

## Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2 och TM2.

EEF031 2017-04-11, kl. 14:00-18:00

<b>Tillåtna hjälpmedel:</b>	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
<b>Förfrågningar:</b>	Pegah Takook, tel. 073-687 23 96
<b>Lösningar:</b>	anslås på kursens hemsida
<b>Resultatet:</b>	anslås i LADOK
<b>Granskning:</b>	Sker på plats och tid annonseras på kurshemsidan
<b>Kom ihåg</b>	Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.

---

# OBS!

Resultat från **läsårets** dugga får tillgodoräknas på elektrostatik- (tal 1) respektive magnetostatiktalet (tal 2). Bästa resultatet från duggan eller tentan räknas. Poäng på teoridelen respektive problemlösningsdelen räknas separat. Bonuspoäng från **årets** omgång av webb-frågorna får också tillgodoräknas till tentaresultatet.

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som skall lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras. De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Ja, Vet ej och Nej. Riktigt svar ger +0,2 poäng oriktigt svar ger -0,2p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng och man kan därför få 1poäng även med ett vet ej svar.

## Anonym kod:

(Var vänlig ange den **email-adress** som används för inlämningsuppgifterna bland den dolda personinformationen på omslaget)

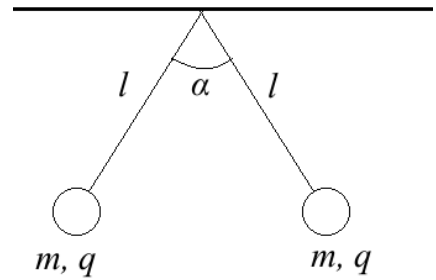
# 1 (Elektrostatik)

## Problemlösningsdel (8 poäng)

Från en gemensam punkt hänger två identiska kulor med massa  $m$  och snörlängd  $l$ . Båda kulorna har tillförts laddningen  $q$  och de repellerar därför varandra.

a) Ge ett uttryck för vinkeln  $\alpha$  mellan de två snörena.

b) Hur stor blir denna vinkel  $\alpha$  om  $m = 1$  kg,  $l = 1$  m och  $q = 3 \mu\text{C}$ ?



## Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat.

För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat.

Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **bland annat** på Gauss lag.

Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **bland annat** på att B-fältet är källfritt.

Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **bland annat** på att E-fältet är källfritt.

Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **bland annat** på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.

ja ? nej

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Lorentzkraften beror endast av E-fältet.

Laddningar i vila som utsätts för ett nollskilt E-fält påverkas alltid av en kraft orsakad av E-fältet.

Laddningar som rör sig *parallellt* med E-fältslinjerna utsätts alltid för en kraft orsakad av E-fältet.

Laddningar som rör sig *vinkelrätt* mot E-fältslinjerna utsätts alltid för en kraft orsakad av E-fältet.

E-fältslinjerna pekar från negativa laddningar till positiva laddningar.

E-fältslinjer kan korsas varandra.

ja ? nej

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Källan till E-fältet är polarisationsladdningarna.

Sambandet  $D = \epsilon E$ , där  $\epsilon$  är en skalär konstant, beskriver alla existerande material med god noggrannhet.

P-fältet är fältet från polarisationsladdningarna i ett material.

Om permeabiliteten för ett dielektriskt material är en konstant skalär oberoende av fältstyrkan

betyder det att materialet är inhomogent, anisotropt och icke-linjärt.

Om permeabiliteten för ett dielektriskt material är beroende av fältstyrkan

betyder det att materialet är ickelinjärt.

Vakuum har den relativa permittiviteten  $\epsilon_r = 0$ .

ja ? nej

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Eftersom divergensen av det elektriska fältet är skilt från noll kan en potential definieras.

Den elektriska potentialen kan definieras som  $E = -\nabla V$ .

Den elektriska potentialen kan definieras som  $E = \nabla V$

En perfekt ledare utgör en ekvipotentialyta.

Randvillkoret för E-fältets tangentialkomponent härleds utifrån divergensen av E-fältet.

