

Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2 och TM2.

EEF031 2017-08-17, kl. 14:00-18:00

Tillåtna hjälpmedel:	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
Förfrågningar:	Pegah Takook, tel. 073-687 23 96
Lösningar:	anslås på kursens hemsida
Resultatet:	anslås i LADOK
Granskning:	Sker på plats och tid annonseras på kurshemsidan
Kom ihåg	Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.

OBS!

Resultat från **läsårets** dugga får tillgodoräknas på elektrostatik- (tal 1) respektive magnetostatiktalet (tal 2). Bästa resultatet från duggan eller tentan räknas. Poäng på teoridelen respektive problemlösningsdelen räknas separat. Bonuspoäng från **årets** omgång av webb-frågorna får också tillgodoräknas till tentaresultatet.

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som skall lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras. De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Ja, Vet ej och Nej. Riktigt svar ger +0,2 poäng oriktigt svar ger -0,2p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng och man kan därför få 1poäng även med ett vet ej svar.

Anonym kod:

(Var vänlig ange den **email-adress** som används för inlämningsuppgifterna bland den dolda personinformationen på omslaget)

1 (Elektrostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

Inner- respektive ytterradien hos ledarna hos en koaxialkabel är a respektive b . Utrymmet mellan ledarna är fyllt med ett inhomogent medium där permittiviteten ϵ är en funktion av radien, r . Ytterledaren är jordad och innerledaren har potentialen U_0 .

a) Visa vilket beroende permittiviteten måste ha av radien r för att E-fältet ska bli konstant mellan ytter- och innerledarna. (4 poäng)

b) För samma område, där E-fältet är konstant, beräkna polarisationsladdningstätheten och ytpolarisationsladdningstätheten. (4 poäng)

Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Lorentzkraften beror endast av E-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laddningar i vila som utsätts för ett nollskilt E-fält påverkas alltid av en kraft orsakad av E-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laddningar som rör sig <i>parallellt</i> med E-fältslinjerna utsätts alltid för en kraft orsakad av E-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laddningar som rör sig <i>vinkelrätt</i> mot E-fältslinjerna utsätts alltid för en kraft orsakad av E-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E-fältslinjerna pekar från negativa laddningar till positiva laddningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E-fältslinjer kan korsas varandra.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Poissons ekvation kan härledas direkt från kontinuitetsekvationen och definitionen av elektrostatisk potential.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I vissa fall kan vi lösa Poissons ekvation med hjälp av spegling i isolerade ytor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det är möjligt att lösa Poissons ekvation med hjälp av spegling i metallytor som kan tillåtas ha en <i>godtycklig form</i> .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd från en elektrisk dipol avtar E-fältet som $1/R^3$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På litet avstånd (av samma storleksordning som avståndet mellan laddningarna i en elektrisk dipol) avtar E-fältet som $1/R^3$ från en elektrisk dipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Coulombs lag uttrycker hur stor kraften är mellan två laddningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ohms lag är ett av postulaten i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Om man definierar den elektrostatiska potentialen är som $E = -\nabla V$ betyder det att den elektriska lägesenergin hos en positiv testladdning minskar då man tillför arbete för att flytta laddningen från en punkt till en annan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En ekvipotentialyta definieras som den yta där E-fältet har konstant storlek.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Dielektriska egenskaper modelleras med elektriska dipoler.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Dielektriska material modelleras med fria laddningar som tillförs materialet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken modelleras perfekt ledande metaller som ekvipotentialytor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Elektrostatiken säger att det på ytan av en metall kan existera tangentiella fältkomponenter.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2 (Magnetostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

Ett flygplan flyger över havsytan samtidigt som det sänder ut en radiosignal. Antag att signalen kan beskrivas av en plan våg som propagerar vertikalt nedåt mot havsytan. Frekvensen hos den utsända signalen är 5 MHz och har fältstyrkan 5000V/m. Antag att en ubåt kräver fältstyrkan 50 $\mu\text{V}/\text{m}$ för att kunna ta emot signalen. Vilket är det maximala djupet på vilket den kan befinna sig för att fortfarande kunna nås av flygplanets radiosignaler?

Antag att havsvatten har konduktiviteten 4 S/m och att det är omagnetiskt med $\mu=\mu_0$.

Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Två långa raka parallella ledare som leder en likström i samma riktning känner av en attraktiv kraft, som orsakas av likströmmen och att det uppstår ett B-fält runt ledarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Två långa raka parallella ledare känner av en attraktiv kraft om bara den ena ledaren leder en likström, som orsakas av likströmmen och att det uppstår ett B-fält runt den ledare som leder en ström.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Magnetiska krafter kan förstås ur ett resonemang som baseras på att kontinuitetsekvationen alltid ska vara uppfylld.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om vi använder metoden med virtuella förflyttningar för att beräkna den magnetiska kraften kan både flöde och ström hållas konstanta samtidigt under den tänkta förflyttningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om man håller strömmen konstant blir kraften större än om man håller flödet konstant eftersom batteriet i det fallet levererar energi till systemet för att hålla strömmen konstant.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om vi håller det magnetiska flödet konstant ska vi ha ett minustecken framför derivatan av energin.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Divergensen av den magnetiska vektorpotentialen är given utifrån Maxwells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen från en strömförande tråd har samma riktning som strömmen i tråden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det magnetiska fältet från en strömförande har samma riktning som strömmen i tråden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Uttrycket som vi tar fram i kursen för det magnetiska fältet från en magnetisk dipol gäller på mycket stort avstånd från dipolen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vid beräkning av H-fältet kan Biot-Savarts lag alltid användas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vid beräkning av H-fältet kan Amperes lag alltid användas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

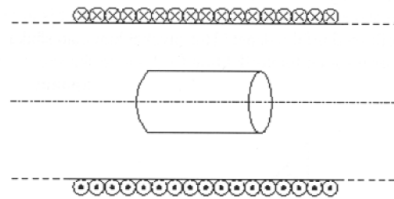
e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Kontinuitetsekvationen för stationär ström följer om man tar divergensen av Amperes lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ gäller alltid, även för tidsvarierande laddningsfördelningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Från $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ kan Kirchoffs strömlag härledas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Från $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ kan Kirchoffs spänningslag härledas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ är en konsekvens av att laddningen är bevarad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömtäthetsfältet har enheten A/m^2 .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3

Problemlösningsdel (8 poäng)

En kort massiv metallcylinder placeras inne i en lång spole som matas med en växelström. Resultatet blir att metallcylindern kommer värmas upp.



- a) Under antagandet att frekvenserna är ”låga” beräkna effektutvecklingen i cylindern. Ange ditt svar som tidsmedelvärde. Förklara och definiera vad som menas med låga frekvenser i sammanhanget och på vilket sätt det förenklar beräkningarna.
- b) Beskriv, utan att räkna, vad som måste ändras i beräkningarna vid högre frekvenser.

Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I elektromagnetismen är E-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är E-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är B-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är B-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för B-fältets tangentialkomponent förändras då man går från statik till tidsvarierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för E-fältets tangentialkomponent förändras då man går från statik till tidsvarierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Den skalära potentialen beskriver elektriska fält som härrör sig från laddningsseparation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den skalära potentialen kan även beskriva elektriska fält som härrör sig från induktion.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Två spolars ömsesidiga induktans beror på hur stor strömmen är i spolarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Två spolars ömsesidiga induktans beror på hur många lindningsvarv som finns i de två spolarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Självinduktansen i en strömslinga beror på antalet lindningsvarv i slingan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det magnetiska flödet genom en slinga kan tecknas i termer av den magnetiska vektorpotentialen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

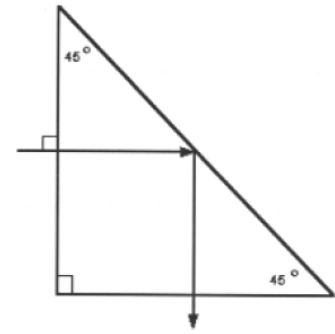
f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Man kan välja divergensen av den magnetiska vektorpotentialen fritt i elektromagnetismen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man väljer ofta divergensen av den magnetiska vektorpotentialen till samma som i statiken för att förenkla Faradays induktionslag uttrycker att ett elektriskt fält kan genereras utan laddningsseparation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lentz lag följer av Faradays lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lentz lag kan användas för att bestämma polariteten hos en inducerad spänning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan inducera spänning i en ledare trots att $-dB/dt$ termen i Faradays lag är noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4

Problemlösningsdel (8 poäng)

En ljusstråle med våglängden 450 nm sänds in mot ett prisma enligt figuren. Strålen totalreflekteras enligt figuren, vinkeln mellan infallande stråle och reflekterad stråle är 90 grader. Prisma har brytningsindex $n=1,6$.



