

## Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2 och TM2.

EEF031 2019-08-22, kl. 14:00-18:00

<b>Tillåtna hjälpmedel:</b>	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
<b>Förfrågningar:</b>	Måns Larsson,
<b>Lösningar:</b>	Anslås på kursens hemsida
<b>Resultatet:</b>	Anslås i LADOK
<b>Granskning:</b>	Plats och tid annonseras på kurshemsidan
<b>Kom ihåg</b>	Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.
<b>Betygsgränser:</b>	Betyg 3: Totalt 30, varav $\geq 16$ på problemdelen och $\geq 8$ på teorin Betyg 4: Totalt 40, varav $\geq 20$ på problemdelen och $\geq 10$ på teorin Betyg 5: Totalt 50, varav $\geq 24$ på problemdelen och $\geq 12$ på teorin

---

# OBS!

Resultat från **läsårets** dugga får tillgodoräknas på elektrostatiktalet (tal 1) respektive magnetostatiktalet (tal 2). Bästa resultatet från duggan eller tentan räknas. Poäng på teoridelen respektive problemlösningsdelen räknas separat. Bonuspoäng från **läsårets** omgång av webb-frågorna får också tillgodoräknas till tentaresultatet.

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som skall lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras. De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Ja, Vet ej och Nej. Riktigt svar ger +0,2 poäng oriktigt svar ger -0,2p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng och man kan därför få 1poäng även med ett vet ej svar.

## Anonym kod:

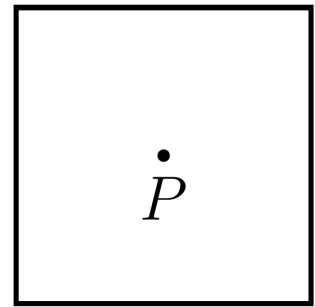
(Var vänlig ange den **email-adress** som används för inlämningsuppgifterna bland den dolda personinformationen på omslaget)

# 1 (Elektrostatik)

 $Q$ 

## Problemlösningsdel (8 poäng)

a) Bestäm den elektriska potentialen  $V(P)$  och det elektriska fältet  $E(P)$  i centrum av en kvadrat bestående av fyra identiska, likformigt laddade tunna stavar av längd  $a$  (sammanlagd laddning  $Q$  hos de fyra stavarna).

 $a$ 

## Förståelsedel (4 poäng)

### b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat.  ja  ?  nej
- För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat.  ja  ?  nej
- Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **bland annat** på Gauss lag.  ja  ?  nej
- Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **bland annat** på att B-fältet är källfritt.  ja  ?  nej
- Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **bland annat** på att E-fältet är källfritt.  ja  ?  nej
- Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **bland annat** på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.  ja  ?  nej

### c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Speglingsmetoden är en metod som kan användas för att lösa Poissons ekvation.  ja  ?  nej
- Lösningen till Poissons ekvation är unik om randvillkoren uppfylls.  ja  ?  nej
- Speglingsmetoden kan användas för att lösa Poissons ekvation i godtycklig geometri.  ja  ?  nej
- Speglingsmetoden kan användas vid spegling i metalldrömmar.  ja  ?  nej
- Man kan använda speglingmetoden i ett hörn som utgörs av två jordade halvplan.  ja  ?  nej
- Poissons ekvation härleds från enbart Gauss lag.  ja  ?  nej

### d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Eftersom rotationen av det elektrostatiske fältet är lika med noll kan en potential definieras.  ja  ?  nej
- Anledningen till att definiera den elektrostatiske potentialen om  $E = -\nabla V$  är att få en naturlig koppling av  $V$  till lägesenergin hos en testladdning som befinner sig i E-fältet.  ja  ?  nej
- En perfekt ledare har alltid samma potential i hela sin volym.  ja  ?  nej
- På litet avstånd (av samma storleksordning som avståndet mellan laddningarna i en elektrisk dipol) avtar E-fältet exakt som  $1/R^3$  från en elektrisk dipol.  ja  ?  nej
- Coulombs lag uttrycker hur stor kraften är mellan två laddningar.  ja  ?  nej
- Coulombs lag kan användas för att beräkna de krafter som verkar mellan tre olika punktladdningar.  ja  ?  nej