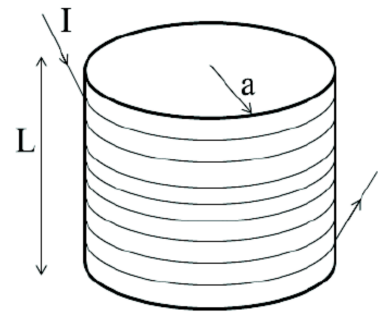
Randvillkoret för E-fältets normalkomponent härleds utifrån att E-fältet är konservativt.

ja ? nej

## 2 (Magnetostatik)

### Problemlösningsdel (8 poäng)

- a) En tät lindad spole med  $N$  lindningsvarv, radie  $a$  och längden  $L=2a$  leder strömmen  $I$ . Beräkna  $B$ -fältet på spolens centrumaxel.



### Förståelsedel (4 poäng)

#### b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bländ annat</b> på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bländ annat</b> på att $B$ -fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bländ annat</b> på att $E$ -fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bländ annat</b> på att rotationen av $B$ -fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

#### c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Lorentzkraften beror både på $B$ - och $E$ -fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laddningar i <i>rörelse</i> som utsätts för ett $B$ -fält <i>kan</i> påverkas av en kraft orsakad av $B$ -fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laddningar i <i>vila</i> som <i>endast</i> utsätts för ett $B$ -fält <i>kan</i> påverkas av en kraft orsakad av $B$ -fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laddningar som rör sig <i>parallellt</i> med $B$ -fältslinjerna utsätts för en kraft orsakad av $B$ -fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laddningar i rörelse som utsätts för ett $E$ -fält påverkas av en kraft orsakad av $E$ -fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I ett koordinatsystem som följer med en laddning som rör sig vinkelrätt mot $B$ -fältslinjerna kommer $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ att bli noll och därmed påverkas inte laddningen av någon kraft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

#### d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Divergensen av den magnetiska vektorpotentialen är given utifrån Maxwells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen från en strömförande tråd har samma riktning som strömmen i tråden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det magnetiska fältet från en strömförande har samma riktning som strömmen i tråden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Uttrycket för det magnetiska fältet från en magnetisk dipol gäller på mycket stort avstånd.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vid beräkning av $B$ -fältet kan Biot-Savarts lag alltid användas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vid beräkning av $B$ -fältet kan Amperes lag alltid användas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

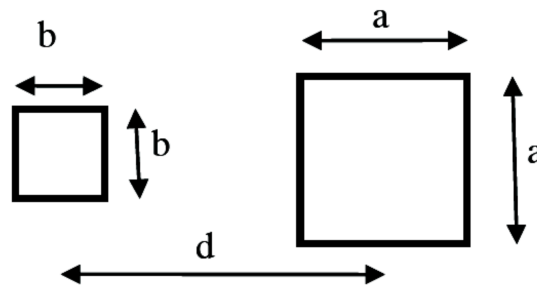
#### e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Magnetiska dipoler används för att modellera magnetiska material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ferromagnetiska material har stora relativa permeabilitetstal.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Diamagnetiska material har små relativa permeabilitetstal.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$B$ -fältet från en magnetisk dipol avtar som $1/R^3$ på stort avstånd från dipolen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$A$ -fältet från en magnetisk dipol avtar som $1/R^3$ på stort avstånd från dipolen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
välja $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ är en konsekvens av att laddningstätheten är konstant i tiden, vilket är fallet i statiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### 3

#### Problemlösningsdel (8 poäng)

Två kvadratiska strömslingor, med sidorna  $a$  resp  $b$  ligger i samma plan. Avståndet  $d$  mellan slingorna centrumpunkter är stort i förhållande till slingornas storlek,  $d \gg a$  och  $d \gg b$ . (Se figuren)



- Beräkna den ömsesidiga induktansen. (4 poäng)
- Beräkna kraften mellan slingorna om strömmarna  $I_a$  respektive  $I_b$  cirkulerar motsols i respektive slinga. (4 poäng)