a) Antag att E-fältet är polariserat vinkelrätt mot infallsplanet. Hur mycket kan man sänka brytningsindex i prisma för att totalreflektion ändå ska ske vid de givna vinklarna. (6 poäng)

b) Förändras ditt svar i uppgift a om E-fältet istället är polariserat parallellt med infallsplanet? Motivera ditt svar. (2 poäng)

Förståelsedel (4 poäng)

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Kontinuitetsekvationen kan härledas från Maxwells fyra postulat.

ja ? nej

Utöver Maxwells fyra postulat är kontinuitetsekvationen nödvändig för en fullständig beskrivning av den elektromagnetiska teorin.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att rotationen av H-fältet är den fria strömtheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att B-fältet är konservativt.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att E-fältet är källfritt.

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

Mha Fresnels ekvationer kan vinkeln mellan ytnormal och propagationsriktning beräknas för en plan våg som transmitteras genom en plan gränssyta med olika dielektriska material på respektive sida.

Brewstervinkeln anger den vinkel där ingen effekt transmitteras genom en gränssyta.

Vid beräkning med Fresnells ekvationer måste man ta hänsyn till vågens polarisering.

Totalreflektion är möjlig då vågen går från ett optiskt tätare till ett optiskt tunnare medium.

Funktionen hos en optisk fiber kan förklaras med hjälp av Brewstervinkeln.

Vinkeln vid vilken totalreflektion inträffar härleds från Fresnells ekvationer.

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

En evanescent våg uppfyller vågekvationen.

Totalreflektion ger upphov till evanescenta vågor.

En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då linjärpolariserad.

En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då cirkulärpolariserad.

En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då elliptiskt polariserad.

Brewstervinkeln definieras både för vågor med polarisering parallellt och vinkelrätt mot infallsplanet.

g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

För en god ledare är $\sigma/\omega\epsilon \gg 1$.

I en god ledare är $\alpha \approx \beta$.

Summan av reflektionskoefficienten r och transmissionskoefficienten t för E-fältet är lika med ett,

dvs $r + t = 1$

Summan av reflektionskoefficienten R och transmissionskoefficienten T för effekt är lika med ett,

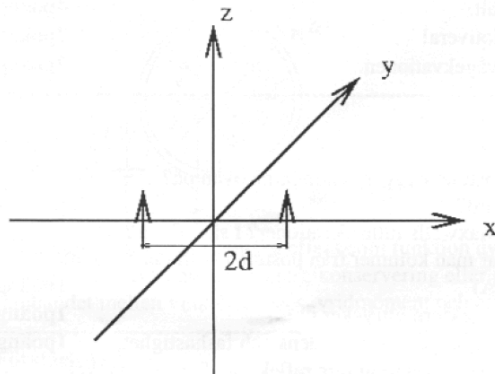
dvs $R + T = 1$

Reflektionskoefficienten för effekt hos E-fältet är lika med reflektionskoefficienten för E-fältet i kvadrat.

Reflektionskoefficienten för effekt hos E-fältet kan vara komplex.

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) Två dipolantennor är orienterade i z-led och placerade symmetriskt utefter x-axeln på var sida om y-axeln, se figur. Båda antennerna drivs med strömmar som ligger i fas med varandra. Bestäm avståndet mellan dipolerna så att intensiteten i vågen längs x-axeln är 50% av intensiteten av vågen längs y-axeln.



Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
$j\omega$ -metoden för fältberäkningar fungerar bara för harmoniskt varierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Tidsderivata i Maxwells ekvationer övergår i $j\omega$ -metoden till multiplikation med (-1).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett komplext uttryck på E-fältet innehåller ett explicit tidsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att konvertera från komplext till reellt fält multiplicerar man med $e^{j\omega t}$ och tar imaginärdelen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Komplexa fält kan användas för att beskriva plana vågor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kontinuitetsekvationen kan uttryckas på komplex form.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Vid snett infall mot en gränssyta skiljer sig uttrycken på reflektionskoefficienten för vinkelrät polarisering jämfört med parallell polarisering mot infallsplanet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells lag kan härledas genom att studera randvillkoren i gränsen mellan olika material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells lag gäller endast i gränssytor där permeabiliteten är samma på båda sidorna, dvs $\mu_1 = \mu_2$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En optisk fiber bygger på totalreflektion.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion sker vid Brewstervinkeln	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion är möjlig då ljusstrålen går från ett optiskt tätare till ett optiskt tunnare medium.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
En Hertzdipol är en hel våglängd lång.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen i antennen är konstant längs en Hertzdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen hos en halv vågsantenn är oberoende av strålningseffekten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen ökar med längden i kvadrat för alla dipolantennor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En halv vågsantenn är ekvivalent med en kvartsvågsantenn över ett ledande plan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen är konstant längs en kvartsvågsantenn.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

