

## Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2 och TM2.

EEF031 2016-01-14 kl. 14:00-18:00

|                             |   |
|-----------------------------|---|
| <b>Tillåtna hjälpmedel:</b> | BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori |
| <b>Förfrågningar:</b>       | Jinlin Liu, tel. 073-58 59 548  |
| <b>Examinator:</b>          | Andreas Fhager, tel. 076-125 70 12  |
| <b>Lösningar:</b>           | anslås på kursens hemsida   |
| <b>Resultatet:</b>          | anslås i LADOK  |
| <b>Granskning:</b>          | Sker på plats och tid annonseras på kurshemsidan  |
| <b>Kom ihåg</b>             | Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.  |

---

# OBS!

Resultat från **läsårets** dugga får tillgodoräknas på elektrostatik- (tal 1) respektive magnetostatiktalet (tal 2). Bästa resultatet från duggan eller tentan räknas. Poäng på teoridelen respektive problemlösningsdelen räknas separat. Bonuspoäng från **årets** omgång av webb-frågorna får också tillgodoräknas till tentaresultatet.

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som skall lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras. De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Ja, Vet ej och Nej. Riktigt svar ger +0,2 poäng oriktigt svar ger -0,2p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng och man kan därför få 1poäng även med ett vet ej svar.

## Anonym kod:

(Var vänlig ange den **email-adress** som används för inlämningsuppgifterna bland den dolda personinformationen på omslaget)

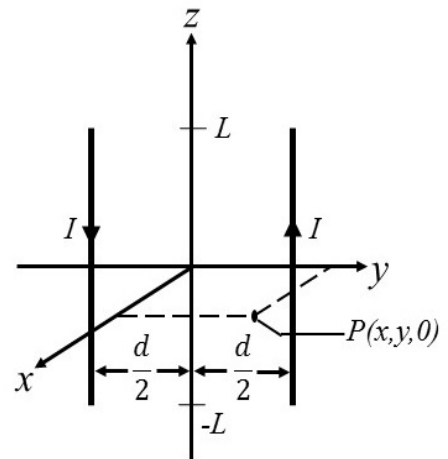


## 2 (Magnetostatik)

### Problemlösningsdel (8 poäng)

Två parallella ledare, båda med längden  $2L$ , ligger skär  $y$  axeln i punkterna  $y=\pm d/2$ , och är parallella med  $z$ -axeln. De leder strömmen  $I$  i motsatta riktningar. Se figuren.

- Beräkna den magnetiska vektorpotentialen  $A$  i punkten  $P(x,y,0)$ .
- Beräkna den magnetiska vektorpotentialen  $A$  i samma punkt om ledarna istället är mycket långa. (Ledning:  $L \rightarrow \infty$ ).
- Beräkna det magnetiska fältet  $B$  utifrån  $A$  i uppgift (a).
- Beräkna det magnetiska fältet  $B$  i uppgift (b) med hjälp av Amperes lag.



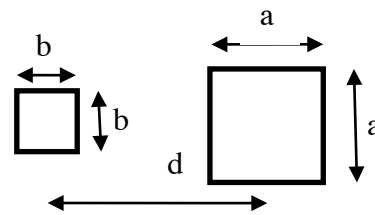
### Förståelsedel (4 poäng)