#### Förståelsedel (4 poäng)

##### c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att B-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

##### d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Amperes lag modifieras när man går från magnetostatik till dynamik (dvs tidsvarierande fält).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Divergensen av B-fältet är noll även för det tidsvarierande fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Gauss lag modifieras när man går från elektrostatik till dynamik (dvs tidsvarierande fält).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Faradays lag modifieras då man går från elektrostatik till dynamik (dvs tidsvarierande fält).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lenz lag säger att en inducerad spänning är sådan att den motverkar förändring i det externt pålagda magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Egeninduktansen förstärker flödesändringar i kretsen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

##### e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Den skalära potentialen beskriver elektriska fält som härrör sig från laddningsseparation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den skalära potentialen kan även beskriva elektriska fält som härrör sig från induktion.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Två spolars ömsesidiga induktans beror på hur stor strömmen är i spolarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Två spolars ömsesidiga induktans beror på hur många lindningsvarv som finns i de två spolarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Självinduktansen i en strömslinga beror på antalet lindningsvarv i slingan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det magnetiska flödet genom en slinga kan tecknas i termer av den magnetiska vektorpotentialen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

##### f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Den retarderade potentialen uppkommer som en lösning till vågekvationen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den retarderade potentialen beskriver hur ljushastigheten avtar med avståndet från källan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågekvationen för vektorpotentialen $\mathbf{A}$ kan härledas från Maxwells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen väljer man oftast $\nabla \cdot \mathbf{A}$ till samma som i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man får välja $\nabla \cdot \mathbf{A}$ som man vill.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen relateras till magnetfältet som $\nabla \cdot \mathbf{B} = \mathbf{A}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

# 4

## Problemlösningsdel (8 poäng)

För en viss våg som färdas i ett medium med permittivitet  $\varepsilon$  och permeabilitet  $\mu$  ges det komplexa  $\mathbf{E}$ -fältet av  $\mathbf{E} = (-6\hat{x} + 3\hat{y}) \cdot e^{-j(2x+4y)}$  V/m.

- a) I vilken riktning utbreder sig vågen? (2 poäng)  
b) Är det en plan våg eller ej? För poäng krävs att svaret motiveras. (2 poäng)  
c) Bestäm vågens  $\mathbf{H}$ -fält. (4 poäng)

## Förståelsedel (4 poäng)

### d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Kontinuitetsekvationen kan härledas från Maxwells fyra postulat.  ja  ?  nej  
Utöver Maxwells fyra postulat är kontinuitetsekvationen nödvändig för en fullständig beskrivning av den elektromagnetiska teorin.  ja  ?  nej  
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att rotationen av  $\mathbf{H}$ -fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.  ja  ?  nej  
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att  $\mathbf{B}$ -fältet är konservativt.  ja  ?  nej  
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att rotationen av  $\mathbf{E}$ -fältet är lika med minus tidsderivatan av  $\mathbf{B}$ -fältet.  ja  ?  nej  
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att  $\mathbf{E}$ -fältet är källfritt.  ja  ?  nej

### e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Fashastigheten i ett medium beror av permeabiliteten i materialet.  ja  ?  nej  
Fashastigheten i ett medium beror av konduktiviteten i materialet.  ja  ?  nej  
Fashastigheten i ett medium beror av permittiviteten i materialet.  ja  ?  nej  
En plan våg har ingen  $\mathbf{E}$ -fältskomponent i utbredningsriktningen.  ja  ?  nej  
En plan våg kännetecknas av att  $\mathbf{B}$ -fälten är riktade vinkelrätt mot utbredningsriktningen.  ja  ?  nej  
För plana vågor har fälten i varje ögonblick konstant belopp i hela planet vinkelrätt mot utbredningsriktningen.  ja  ?  nej

### f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- En evanescent våg uppfyller vågekvationen.  ja  ?  nej  
Totalreflektion ger upphov till evanescenta vågor.  ja  ?  nej  
En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då linjärpolariserad.  ja  ?  nej  
En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då cirkulärpolariserad.  ja  ?  nej  
En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då elliptiskt polariserad.  ja  ?  nej  
Brewstervinkeln definieras både för vågor med polarisering parallellt och vinkelrätt mot infallsplanet.  ja  ?  nej