(a) In the medium

(1)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad (\rho_v = 0)$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\epsilon \vec{E}) = 0$$

$$\epsilon \vec{\nabla} \cdot \vec{E} + \vec{E} \cdot \nabla \epsilon = 0$$

$$\epsilon \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_r) + \vec{E} \cdot \hat{r} \frac{\partial \epsilon}{\partial r} = 0$$

$$\epsilon \frac{1}{r} \left[E_r + r \frac{\partial E_r}{\partial r} \right] + E_r \frac{\partial \epsilon}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial E_r}{\partial r} = 0 \quad (E \text{ is constant})$$

$$\rightarrow \frac{\epsilon}{r} E_r + E_r \frac{\partial \epsilon}{\partial r} = 0 \rightarrow \epsilon = \frac{K}{r} \quad (K \text{ is a constant})$$

(b) $E_r = \frac{U_0}{b-a}$

$$\vec{P} = \vec{D} - \epsilon_0 \vec{E} = (\epsilon - \epsilon_0) \vec{E}$$

$$\rho_{PV} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r (\epsilon - \epsilon_0) E_r] = -\frac{E_r}{r} \left[(\epsilon - \epsilon_0) + r \frac{\partial \epsilon}{\partial r} \right]$$

$$= -\frac{E_r}{r} \left[\left(\frac{K}{r} - \epsilon_0 \right) + r \cdot \left(-\frac{K}{r^2} \right) \right]$$

$$= \frac{E_r \epsilon_0}{r} = \frac{U_0 \epsilon_0}{(b-a)r}$$

$$\rho_{PS} = \vec{P} \cdot \hat{a}_n \quad \text{where } r = b:$$

$$\rho_{PS} (r=b) = \left(\frac{K}{b} - \epsilon_0 \right) E_r \hat{r} \cdot \hat{r} = \left(\frac{K}{b} - \epsilon_0 \right) \frac{U_0}{b-a}$$

when $r=a$, $\rho_{PS} (r=a) = \left(\frac{K}{a} - \epsilon_0 \right) E_r \hat{r} \cdot (-\hat{r})$
 $= \left(\epsilon_0 - \frac{K}{a} \right) E_r = \left(\epsilon_0 - \frac{K}{a} \right) \frac{U_0}{b-a}$

(2)

$$\frac{\epsilon}{\omega \epsilon} = \frac{4}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \cdot 72} = 200 \gg 1$$

→ goda ledare

$$\left\{ \begin{aligned} Z_2 &\approx e^{j\frac{\pi}{4}} Z_0 \cdot \sqrt{\frac{\omega \epsilon_0}{\delta}} = 3,14 e^{j\pi/4} \Omega \\ \alpha_2 \approx \beta_2 &= \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2}} \approx 8,87 \text{ m}^{-1} \end{aligned} \right.$$

för luften $Z_1 \approx Z_0 = 377 \Omega$ $\alpha_1 = 0$

$$t_{12} = \frac{2 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot e^{j\pi/4}}{377 + 3,14 e^{j\pi/4}} \approx 16,6 \cdot 10^{-3} \cdot e^{j\pi/4}$$

Fältstyrkan precis under havsytan

$$5000 \cdot |t_{12}| = 83 \text{ V/m}$$

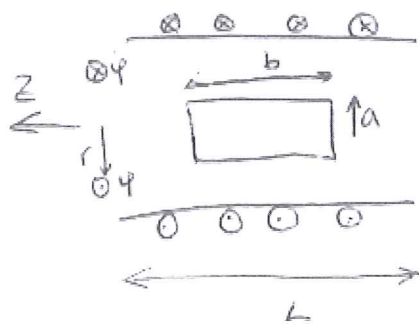
vid propagation genom havet dämpas fältet

som $e^{-\alpha_2 d}$ där d är den propagerade sträckan

Villkoret för kommunikation med ubåt ger då

$$50 \cdot 10^{-6} = 83 e^{-8,87 \cdot d} \rightarrow d = 1,6 \text{ m}$$

3



Fältet från en lång rak spole

$$\vec{B} = \hat{z} \frac{\mu_0 i N}{L}$$

$$i = I_0 \cos \omega t$$

a) Antar att frekvensen är låg vilket gör att vi kan räkna quasistationärt.

