbf{D} -fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| \mathbf{H} -fältets tangentialkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| \mathbf{H} -fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Randvillkoret för \mathbf{D} -fältets normalkomponent förändras då man går från statik till tidsvarierande fält. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Randvillkoret för \mathbf{H} -fältets normalkomponent förändras då man går från statik till tidsvarierande fält. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| \mathbf{E} -fältet är rotationsfritt för tidsvarierande fält. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| \mathbf{B} -fältet är källfritt för tidsvarierande fält. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Faradays induktionslag uttrycker att ett elektriskt fält kan genereras utan laddningsseparation. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Lentz lag följer av Amperes lag. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Man kan inducera spänning i en ledare trots att $-\mathrm{d}\mathbf{B}/\mathrm{d}t$ termen i Faradays lag är noll. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En transformator är ett exempel på en komponent som bygger på induktion för sin funktion. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Den retarderade potentialen uppkommer som en lösning till vågekvationen. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den retarderade potentialen beskriver att ljushastigheten avtar med avståndet från källan. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Vågekvationen för vektorpotentialen \mathbf{A} kan härledas från Maxwells fyra ekvationer. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I elektromagnetismen väljer man oftast $\nabla \cdot \mathbf{A}$ till samma som i magnetostatiken. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| De uttryck på $\nabla \cdot \mathbf{A}$ som vi använt i kursen är de enda möjliga valen. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den magnetiska vektorpotentialen relateras till magnetfältet som $\nabla \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B}$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

4

Problemlösningsdel (8 poäng)

- a) En linjärpolariserad plan våg (uniform plane wave) med frekvensen 50 MHz propagerar i luft ner mot havsytan med en infallsvinkel som är 60° från havsytans ytnormal. Antag att havsvatten har $\sigma = 4 \text{ S/m}$, och $\epsilon_r = 78$. Beräkna hur stor del av den infallande effekten som reflekteras respektive transmitteras om
- (a) vågens E-fältsvektor är polariserad vinkelrätt mot infallsplanet.
(b) vågens E-fältsvektor är polariserad parallellt mot infallsplanet.

Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- | | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av B-fältet är noll. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att divergensen av E-fältet är noll. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- | | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| En plan våg (uniform plane wave) kan ha en rumsberoende utbredningsriktning. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En plan våg (uniform plane wave) har alltid en E-fältsvektor riktad vinkelrätt mot utbredningsriktningen. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En plan våg (uniform plane wave) har alltid en B-fältsvektor riktad vinkelrätt mot utbredningsriktningen. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En plan våg (uniform plane wave) kan ha E- och H-fältsvektorer som är rumsberoende över ett plan som är vinkelrätt mot utbredningsriktningen. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En plan våg (uniform plane wave) kan ha en E-fältsvektor riktad i utbredningsriktningen. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En plan våg (uniform plane wave) kan ha en B-fältsvektor riktad i utbredningsriktningen. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- | | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Poyntings teorem uttrycker energikonsivering. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Poyntingvektorn kan aldrig ha ett tidsberoende. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Poyntingvektorn kan definieras med hjälp av komplexa B- och E-fält. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Poyntingvektorn har enheten W/m . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Hos en plan våg är Poyntingvektorn riktad i motsatt riktning jämfört med utbredningsriktningen. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Poyntingvektorn kan beräknas för statiska fält. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- | | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Totalreflektion sker vid Brewstervinkeln. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Vid Brewstervinkeln transmitteras ingen effekt genom gränsytan. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Om elliptiskt polariserat ljus reflekteras i en gränsyta vid Brewstervinkeln kommer det reflekterade ljuset att bli linjärpolariserat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Om elliptiskt polariserat ljus reflekteras i en gränsyta vid Brewstervinkeln kommer det transmitterade ljuset att bli linjärpolariserat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Med hjälp av totalreflektion kan man förklara principen för varför ljuset stannar kvar i en optisk fiber. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Brewstervinkeln kan härledas från Fresnells ekvationer. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

5

Problemlösningsdel (8 poäng)

En halv vågsantenn som leder strömmen $I = I_1 \sin \omega t \hat{z}$ är placerad med sin mittpunkt i origo bredvid ett mycket stort perfekt ledande plan. Planets yta ges av $x = a$. Bestäm ytladdningstätheten i det ledande planet. Uttryck svaret både på komplex form och på reell form.

Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är konservativt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $j\omega$ -metoden för fältberäkningar bygger på att fälten varierar sinusformigt, alternativt cosinusformigt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Tidsderivata i Maxwells ekvationer övergår i $j\omega$ -metoden till multiplikation med (-j). | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Ett komplext uttryck på E-fältet kan innehålla ett explicit tidsberoende. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att konvertera från reellt fält till komplext fält multiplicerar man det reella fältet med $e^{j\omega t}$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Komplexa fält kan användas för att beskriva plana vågor. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Vågekvationen kan uttryckas på komplex form. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| En halv vågsdipol har ett isotropt strålningsdiagram, dvs den strålar lika mycket effekt i alla riktningar. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En parabolantenn har ett isotropt strålningsdiagram, dvs den strålar lika mycket effekt i alla riktningar. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En halv vågsdipol är ett exempel på en antenn med mycket hög direktivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En parabolantenn är ett exempel på en antenn med mycket hög direktivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En halv vågsantenn har högre strålningsresistans än en Hertzdipol. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Ett material som har en permittivitet som varierar med frekvensen sägs vara dispersivt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Vakuum är dispersionsfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Om gruppshastigheten är samma som fashastigheten är materialet dispersionsfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Att ett material är dispersivt betyder att ljushastigheten varierar med frekvens. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Inträngningsdjupet är mindre för höga frekvenser än för låga frekvenser. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Inträngningsdjupet är mindre i metaller med högre konduktivitet än i metaller med lägre konduktivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

① a) Med hjälp av en sfärisk Gaussyta med samma diameter som ballongen kan vi relatera önskat E-fält till den totala laddningen på ballongen

$$\Phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \hat{r} \Rightarrow Q = |E| \cdot 4\pi\epsilon_0 R^2$$

Motsträvande potential på ytan av ballongen

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}, \text{ sätt in uttrycket för } Q. \Rightarrow$$

$$V = \frac{|E| \cdot 4\pi\epsilon_0 R^2}{4\pi\epsilon_0 R} = E \cdot R = 5 \cdot 10^6 \cdot 0,05 \text{ V} = \underline{\underline{25 \cdot 10^4 \text{ V}}}$$

b)

Kapacitansen definieras som $C = \frac{Q}{\Delta V}$

$$\Rightarrow C = \frac{|E| \cdot 4\pi\epsilon_0 R^2}{\frac{|E| \cdot 4\pi\epsilon_0 R^2}{4\pi\epsilon_0 R}} = 4\pi\epsilon_0 R$$

Energin i en kondensator

$$W_e = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{(|E| \cdot 4\pi\epsilon_0 R^2)^2}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{1}{2} |E|^2 \cdot 4\pi\epsilon_0 R^3$$
$$= 0,174 \text{ J}$$

2) The Equivalent magnetic Circuit:



$$R_c = \frac{L_{in}}{\mu A_{in}} = \frac{5 \times 10^{-2}}{(5 \times 10^{-3})(2.5 \times 10^{-4})} = 2.4 \times 10^4 \text{ H}$$

$$R_0 = \frac{L_{out}}{\mu A_{out}} = \frac{10 \times 10^{-2}}{(5 \times 10^{-3})(1.6 \times 10^{-4})} = 1.25 \times 10^5 \text{ H}$$

$$R_{T1} = R_0 \parallel R_0 + R_c = \frac{R_0}{2} + R_c = 8.65 \times 10^4 \text{ H}$$

The flux in the center leg: $\phi = \frac{\text{MMF}}{R_{T1}} = \frac{1200 \times 12 \times 10^{-3}}{8.65 \times 10^4} = 1.66 \times 10^{-4} \text{ Wb}$

The flux density in the center leg: $B_c = \frac{\phi}{A_{in}} = \frac{1.66 \times 10^{-4}}{2.5 \times 10^{-4}} = 0.66 \text{ T}$

b) $R_{air} = \frac{0.3 \times 10^{-3}}{(4\pi \times 10^{-7})(2.5 \times 10^{-4})} = 9.55 \times 10^5 \text{ H}$

$$R_{T2} = R_T + R_{air} = 8.56 \times 10^4 + 9.55 \times 10^5 = 1.04 \times 10^6$$

$$\phi_{out} = \frac{1200 \times 12 \times 10^{-3}}{1.04 \times 10^6} = 1.38 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

$$\rightarrow B = \frac{1.38 \times 10^{-5}}{2.5 \times 10^{-4}} = 55.3 \text{ mT}$$

c) Reading from the figure $B = 0.66 \text{ T} \rightarrow H_{in} = 120 \text{ A.t/m}$

from a) $\rightarrow \phi = 1.66 \times 10^{-4} \text{ Wb}$

$$\phi' = \frac{1.66 \times 10^{-4}}{2} = 0.83 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$



$$\phi' = \frac{\phi}{2}$$

$$B_{out} = \frac{0.83 \times 10^{-4}}{1.6 \times 10^{-4}} = 0.52 \text{ Wb/m}^2 \quad \text{reading from the curve} \rightarrow H_{out} = 90 \text{ A.t/m}$$

$$\oint H \cdot dl = NI \rightarrow I = \frac{1}{N} (H_{in} L_{in} + H_{out} L_{out}) = \frac{120 \times 3 \times 10^{-2} + 90 \times 10 \times 10^{-2}}{1200}$$