### g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- För en god ledare är  $\sigma/\omega\varepsilon \gg 1$ .  ja  ?  nej  
I en god ledare är  $\alpha \approx \beta$ .  ja  ?  nej  
Summan av reflektionskoefficienten  $r$  och transmissionskoefficienten  $t$  för  $\mathbf{E}$ -fältet är lika med ett, dvs  $r + t = 1$   ja  ?  nej  
Summan av reflektionskoefficienten  $R$  och transmissionskoefficienten  $T$  för effekt är lika med ett, dvs  $R + T = 1$   ja  ?  nej  
Reflektionskoefficienten för effekt hos  $\mathbf{E}$ -fältet är lika med reflektionskoefficienten för  $\mathbf{E}$ -fältet i kvadrat.  ja  ?  nej  
Reflektionskoefficienten för effekt hos  $\mathbf{E}$ -fältet kan vara komplex.  ja  ?  nej

## Problemlösningsdel (8 poäng)

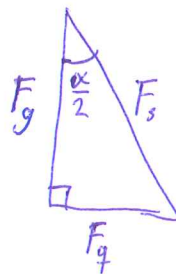
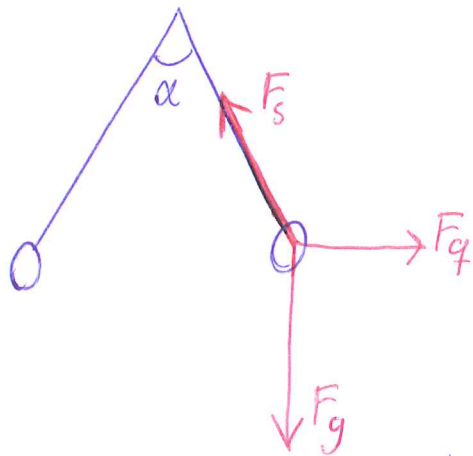
a) En Hertzdipolantenn med  $\mathbf{p}(t) = \hat{z} p_0 \cos \omega t$  befinner sig i luft i punkten  $(0,0,a)$  i kartesiska koordinater. I  $(x,y)$ -planet ligger ett mycket stort, mycket gott ledande plan. Antag att planet befinner sig i strålningszonen till dipolen. Beräkna den inducerade ytströmtätheten som antennen orsakar i metallplanet.

## Förståelsedel (4 poäng)

<b>b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att B-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
Poyntingvektorn på ytan av en lång rak ledare som för en ström är riktad i strömmens riktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn på ytan av en lång rak ledare som för en ström är riktad radiellt in mot ledarens centrum.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ljushastigheten i ett medium bestäms av permeabiliteten och permittiviteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Enheten för Poyntingvektorn är $W/m^2$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn uttrycker en vågs intensitet i en viss riktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om integralen av Poyntingvektorn över en sluten yta i ett förlustfritt medium är positiv finns inga källor innanför ytan	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
Fresnels ekvationer härleds från Snells brytningslag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion sker vid Brewstervinkeln.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vid beräkning med Snells lag måste man ta hänsyn till vågens polarisering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion är möjlig då vågen går från ett optiskt tätare till ett optiskt tunnare medium.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Funktionen hos en optisk fiber kan förklaras med fenomenet totalreflektion.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vinkeln vid vilken totalreflektion inträffar härleds från Fresnells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
En Hertzdipol är en hel våglängd lång.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen i antennen är konstant längs en Hertzdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen hos en halvstågsantenn är oberoende av strålningseffekten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen ökar med längden i kvadrat för alla dipolantenner.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En halvstågsantenn är ekvivalet med en kvartstågsantenn över ett ledande plan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen är konstant längs en kvartstågsantenn.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

1.

Tre krafter verkar på vardera kula vid jämvikt.