### e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

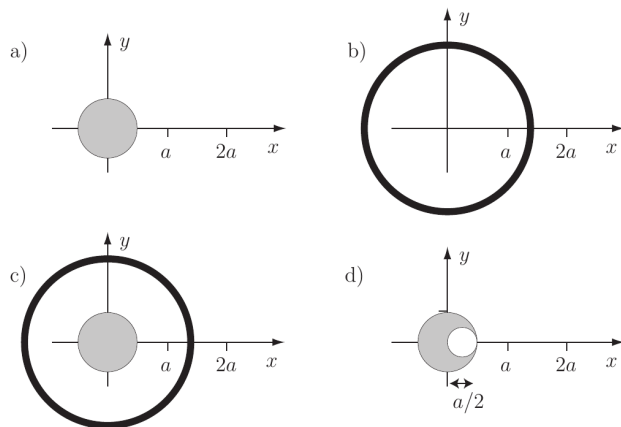
- Enheten för det elektriska fältet är  $V/m^3$ .  ja  ?  nej
- Sambandet  $D = \epsilon E$  mellan E- och D-fältet kan härledas utifrån postulaten för elektrostatiken.  ja  ?  nej
- Polarisationsfältet  $P$  är fältet från de bundna laddningarna i ett dielektriskt material.  ja  ?  nej
- Dielektriska materialegenskaper modelleras med hjälp av elektriska dipoler.  ja  ?  nej
- Antagande om approximativ strömfördelning ger en för hög resistans vid resistansberäkning.  ja  ?  nej
- Antagande om approximativ potentialfördelning ger en för låg resistans vid resistansberäkning.  ja  ?  nej

## 2 (Magnetostatik)

### Problemlösningsdel (8 poäng)

I figurerna till höger visas tvärsnitten av fyra olika långa raka ledare som alla för strömmen  $I$ . I de grå delarna går strömmen ut från papperet (i positiv  $z$ -led) och i de svarta delarna går strömmen in i papperet (negativ  $z$ -led). Strömmen är jämnt fördelad över tvärsnittet av ledaren. Bestäm magnetfältet  $H$  till riktning och storlek i punkterna  $(x, y, z) = (a, 0, 0)$  och  $(2a, 0, 0)$  i de fyra fallen **a)-d)**.

Poängindelning: **a)** (1p), **b)** (1p), **c)** (2p), **d)** (4p)



### Förståelsedel (4 poäng)

**e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

	ja	?	nej
B-fältets tangentialkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältets tangentialkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En bra permanentmagnet ska ha en bred hystereskurva.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd från en cirkelformad strömförande slinga har magnetfältet samma matematiska form som fältet från en magnetisk dipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

	ja	?	nej
Magnetiska monopoler används för att modellera magnetiska material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ferromagnetiska material har stor relativa permeabilitetstal.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Paramagnetiska material har negativa relativa permeabilitetstal.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reluktans för en magnetfältskrets motsvarar ungefär resistans för en elektrisk krets.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältets roll i magnetostatiken påminner om E-fältets roll i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Järns magnetiska egenskaper ett exempel på ett linjärt materialsamband som ger ett perfekt linjärt samband mellan B och H-fälten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**h) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

	ja	?	nej
Kontinuitetsekvationen för stationär ström följer om man tar divergensen av Ampères lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ gäller alltid, även för tidsvarierande laddningsfördelningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kirchoffs strömlag kan härledas från $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kirchoffs spänningslag kan härledas från $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ är en konsekvens av att laddningen är bevarad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömtäthetsfältet har enheten $A/m^2$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

# 3

## Problemlösningsdel (8 poäng)

a) Två kvadratiska metallslingar har sidan  $a$ . Den ena slingan placeras i  $x$ - $y$ -planet med mittpunkten i origo. Den andra slingan placeras med sin mittpunkt i punkten  $(R, 0, 0)$  på  $x$ -axeln där  $R \gg a$ . Hur skall den andra slingan orienteras så att den ömsesidiga induktansen mellan slingorna blir maximal och vad blir denna ömsesidiga induktans?