- e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**
- |  | ja                       | ?                        | nej                      |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på Gauss lag.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på att B-fältet är källfritt.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på att E-fältet är källfritt.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
- f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**
- |  | ja                       | ?                        | nej                      |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Enheten för det magnetiska fältet (B-fältet) är $A/m^2$ .                                      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Det magnetiska fältstyrkan, $B$ , är en skalär storhet.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Det existerar inga magnetiska laddningar.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den magnetiska potentialen är en skalär storhet.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den magnetiska potentialen kan definieras tack vara att rotationen av B-fältet är noll.        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| De magnetostatiska postulaten på punktform och på integralform uttrycker egentligen samma sak. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
- g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**
- |  | ja                       | ?                        | nej                      |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Två långa raka parallella ledare som leder en likström i samma riktning känner av en attraktiv kraft, som orsakas av likströmmen och att det uppstår ett B-fält runt ledarna.        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Två långa raka parallella ledare känner av en attraktiv kraft om bara den ena ledaren leder en likström, som orsakas av likströmmen och att det uppstår ett B-fält runt ledarna.     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Magnetiska krafter kan förstås ur ett resonemang som baseras på att kontinuitetsekvationen alltid ska vara uppfylld.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Om vi använder metoden med virtuella förflyttningar för att beräkna den magnetiska kraften kan både flöde och ström hållas konstanta samtidigt under den tänkta förflyttningen.      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Om man håller strömmen konstant blir kraften större än om man håller flödet konstant eftersom batteriet i det fallet levererar energi till systemet för att hålla strömmen konstant. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Om vi håller det magnetiska flödet konstant ska vi ha ett minustecken framför derivatan av energin.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
- h) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**
- |  | ja                       | ?                        | nej                      |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Randvillkoret för B/H-fältets normalkomponent härleds från postulatet om B-fältets rotation.     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Randvillkoret för B/H-fältets tangentialkomponent härleds från postulatet om B-fältets rotation. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| B-fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material.                  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| B-fältets tangentialkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material.              | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| H-fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material.                  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| H-fältets tangentialkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material.              | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

### 3

#### Problemlösningsdel (8 poäng)

Två kvadratiska strömslingor, med sidorna  $a$  resp  $b$  ligger i samma plan. Avståndet  $d$  mellan slingorna centrumpunkter är stort i förhållande till slingornas storlek,  $d \gg a$  och  $d \gg b$ . (Se figuren)



- Beräkna den ömsesidiga induktansen. (4 poäng)
- Beräkna kraften mellan slingorna om de strömmarna  $I_a$  resp  $I_b$  cirkulerar motsols i respektive slinga. (4 poäng)

#### Förståelsedel (4 poäng)

##### c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

|   | ja                       | ?                        | nej                      |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att B-fältet är konservativt.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.                         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att E-fältet är källfritt.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

##### d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

|  | ja                       | ?                        | nej                      |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Gauss lag modifieras när man går från elektrostatik till elektrodynamik.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Amperes lag modifieras när man går från elektrostatik till elektrodynamik.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Kontinuitetsekvationen innehåller samma nollskilda termer i statiken som i dynamiken.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Man kan använda Lenz lag för att bestämma riktningen på strömmen i en stillastående slinga som befinner sig i ett tidsvarierande magnetfält. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Lenz lag följer av Faradays lag.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Lenz lag säger att en inducerad spänning förstärker förändringen i det pålagda magnetfältet.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

##### e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

|  | ja                       | ?                        | nej                      |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Retarderade potentialer kan användas för att beskriva hur E-fältet från en punktladdning som rör sig breder ut sig i rummet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Retarderade potentialer är en konsekvens av att inget kan färdas snabbare än ljuset.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Retarderade potentialer är lösningar till Poissons ekvation.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den retarderade potentialen har formen $A(t-R/c)$ .  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Det är praktiskt att använda komplex notation då man beskriver retarderade potentialer.                                      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den retarderade potentialen kan endast uttryckas med hjälp av den magnetiska vektorpotentialen, $A$ .                        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

##### f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

|  | ja                       | ?                        | nej                      |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Den retarderade potentialen uppkommer som en lösning till vågekvationen.                   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den retarderade potentialen beskriver hur ljushastigheten avtar med avståndet från källan. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Vågekvationen för vektorpotentialen $A$ kan härledas från Maxwells ekvationer.             | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I elektromagnetismen väljer man oftast $\nabla \cdot A$ till samma som i magnetostatiken.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Man får välja $\nabla \cdot A$ som man vill.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den magnetiska vektorpotentialen relateras till magnetfältet som $\nabla \cdot B = A$      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

## Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En plan våg propagerar i ett material med förluster. H-fältet för den plana vågen beskrivs av uttrycket  $\mathbf{H} = (\hat{y} + j2\hat{z})H_0 e^{-\alpha x} e^{-j\beta x}$ . Antag  $H_0 = 1 \mu\text{A/m}$ ,  $\sigma = 10^{-4} \text{ S/m}$ ,  $\epsilon_r = 9$  och att frekvensen är 1 GHz. Beräkna följande i materialet:

- Motsvarande E-fält.
- Tidsmedelvärdesbildade effekttätheten, dvs tidsmedelvärde av Poyntingvektorn.
- Propagationskonstanten,  $\beta$ .
- Fasvinkeln.
- Våglängden.
- Dämpningskoefficienten,  $\alpha$ .
- Inträngningsdjupet.