Förhållandet mellan  $F_g$  och  $F_q$  ges av

$$F_q = F_g \cdot \tan \frac{\alpha}{2}$$

där

$$F_g = m \cdot g$$

och

$$F_q = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d^2}$$

( $d$  = avståndet mellan kloten)

Vi vet även att

$$d = 2l \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

vilket ger oss

$$\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 (2l)^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = mg \cdot \tan \frac{\alpha}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 l^2 mg} = \frac{\sin^3 \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}}$$

Vi antar att vinkeln är liten, varpå

$$\sin \frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2}, \quad \cos \frac{\alpha}{2} \approx 1$$

Lösningen blir  $\alpha \approx 2 \cdot \left( \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 l^2 mg} \right)^{1/3} = 0,255 = 14,6^\circ$

OBS! Kontroll:  $\sin \frac{0,255}{2} = \sin 0,127 = 0,127$

OK!

2

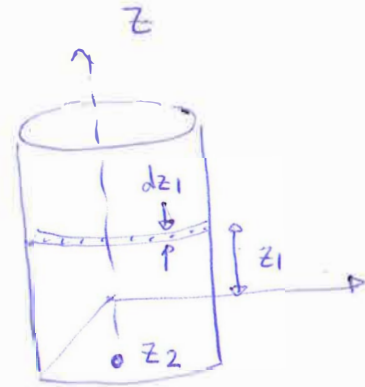
$$J_s = \frac{NI}{L} \rightarrow i = J_s dz_1 = \frac{NI}{L} dz_1$$

$$\rightarrow \vec{B} = \hat{z} \frac{\mu_0 i b^2}{2(z^2 + b^2)^{3/2}}$$



on the axis of a  
current ring

$$\rightarrow d\vec{B} = \hat{z} \frac{\mu_0 \frac{NI}{L} dz_1 a^2}{2((z_1 - z_2)^2 + a^2)^{3/2}}$$



$\vec{B}$  of each ring at a point  $z_2$  on the axis

then

$$\vec{B}(z_2) = \int_{z_1 = -L/2}^{L/2} d\vec{B} = \hat{z} \frac{\mu_0 NI a^2}{2L} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dz_1}{((z_1 - z_2)^2 + a^2)^{3/2}}$$

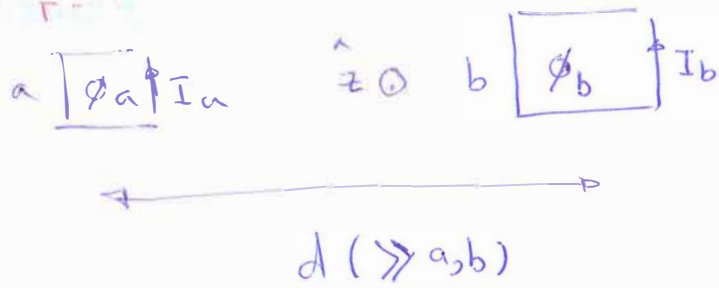
$$= \hat{z} \frac{\mu_0 NI a^2}{2L} \left[ \frac{z_1 - z_2}{a^2 \sqrt{(z_1 - z_2)^2 + a^2}} \right]_{-L/2}^{L/2}$$

$$= \hat{z} \frac{\mu_0 NIL}{2L} \left( \frac{L/2 - z_2}{\sqrt{(L/2 - z_2)^2 + a^2}} - \frac{-L/2 - z_2}{\sqrt{(-L/2 - z_2)^2 + a^2}} \right)$$

$$L = 2a \rightarrow \vec{B} = \hat{z} \frac{\mu_0 NI}{4a} \left( \frac{z_2 + a}{\sqrt{(z_2 + a)^2 + a^2}} - \frac{z_2 - a}{\sqrt{(z_2 - a)^2 + a^2}} \right)$$