## Förståelsedel (4 poäng)

### b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att B-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I elektromagnetismen är E-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är E-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är B-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är B-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för B-fältets tangentialkomponent förändras då man går från statik till tidsvarierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för E-fältets tangentialkomponent förändras då man går från statik till tidsvarierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Den skalära potentialen beskriver elektriska fält som härrör sig från laddningsseparation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den skalära potentialen kan även beskriva elektriska fält som härrör sig från induktion.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Två spolars ömsesidiga induktans beror på hur stor strömmen är i spolarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Två spolars ömsesidiga induktans beror på hur många lindningsvarv som finns i de två spolarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Självinduktansen i en strömslinga beror på antalet lindningsvarv i slingan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det magnetiska flödet genom en slinga kan tecknas i termer av den magnetiska vektorpotentialen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Man kan välja divergensen av den magnetiska vektorpotentialen fritt i elektromagnetismen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man väljer ofta divergensen av den magnetiska vektorpotentialen till samma som i statiken för att förenkla Faradays induktionslag uttrycker att ett elektriskt fält kan genereras utan laddningsseparation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lentz lag följer av Faradays lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lentz lag kan användas för att bestämma polariteten hos en inducerad spänning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan inducera spänning i en ledare trots att $-dB/dt$ termen i Faradays lag är noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lentz lag kan användas för att bestämma beloppet hos en inducerad spänning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

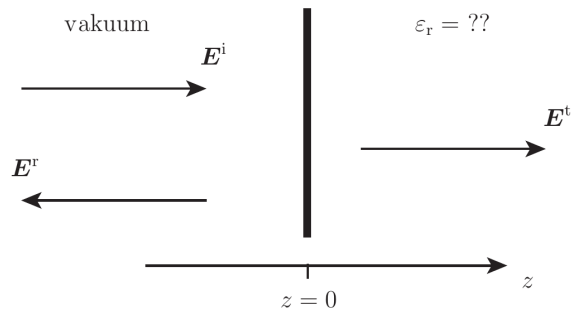
**Problemlösningsdel (8 poäng)**

En plan våg  $E^i(r, t) = f(t - z/c_0)\hat{x}$  utbreder sig i vakuum. Vid  $z = 0$  reflekteras den mot en halvrymd av ett förlustfritt, omagnetiskt material.

a) Härled ett uttryck för reflektionskoefficienten. (Om du vill får du gärna anta tidsberoendet  $f(t) = \cos(\omega t)$  (5p)

b) Beräkna den relativa permittiviteten  $\epsilon_r$  i området  $z > 0$ , om den reflekterade vågen är

$$E^r(r, t) = -0.2f(t + z/c_0)\hat{x} \quad (3p)$$



**Förståelsedel (4 poäng)**

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Kontinuitetsekvationen kan härledas från Maxwells fyra postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Utöver Maxwells fyra postulat är kontinuitetsekvationen nödvändig för en fullständig beskrivning av den elektromagnetiska teorin.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>endast</b> på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>endast</b> på att B-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>endast</b> på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>endast</b> på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Mha Fresnels ekvationer kan vinkeln mellan ytnormal och propagationsriktning beräknas för en plan våg som transmitteras genom en plan gränssyta med olika dielektriska material på respektive sida.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Brewstervinkeln anger den vinkel där ingen effekt transmitteras genom en gränssyta.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vid beräkning med Fresnells ekvationer måste man ta hänsyn till vågens polarisering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion är möjlig då vågen går från ett optiskt tätare till ett optiskt tunnare medium.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Funktionen hos en optisk fiber kan förklaras med hjälp av Brewstervinkeln.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vinkeln vid vilken totalreflektion inträffar härleds från Fresnells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
En evanescent våg uppfyller vågekvationen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion ger upphov till evanescenta vågor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då linjärpolariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då cirkulärpolariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då elliptiskt polariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Brewstervinkeln definieras både för vågor med polarisering parallellt och vinkelrätt mot infallsplanet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För en god ledare är $\sigma/\omega\epsilon \gg 1$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I en god ledare är $\alpha \approx \beta$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Summan av reflektionskoefficienten $r$ och transmissionskoefficienten $t$ för E-fältet är lika med ett, dvs $r + t = 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Summan av reflektionskoefficienten $R$ och transmissionskoefficienten $T$ för effekt är lika med ett, dvs $R + T = 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reflektionskoefficienten för effekt hos E-fältet är lika med reflektionskoefficienten för E-fältet i kvadrat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reflektionskoefficienten för effekt hos E-fältet kan vara komplex.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