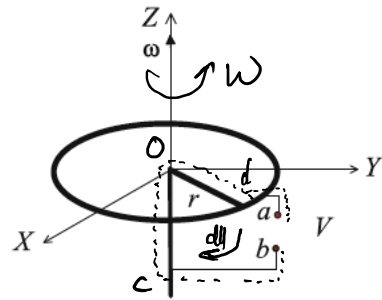
$$I = 10.5 \text{ mA}$$

3) a) Inducerad spänning mellan a och b beräknas genom en integration längs den streckade linjen i figuren nedan.

Inducerad emk ges som

$$E_{ind} = \oint_{bcO dab} \vec{E}_{ind} \cdot d\vec{l} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Inseratt emk} \\ \text{staven } O-b \text{ bidrar} \end{array} \right\}$$

$$= \int_{Oa} \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{l}$$



Stavens hastighet vid rotation = hastighet $\vec{v} = \omega \vec{z}$
 $\vec{v} = \omega \vec{z} \times \rho \hat{r} = \omega \rho \hat{\phi}$ (ρ är radial koordinaten längs staven)

B-fältet har en ρ och en z komponent enligt

$$B_{\rho} = B \sin \alpha \quad B_z = B \cos \alpha$$

$$\text{Nu kan vi beräkna } \vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{r} & \hat{\phi} & \hat{z} \\ 0 & \omega \rho & 0 \\ B_{\rho} & 0 & B_z \end{vmatrix} = \omega \rho B_z \hat{r} - \omega \rho B_{\rho} \hat{z}$$

Linjeintegralen ges nu

$$E_{ind} = \int_0^r \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_0^r \vec{v} \times \vec{B} \cdot (d\rho, 0, 0) = \int_0^r \omega \rho B_z d\rho = \int_0^r \omega B \cos \alpha \rho d\rho =$$

$$= \frac{\omega B r^2}{2} \cos \alpha$$

Eftersom slingan är resistanslös så är spänningen över anslutningarna a-b lika med den inducerade emk:n

$$\text{Därmed } E_{ind} = V_a - V_b = V_{ab} = \frac{\omega B r^2}{2} \cos \alpha$$

b)

Man kan anta att slingan bcO dab ligger i samma plan som B-fältlinjerna

Därmed flödesändringen pga försvinnande B-fält i slingan $\frac{d\Phi}{dt} = 0$

Därmed blir den inducerade emk:n pga $B = B_0 \sin \omega t$

$$V_{ab} = E_{ind} = \frac{\omega B_0 \sin(\omega t) r^2}{2} \cos \alpha$$

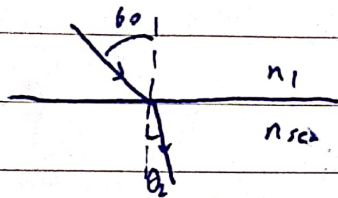
4

$$\frac{\delta}{\omega \epsilon} = \frac{4}{2\pi (50 \times 10^6) 78 \times 8.85 \times 10^{-12}} = 18.4 > 1 \rightarrow \text{We can consider the sea water as a good conductor.}$$

Intrinsic impedance of a good conductor: $\eta = \sqrt{\frac{\omega \mu}{\sigma}} (1+j) = 7(1+j)$

$$\beta = \frac{n_{\text{sea}} \omega}{c} = \sqrt{\frac{\omega \mu \sigma}{2}} \rightarrow n_{\text{sea}} = c \sqrt{\frac{\mu \sigma}{2\omega}} = 26.8$$

Applying the Snell's law: $\sin \theta_2 = \frac{n_{\text{sea}}}{n_1} \sin \theta_1 = 26.8 \sin 60^\circ \Rightarrow \theta_2 = 1.9^\circ$



$$\theta_2 \approx 0 \rightarrow \cos \theta_2 \approx \cos 0 = 1$$

a) For normal polarization:

$$\Gamma_{\perp} = \frac{\eta_1 \cos \theta_1 - \eta_2 \cos \theta_2}{\eta_1 \cos \theta_1 + \eta_2 \cos \theta_2} = \frac{\frac{1}{377} \cos 60^\circ - \frac{1}{(7+j7)} \cos 0^\circ}{\frac{1}{377} \cos 60^\circ + \frac{1}{(7+j7)} \cos 0^\circ} = 0.98 \angle 179^\circ$$