## Förståelsedel (4 poäng)

**h) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

|  | ja                       | ?                        | nej                      |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Kontinuitetsekvationen kan härledas från Maxwells fyra postulat.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Utöver Maxwells fyra postulat är kontinuitetsekvationen nödvändig för en fullständig beskrivning av den elektromagnetiska teorin.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Utöver Maxwells fyra postulat är definitionen av elektrisk och magnetisk potential nödvändig för en fullständig beskrivning av den elektromagnetiska teorin.             | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Utöver Maxwells fyra postulat är definitionen av konstitutiva relationer nödvändig för en fullständig beskrivning av den elektromagnetiska teorin.                       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.                          | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**i) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

|   | ja                       | ?                        | nej                      |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| En evanescent våg uppfyller vågekvationen.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Totalreflektion ger upphov till evanescenta vågor.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränsyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då linjärpolariserad.      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränsyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då cirkulärpolariserad.    | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränsyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då elliptiskt polariserad. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Brewstervinkeln definieras både för vågor med polarisering parallellt och vinkelrätt mot infallsplanet.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**dj) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

|   | ja                       | ?                        | nej                      |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Ljushastigheten i ett medium beror av permeabiliteten i materialet.                         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Ljushastigheten i ett medium beror av konduktiviteten i materialet.                         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Ljushastigheten i ett medium beror av permittiviteten i materialet.                         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En plan våg har ingen E-fältskomponent i utbredningsriktningen.                             | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En plan våg kännetecknas av att B-fälten är riktade vinkelrätt mot utbredningsriktningen.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För plana vågor är fälten i varje ögonblick konstanta vinkelrätt mot utbredningsriktningen. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**k) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

|  | ja                       | ?                        | nej                      |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Transmissionskoefficienten för effekt är beloppet i kvadrat av transmissionskoefficienten för fält.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Reflektionskoefficienten för effekt är beloppet i kvadrat av reflektionskoefficienten för fält.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Summan av transmissionskoefficienten och reflektionskoefficienten för effekt i en och samma gränsyta mellan två förlustfria material är ett. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Vid beräkning med Fresnels ekvationer måste man ta hänsyn till vågens polarisering.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Vinkeln vid vilken totalreflektion inträffar härleds från Fresnels ekvationer.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Funktionen hos en optisk fiber kan förklaras av att reflektion i fibern sker vid Brewstervinkeln.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

## Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En Hertzdipol med dipolmomentet  $\mathbf{p} = \hat{z}p_0 \sin(\omega t)$  befinner sig i punkten  $(x,y,z)=(0,0,a)$  över ett stort ledande plan. Det ledande planets yta ges av ekvationen  $z=0$ . Bestäm ytladdningstätheten  $\rho_s$  i metallplanet.