# 5

## Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En gruppantenn (antennarray) består av två elektriska Hertzdipoler med dipolmomenten  $\mathbf{p}_1 = p_0 \hat{\mathbf{z}}$  och  $\mathbf{p}_2 = p_0 e^{-i\alpha} \hat{\mathbf{z}}$ . Dipolen  $\mathbf{p}_1$  är placerad i origo och  $\mathbf{p}_2$  i punkten  $(x_0, 0, 0)$  på x-axeln. Gruppantennen skall designas så att den strålar maximalt längs positiva x-axeln och att den inte strålar alls längs negativa x-axeln. Bestäm lägsta positiva  $\alpha$  och  $x_0$  som uppfyller detta villkor.

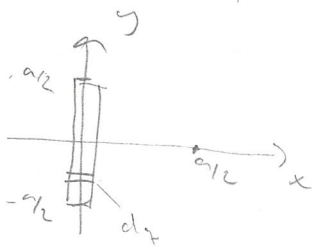
## Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att B-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
$\mathbf{j}\omega$ -metoden för fältberäkningar fungerar bara för harmoniskt varierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Tidsderivata i Maxwells ekvationer övergår i $\mathbf{j}\omega$ -metoden till multiplikation med $(-1)$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett komplext uttryck på E-fältet innehåller ett explicit tidsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att konvertera från komplext till reellt fält multiplicerar man med $e^{j\omega t}$ och tar imaginärdelen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Komplexa fält kan användas för att beskriva plana vågor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kontinuitetsekvationen kan uttryckas på komplex form.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
Vid snett infall mot en gränssyta skiljer sig uttrycken på reflektionskoefficienten för vinkelrät polarisering jämfört med parallell polarisering mot infallsplanet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells lag kan härledas genom att studera randvillkoren i gränsen mellan olika material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells lag gäller endast i gränssytor där permeabiliteten är samma på båda sidorna, dvs $\mu_1 = \mu_2$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En optisk fiber bygger på totalreflektion.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion sker vid Brewstervinkeln	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion är möjlig då ljusstrålen går från ett optiskt tätare till ett optiskt tunnare medium.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
En Hertzdipol är en hel våglängd lång.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen i antennen är konstant längs en Hertzdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen hos en halvstågsantenn är oberoende av strålningseffekten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen ökar med längden i kvadrat för alla dipolantenn.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En halvstågsantenn är ekvivalent med en kvartsstågsantenn över ett ledande plan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen är konstant längs en kvartsstågsantenn.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

①

$E$  är 0 i p  
 motstånd sidor tar ut p.g.a. symmetri,  
 varandra.

Beräkna potentialen från en sida



$$V_s(a/2, 0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-a/2}^{a/2} \frac{dq}{\sqrt{y^2 + (\frac{a}{2})^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-a/2}^{a/2} \frac{Q}{4a} \frac{dy'}{\sqrt{y'^2 + (\frac{a}{2})^2}}$$

$$= \frac{Q}{16\pi\epsilon_0 a} \int_{-a/2}^{a/2} \frac{1}{\sqrt{y'^2 + (\frac{a}{2})^2}} dy' = \frac{Q}{16\pi\epsilon_0 a} \left[ \ln \left| y' + \sqrt{y'^2 + (\frac{a}{2})^2} \right| \right]_{-a/2}^{a/2}$$

Bok 89 sid 159

$$= \frac{Q}{16\pi\epsilon_0 a} \ln \frac{\frac{a}{2} + \sqrt{(\frac{a}{2})^2 + (\frac{a}{2})^2}}{-\frac{a}{2} + \sqrt{(\frac{a}{2})^2 + (\frac{a}{2})^2}} = \frac{Q}{16\pi\epsilon_0 a} \ln \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1}$$

Total potentialen ges av

$$V_{tot}(p) = 4 V_s = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} \ln \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1}$$

(2)

Ampères lag ger vid cylindrisk symmetri

$$H = \frac{I_{tot}}{2\pi r_c} \hat{\phi}, \quad \text{på } x\text{-axeln är } \hat{\phi} = \hat{y}$$