The fraction of the power reflected: $|\Gamma_{\perp}|^2 = 0.96$

The fraction of the power transmitted: $1 - |\Gamma_{\perp}|^2 = 0.04$

b) For parallel polarization

$$\Gamma_{\parallel} = \frac{-\eta_1 \cos \theta_1 + \eta_2 \cos \theta_2}{\eta_1 \cos \theta_1 + \eta_2 \cos \theta_2} = \frac{-377 \cos 60^\circ + (7+j7) \cos 0^\circ}{377 \cos 60^\circ + (7+j7) \cos 0^\circ} = 0.93 \angle 176^\circ$$

The fraction of the power reflected: $|\Gamma_{\parallel}|^2 = 0.86$

The fraction of the power transmitted: $1 - |\Gamma_{\parallel}|^2 = 0.14$

5)

We start by writing the complex form of the current
 $I = I_m \cos(\omega t - 90^\circ) \rightarrow \bar{I} = I_m e^{-j\omega t} / j$

The E-field from a half wave dipole in complex format is:

$$E_r \hat{r}_1 = \frac{j \bar{I} C_0 (\frac{1}{2} L \cos \theta)}{2 \pi R \sin \theta} e^{-j\omega R/c} \quad R = \sqrt{a^2 + y^2 + z^2}$$

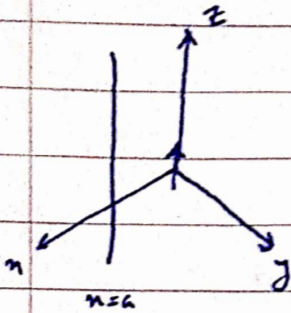
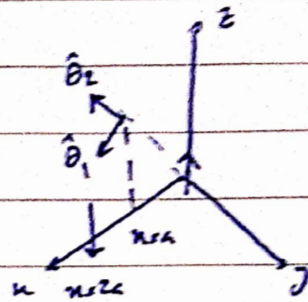
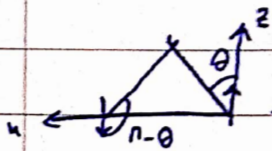


Image them



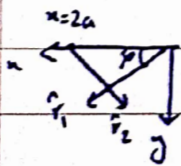
$$\hat{\theta}_1 = \cos \theta \hat{r}_1 - \sin \theta \hat{z} \quad \hat{r}_1 = \cos \phi \hat{x} + \sin \phi \hat{y}$$

$$\hat{\theta}_1 = \cos \theta \cos \phi \hat{x} + \cos \theta \sin \phi \hat{y} - \sin \theta \hat{z}$$



$$\hat{\theta}_2 = -\cos \theta \hat{r}_2 + \sin \theta \hat{z} \quad \hat{r}_2 = -\cos \phi \hat{x} + \sin \phi \hat{y}$$

$$\hat{\theta}_2 = \cos \theta \cos \phi \hat{x} - \cos \theta \sin \phi \hat{y} + \sin \theta \hat{z}$$



$$\vec{E} = E_1 \hat{\theta}_1 + E_2 \hat{\theta}_2 = \frac{j \bar{I} C_0 (\frac{1}{2} L \cos \theta)}{2 \pi R \sin \theta} 2 \cos \theta \cos \phi e^{-j\omega R/c} \hat{x}$$

$$\vec{P}_{\text{avg}} = \vec{E} \cdot \hat{n} = \frac{j \bar{I} C_0 (\frac{1}{2} L \cos \theta)}{2 \pi R \sin \theta} 2 \cos \theta \cos \phi e^{-j\omega R/c} \quad \text{in spherical Co.}$$

$$\cos \theta = \frac{z}{\sqrt{a^2 + y^2 + z^2}} \quad \sin \theta = \frac{\sqrt{a^2 + y^2}}{\sqrt{a^2 + y^2 + z^2}} \quad \cos \phi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + y^2}} \quad R = \sqrt{a^2 + y^2 + z^2}$$

$$\vec{P}_{\text{avg}} = \frac{-E_0 \eta_0 \bar{I} C_0 (\frac{1}{2} \frac{z}{\sqrt{a^2 + y^2 + z^2}})}{\pi \sqrt{a^2 + y^2 + z^2}} \frac{a z}{a^2 + y^2} e^{-j\omega \frac{\sqrt{a^2 + y^2 + z^2}}{c}} \quad \text{in Cartesian Co.}$$

$$P_{\text{avg}} = \text{Re} \left\{ \vec{P}_{\text{avg}} e^{j\omega t} \right\} = \frac{-E_0 \eta_0 C_0 (\frac{1}{2} \frac{z}{\sqrt{a^2 + y^2 + z^2}})}{\pi \sqrt{a^2 + y^2 + z^2}} \frac{a z}{a^2 + y^2} \cos \left(\omega t - \frac{\omega \sqrt{a^2 + y^2 + z^2}}{c} \right)$$