## Förståelsedel (4 poäng)

|   |                          |                          |                          |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <b>b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>  | <b>ja</b>                | <b>?</b>                 | <b>nej</b>               |
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>endast</b> på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>endast</b> på att E-fältet är rotationsfritt.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>endast</b> på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.                                | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>endast</b> på att B-fältet är källfritt.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <b>c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>  | <b>ja</b>                | <b>?</b>                 | <b>nej</b>               |
| En Hertzdipol är <i>mycket kortare</i> än en våglängd.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Strömmen i en Hertzdipol kan i varje ögonblick variera längs antennen.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Strömmen i en Hertzdipol kan vara tidsberoende.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Hertzdipoler kan användas som byggstenar, vars fältbidrag integreras, då man utför beräkningar på andra mer komplexa antenner eller antensystem.                          | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En kvartsvågsantenn är ekvivalent med en halvvågsantenn över ett ledande plan.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Strömmen antas vara noll i änden av en kvartsvågsantenn.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <b>d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>  | <b>ja</b>                | <b>?</b>                 | <b>nej</b>               |
| En halvvågsdipol har ett isotropt strålningsdiagram, dvs den strålar lika mycket effekt i alla riktningar.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En bra sändarantenn bör ha så stor strålningsresistans som möjligt.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Antennen i en GPS mottagare bör ha så liten direktivitet som möjligt.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En parabolantenn som används för att se satellit-TV är ett exempel på en antenn med mycket hög direktivitet.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Man kan använda två halvvågsdipoler monterade bredvid varandra för att öka direktiviteten hos sin antennenordning jämfört med om man bara använder en enda halvvågsdipol. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Uttrycket för fjärr-fältet från en halvvågsdipolantenn som vi sett i kursen är exakt, dvs det krävs inga approximationer för att härleda uttrycket.                       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <b>e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>  | <b>ja</b>                | <b>?</b>                 | <b>nej</b>               |
| En monokromatisk våg innehåller flera frekvenskomponenter.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För en god ledare är $\sigma/\omega\epsilon \gg 1$ .  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I en god ledare är $\alpha \approx \beta$ .   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För en metall är vågimpedansen $Z \approx \sqrt{j\omega\mu/\sigma}$ .   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Inträngningsdjupet är mindre för höga frekvenser än för låga frekvenser.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Normalt gäller för dielektriska material med små förluster att $\alpha \approx \beta$ .   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

① A capacitor consists of two coaxial metal cylinders with inner radius  $r_i = 5\text{mm}$  and  $r_o = 7\text{mm}$ . Between the cylinders is a dielectric material with a relative permittivity  $\epsilon_r(r) = 4 + \frac{8}{r}$ , where  $r$  is measured in millimeters. Calculate the capacitance per unit length of the capacitor.

Utilize Gauss's law.

$$\oint_{\text{D.O.V}} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon}$$

For  $r < r_i$   $Q = 0$   $\vec{E} = 0$

for  $r_i < r < r_o$

$$\vec{E} = E_r \hat{r}$$

$$\frac{Q}{\epsilon_0 \left(4 + \frac{8}{r}\right)} = \int_0^{2\pi} \int_0^l E_r \cdot r \, d\varphi \, dz \, \hat{r}$$

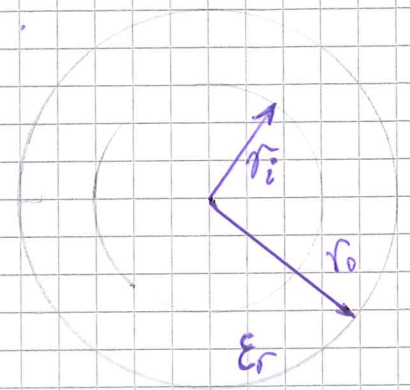
$$\Rightarrow E_r = \frac{Q}{8\pi l \epsilon_0 (r+2)}$$

$$V = - \int_{r_o}^{r_i} E_r \, dl = - \int_{r_o}^{r_i} \frac{Q}{8\pi l \epsilon_0 (r+2)} \hat{r} \cdot \hat{r} \, dr$$

$$= \frac{Q}{8\pi l \epsilon_0} \left[ \ln(r+2) \right]_5^7$$

$$= \frac{Q}{8\pi l \epsilon_0} \ln\left[\frac{9}{7}\right]$$

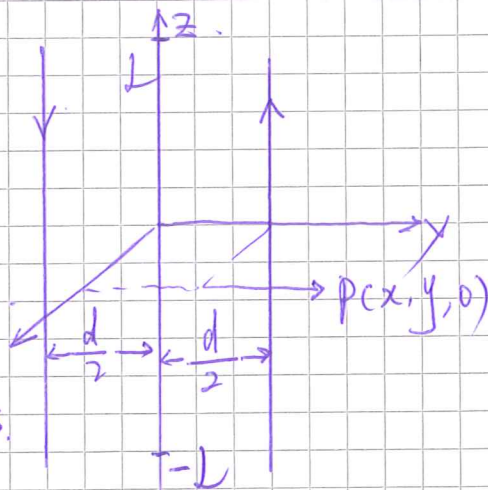
$$\frac{C}{l} = \frac{Q}{V} = \frac{8\pi \epsilon_0}{\ln\left[\frac{9}{7}\right]} = 0.886 \text{ nF/m}$$





## Problem 2.

Two parallel wires each of length is  $2L$ , located at  $y = \pm \frac{d}{2}$ , and carrying equal and opposite currents as shown in Figure.