$I_{tot}$ : total inestruken ström (inån för  $r_c$ )

a)

$$I_{tot} = I \quad \text{för både } r_c = a \text{ och } r_c = 2a$$

$$\Rightarrow H(a, 0, 0) = \frac{I}{2\pi a} \hat{y}, \quad H(2a, 0, 0) = \frac{I}{4\pi a} \hat{y}$$

b)

$$I_{tot} = 0 \quad \text{för } r_c = a$$

$$I_{tot} = -I \quad \text{för } r_c = 2a$$

$$\Rightarrow H(a, 0, 0) = 0, \quad H(2a, 0, 0) = -\frac{I}{4\pi a} \hat{y}$$

c)

$$I_{tot} = -I \quad \text{för } r_c = a$$

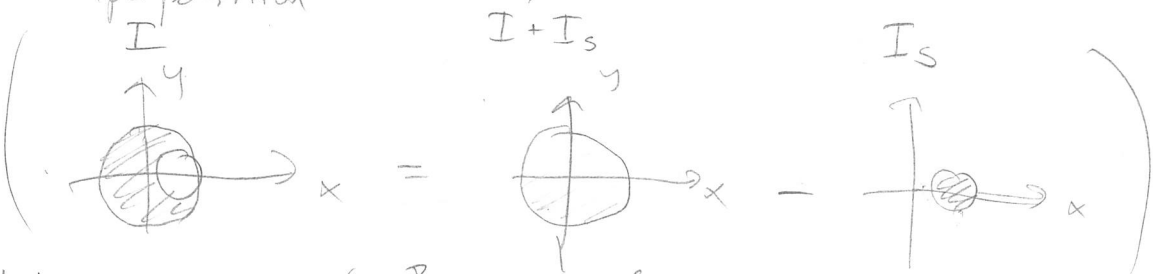
$$I_{tot} = I - I = 0 \quad \text{för } r_c = 2a$$

$$\Rightarrow H(a, 0, 0) = \frac{I}{2\pi a} \hat{y}$$

$$H(2a, 0, 0) = 0$$

d)

Superposition



Hälet utgör  $\left(\frac{a}{4}\right)^2 \cdot \pi / \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \pi = \frac{1}{4}$  av arean

Strömmen som motsvarar hälet ges då av  $I_s = \frac{\pi \left(\frac{a}{4}\right)^2}{\frac{3}{4} \cdot \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2} I$

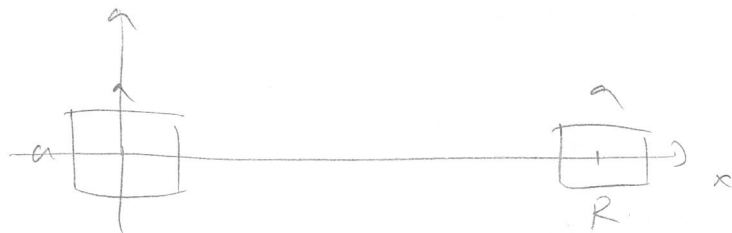
$\Rightarrow I_s = I/3$ . Vi får då

$$H(a, 0, 0) = \frac{4I}{6\pi a} \hat{y} - \frac{I/3}{2\pi \cdot \frac{3}{4}a} \hat{y} = \frac{4I}{9\pi a} \hat{y}$$

$$H(2a, 0, 0) = \frac{4I}{2\pi \cdot 2a} \hat{y} - \frac{I/3}{2\pi \cdot 2a} \hat{y} = \frac{5I}{6\pi a} \hat{y}$$



Ansätt ström  $I$  genom första slingan  
 maximal ömsesidig induktans  $M \rightarrow$  vid  
 maximalt flöde genom slinga 2. Detta  
 bör därför också ligga i  $xy$ -planet.



Eftersom  $R \gg a$  kan dipolapproximationen  
 användas.

$$\mathbf{B}(R, 0, 0) = \frac{\mu_0 m}{4\pi R^3} (2 \hat{x} \cos \theta + \hat{y} \sin \theta)$$

OBS!  
 riktningen  
 gäller  
 från  
 = (R, 0, 0)