3



$$L_{ab} = \frac{\Phi_a}{I_b} = \frac{\Phi_b}{I_a}$$

$$\Phi_b = \int_{S_b} \mathbf{B}_a \cdot d\mathbf{a} \approx B_a \cdot b^2 \hat{z} \quad \text{for } (d \gg a, b)$$

$$m_a = I_a a^2 \rightarrow B_a \approx \frac{-\mu_0 m_a}{4\pi d^3} \hat{z} \rightarrow \Phi_b \approx -\mu_0 I_a \frac{a^2 b^2}{4\pi d^3}$$

$$\rightarrow L_{ab} = L_{ba} \approx \frac{-\mu_0 a^2 b^2}{4\pi d^3}$$

$$\vec{E} = (-6\hat{x} + 3\hat{y}) \cdot e^{-j(2x+4y)} \quad \text{V/m}$$

a) Vågens färdriktning bestäms av exponenten i  $e^{-j\beta\hat{k}\cdot\mathbf{r}}$

$$\text{dvs. } \beta\hat{k}\cdot\mathbf{r} = 2x + 4y$$

$$\text{där } \mathbf{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}.$$

Vi kan då se att

$$\beta\hat{k} = 2\hat{x} + 4\hat{y}$$

vilket blir vår färdriktning. Normerat får vi

$$\beta = \sqrt{2^2 + 4^2}$$

$$= 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \hat{k} = \frac{1}{2\sqrt{5}} (2\hat{x} + 4\hat{y})$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} (\hat{x} + 2\hat{y})$$

b) En plan våg kräver att  $E$ -fältet är riktat ortogonalt mot färdriktningen.

$$(-6\hat{x} + 3\hat{y}) \cdot (2\hat{x} + 4\hat{y}) = -6 \cdot 2 + 3 \cdot 4$$

$$= 0$$

Ja, det är en plan våg.

c) Enklast är att starta från

$$\mathbf{H} = \frac{1}{Z} \hat{k} \times \mathbf{E} = \frac{1}{Z} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 1 & 2 & 0 \\ -6e^{-j\beta\hat{k}\cdot\mathbf{r}} & 3e^{-j\beta\hat{k}\cdot\mathbf{r}} & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{Z} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \hat{z} (-6 \cdot 2 + 1 \cdot 3) e^{-j\beta\hat{k}\cdot\mathbf{r}}$$

$$= -\frac{1}{Z} \cdot \frac{3}{\sqrt{5}} e^{-j(2x+4y)} \hat{z}$$

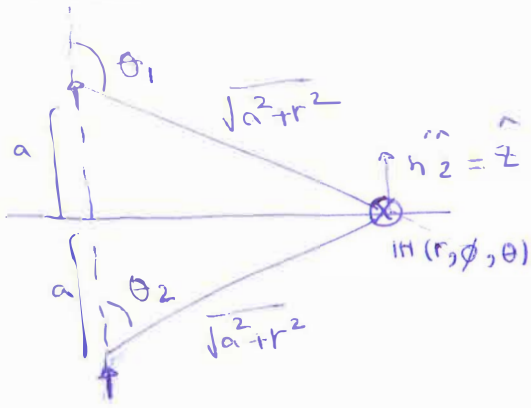
Eftersom  $\gamma = \alpha + j\beta$  vet vi att  $\alpha = 0$   
(Exponenten är rent imaginär). Därför gäller att

$$Z = \sqrt{\frac{M}{E}}$$

och alltså

$$H = -\sqrt{\frac{E}{M}} \cdot \frac{3}{\sqrt{5}} \hat{=} e^{-j(2x+4y)}$$

5



$$\vec{H}(r, \theta, \phi) = \hat{\phi} \cdot 2 \frac{-\omega^2 \vec{p}_0}{4\pi c} \cdot \frac{r}{\sqrt{a^2 + r^2}} e^{-j\omega \sqrt{a^2 + r^2} / c}$$

där  $\vec{p}_0 = \frac{l i_0}{j\omega}$  dipolmoment på komplex form.

$$\vec{J}_s = \hat{n}_2 \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2)$$

$$\vec{H}_2 = 0$$

$$\vec{J}_s = \hat{z} \times \hat{\phi} \frac{-\omega^2 p_0}{2\pi c} \cdot \frac{r}{\sqrt{a^2 + r^2}} e^{-j\omega \sqrt{a^2 + r^2} / c}$$

$$\vec{J}_s = \hat{r} \frac{\omega^2 p_0 r}{2\pi c (a^2 + r^2)} \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c} \sqrt{a^2 + r^2}\right) \text{ A/m}$$