Metallcylindern befinner sig i B -fältet vilket gör att en E fält induceras:



Vi beräknar

$$\mathcal{E}_{ind} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = E_\phi \cdot 2\pi r = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d}{dt} \pi r^2 B_z = \pi r^2 \frac{\mu_0 N}{L} I_0 \omega \sin \omega t$$

$$\Rightarrow E_\phi = \frac{r \mu_0 N I_0 \omega \sin \omega t}{2L}$$

Strömstätheten kan vi nu beräkna som $\vec{J}_\phi = \sigma \vec{E}_\phi$

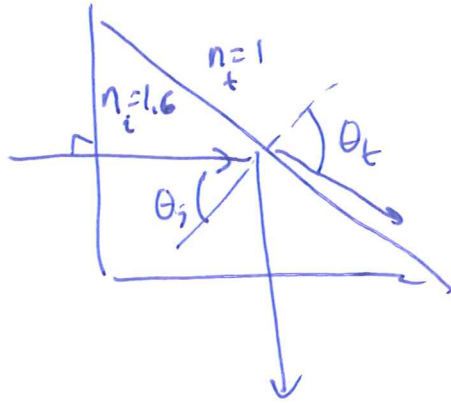
Effektutveckling/volymsenhet: $\vec{J} \cdot \vec{E} = \sigma E_\phi^2$

Tidsmedelvärdet av effektutvecklingen:

$$\begin{aligned} \langle P \rangle &= \frac{1}{2} \int_0^a \sigma \frac{(\mu_0 N I_0 \omega)^2}{(2L)^2} r^2 \cdot 2\pi r dr b = \frac{\sigma \mu_0^2 N^2 I_0^2 \omega^2 \pi b}{4L^2} \int_0^a r^3 dr = \\ &= \frac{\sigma \mu_0^2 N^2 I_0^2 \omega^2 \pi a^4 b}{16L^2} \end{aligned}$$

b) Vid höga frekvenser blir det lite svårare, vi kan fortfarande räkna quasistationärt. Den inducerade strömstätheten ger upp till ett magnetfält vilket måste tas med i beräkningen då vi tidigare uttryckt för $\frac{d\Phi}{dt}$. Detta skulle ge $\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\pi r^2 \mu_0 N}{L} i(t) + \pi r^2 \mu_0 \sigma E_\phi \delta \right)$ Nu får man p.s.s som ovan lösa ut E_ϕ och beräkna strömstätheten \vec{J}_ϕ och därefter effektutvecklingen som nu kan ske ner till inträngningsdjupet δ .

4



$$\theta_i = 45^\circ$$

$$\theta_t = 90^\circ$$

Enligt problembeskrivning
och vid totalreflektion

a) Snells lag ger

$$n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t$$

$$\Rightarrow n_i = n_t \frac{\sin \theta_t}{\sin \theta_i}$$

Kritiska vinkeln kräver därför ett brytningsindex

$$n_i = 1 \cdot \frac{\sin 90^\circ}{\sin 45^\circ} = 1.41$$

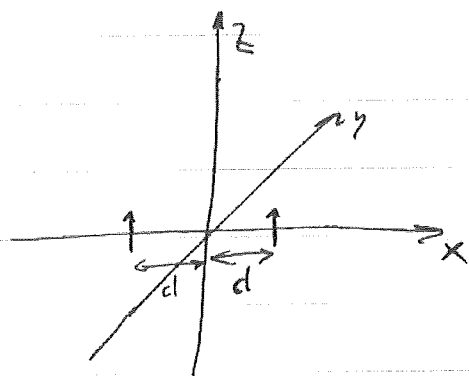
Så brytningsindex kan alltså vara till 1.41
för att totalreflektion skall ske.

b) Snells lag gäller på samma sätt
för parallell- och vinkelrät polarisering.

Det är amplituderna av fälten som påverkas
inte vinklarna.

Frangör av härledningen a Snells lag.

5



Vi använder E och H fälten för en Hertzdipol. Vi förutsätter därmed också att vi tittar på fjärrfälten.