(vid slinga 2 är  $\theta = \frac{3}{2}$ )

$$= \frac{\mu_0 m}{4\pi R^3} \hat{y} = \frac{\mu_0 I a^2}{4\pi R^3} \hat{y}$$

Eftersom  $R \gg a$  kan  $B$  ses som konstant  
 över slinga 2

$$\Rightarrow \Phi = a^2 |\mathbf{B}(R, 0, 0)| = \frac{\mu_0 I a^4}{4\pi R^3}$$

ömsesidiga induktansen blir då

$$M = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 a^4}{4\pi R^3}$$

4) a) Ansatt:

$$E^i(r, t) = f(t - z/c_0) \hat{x}$$

$$E^r(r, t) = R f(t + z/c_0) \hat{x}$$

$$E^t(r, t) = T f(t - z/c) \hat{x}$$

respektive H-fält fås av  $H = \frac{1}{\eta} \hat{k} \times E$

$$H^i(r, t) = \frac{1}{\eta_0} f(t - z/c_0) \hat{y}$$

$$H^r(r, t) = -\frac{1}{\eta_0} R f(t + z/c_0) \hat{y}$$

$$H^t(r, t) = \frac{1}{\eta} T f(t - z/c) \hat{y}$$

där  $c = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$ ,  $\eta = \eta_0 / \sqrt{\epsilon_r}$

Randvilkoren ( $z=0$ ) att tangentiella  $E$  och  $H$  är kontinuerliga ger

$$\left. \begin{aligned} 1 + R &= T \\ \frac{1}{\eta_0} - \frac{1}{\eta_0} R &= \frac{1}{\eta} T \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow R = \frac{\eta - \eta_0}{\eta + \eta_0} = \frac{1 - \sqrt{\epsilon_r}}{1 + \sqrt{\epsilon_r}}$$

b)  $R = -0.2$

$$R = \frac{1 - \sqrt{\epsilon_r}}{1 + \sqrt{\epsilon_r}} \Rightarrow \sqrt{\epsilon_r} = \frac{1 - R}{1 + R} \Rightarrow \epsilon_r = \frac{9}{4}$$

5



$$p_1 = p_0$$

$$p_2 = p_0 e^{-i\alpha}$$

För fälten från respektive dipol längs med x-axeln för  $\theta = 0$

$$\sin \theta = 1$$

$$\textcircled{1} \quad E_1(x) = \frac{1}{2} E_0 \frac{1}{|x|} e^{+j\omega |x|/c}$$

$$E_2(x) = \frac{1}{2} E_0 e^{-i\alpha} \frac{1}{|x-x_0|} e^{-j\omega |x-x_0|/c}$$

För  $x > 0$  : (använd  $\frac{1}{|x-x_0|} \approx \frac{1}{|x|}$ )

$$E(x) = E_1(x) + E_2(x) = \frac{1}{2} E_0 \frac{1}{x} e^{-j\omega x/c} (1 + e^{-j\alpha} e^{\frac{j\omega x_0}{c}})$$

$x < 0$  :

$$E(x) = E_1(x) + E_2(x) = \frac{1}{2} E_0 \frac{1}{-x} e^{j\omega x/c} (1 + e^{-j\alpha} e^{-\frac{j\omega x_0}{c}})$$

Storleken av fältet för  $\alpha = 0$  ( $|1 + e^{j\alpha}| = 2 |\cos(\frac{\alpha}{2})|$ )  
 $k = \frac{\omega}{c}$

$$|E(x)| = \begin{cases} \left| \frac{2E_0}{x} \cos\left(\frac{kx_0 - \alpha}{2}\right) \right| & x > 0 \\ \left| \frac{2E_0}{-x} \cos\left(\frac{kx_0 + \alpha}{2}\right) \right| & x < 0 \end{cases}$$

För att  $E(x)$  ska vara maximalt för  $x > 0$   
och 0 för  $x < 0$  för  $\forall$

$$\begin{cases} \frac{kx_0 - \alpha}{2} = 0 + n_1\pi \\ \frac{kx_0 + \alpha}{2} = \frac{\pi}{2} + n_2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} kx_0 &= \frac{\pi}{2} + n_1\pi \Rightarrow x_0 = \frac{\pi}{2k} + \frac{\pi}{k} n_1 \\ &= \frac{\pi c}{2\omega} + \frac{\pi c}{\omega} n, \quad n=0 \text{ ger lägsta positiv} \end{aligned}$$

alltså  $x_0 = \frac{\pi c}{2\omega}$  p.s.s.  $\alpha = \frac{\pi}{2}$

$$|n_1, n_2, n \in \mathbb{Z}|$$