Vi tecknar först fälten längs y -axeln, summerar fälten från 2 dipoler:

$$\vec{E}^y = E_1 + E_2 = j \frac{I dl}{4\pi} z_0 \beta \sin \theta \left(\frac{e^{-j\beta\sqrt{y^2+d^2}}}{\sqrt{y^2+d^2}} + \frac{e^{-j\beta\sqrt{y^2+d^2}}}{\sqrt{y^2+d^2}} \right) \hat{\theta}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} y \gg d \Rightarrow \sqrt{1 + \frac{d^2}{y^2}} \approx 1 + \frac{d^2}{2y^2} \\ \sin \theta = 1 \text{ ty } \theta = 90^\circ \end{array} \right\} \approx j \frac{I dl}{2\pi} z_0 \beta \left(\frac{e^{-j\beta y \left(1 + \frac{d^2}{2y^2}\right)}}{y \left(1 + \frac{d^2}{2y^2}\right)} \right) \hat{\theta}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{stryk högre ordningens} \\ \text{termer av } d \end{array} \right\} \approx j \frac{I dl}{2\pi} z_0 \beta \frac{e^{-j\beta y}}{y} \hat{\theta}$$

$$\text{Analogt fås } H^y = j \frac{I dl}{2\pi} \beta \frac{e^{-j\beta y}}{y} \hat{\psi} \quad (\text{Approximativt om } d \ll y)$$

Fälten längs x -axeln:

$$\vec{E}^x = E_1 + E_2 = j \frac{I dl}{4\pi} z_0 \beta \sin \theta \left(\frac{e^{-j\beta(x-d)}}{x-d} + \frac{e^{-j\beta(x+d)}}{x+d} \right) \hat{\theta} = \left\{ \begin{array}{l} x \gg d \\ \sin \theta = 1 \end{array} \right\}$$

$$= j \frac{I dl}{4\pi} z_0 \beta \frac{e^{-j\beta x}}{x} (e^{+j\beta d} + e^{-j\beta d}) \hat{\theta} = j \frac{I dl}{2\pi} z_0 \beta \frac{e^{-j\beta x}}{x} \cos \beta d \hat{\theta}$$

$$\text{Analogt fås } H^x = j \frac{I dl}{2\pi} \beta \frac{e^{-j\beta x}}{x} \cos \beta d \hat{\psi}$$

Teckna tidsmedelvärdesbildade Poyntingvektorn utefter de båda axlarna

$$P_{av} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{E \times H^*\} = \frac{1}{2} |E_0| |H_0|$$

Längs x-axeln

$$P_{av}^x = \frac{1}{2} |E_0^x| |H_0^x| = \frac{1}{2} \left(\frac{I d l}{2\pi} z_0 \beta \frac{\cos \beta d}{x} \right) \left(\frac{I d l}{2\pi} \beta \frac{\cos \beta d}{x} \right)$$
$$= \frac{1}{2} z_0 \left(\frac{I d l \beta}{2\pi} \frac{\cos \beta d}{x} \right)^2$$

P.s.s för längs x-axeln

$$P_{av}^y = \frac{1}{2} |E_0^y| |H_0^y| = \frac{1}{2} \left(\frac{I d l \beta}{2\pi} \frac{1}{y} \right)^2 z_0$$

Nu söker vi då $P_{av}^x = \frac{1}{2} P_{av}^y$ sätter då $x=y=r$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{I d l \beta}{2\pi} \frac{\cos \beta d}{r} \right)^2 z_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{I d l \beta}{2\pi} \frac{1}{r} \right)^2 z_0$$

$$\Rightarrow \cos^2 \beta d = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \cos \beta d = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \text{Två fall:}$$

$$\cos \beta d = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \beta d = \pm \frac{\pi}{4} + n 2\pi ; n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\left\{ \beta = \frac{2\pi}{\lambda} \right\} \Rightarrow 2d = \pm \left(\frac{1}{4} + 2n \right) \lambda$$

$$\cos \beta d = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \beta d = \pm \frac{3\pi}{4} + n 2\pi \quad \Rightarrow 2d = \pm \left(\frac{3}{4} + 2n \right) \lambda$$

Ned villkoret $d > 0$ för $2d = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \frac{7\lambda}{4}, \dots$ så länge som $d \ll r$, dvs vi befinner oss i fjärrzonen