(a) Find magnetic potential vector  $\vec{A}$  at point  $P(x, y, 0)$ .

$$\text{For one wire: } \vec{A} = \hat{z} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \ln \left( \frac{\sqrt{L^2 + r_2^2} + L}{\sqrt{L^2 + r_2^2} - L} \right)$$

Superposition.

$$\vec{A} = \hat{z} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \ln \left[ \frac{\sqrt{L^2 + r_2^2} + L}{\sqrt{L^2 + r_2^2} - L} \frac{\sqrt{L^2 + r_1^2} - L}{\sqrt{L^2 + r_1^2} + L} \right]$$

$$= \hat{z} \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \left[ \frac{r_1}{r_2} \frac{\sqrt{L^2 + r_2^2} + L}{\sqrt{L^2 + r_1^2} + L} \right]$$

(b) For  $L \rightarrow \infty$ .

$$\vec{A} = \hat{z} \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \left( \frac{r_1}{r_2} \right) = \hat{z} \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \left[ \frac{\sqrt{\left(\frac{d}{2} + y\right)^2 + x^2}}{\sqrt{\left(\frac{d}{2} - y\right)^2 + x^2}} \right]$$

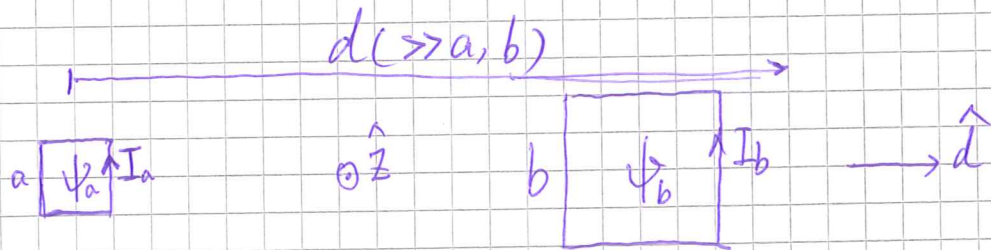
(c)  $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$

$$= \hat{x} \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left[ \frac{\frac{d}{2} + y}{\left(\frac{d}{2} + y\right)^2 + x^2} - \frac{\frac{d}{2} - y}{\left(\frac{d}{2} - y\right)^2 + x^2} \right]$$

$$- \hat{y} \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left[ \frac{x}{\left(\frac{d}{2} + y\right)^2 + x^2} - \frac{x}{\left(\frac{d}{2} - y\right)^2 + x^2} \right]$$



### Problem 3.



$$L_{ab} = \frac{\psi_b}{I_a} = \frac{\psi_a}{I_b}$$

$$\psi_b = \oint_{S_b} \mathbf{B}_a \cdot d\mathbf{s} = B_a \cdot b^2 \hat{z}$$

$$m_a = I_a \cdot a^2$$

$$B_a \approx -\frac{\mu_0 m_a}{4\pi d^3} \hat{z} \Rightarrow \psi_b = -\frac{\mu_0 I_a a^2 b^2}{4\pi d^3}$$

$$L_{ab} = L_{ba} \approx -\frac{\mu_0 a^2 b^2}{4\pi d^3}$$

$$W = L_{aa} I_a^2 + L_{ab} I_a I_b + L_{bb} I_b^2$$

$$F_b = I_a I_b \frac{\partial L_{ab}}{\partial d} = \frac{3\mu_0 a^2 b^2 I_a I_b}{4\pi d^3}$$

# Problem 4.

$$\vec{H} = (\hat{y} + j2\hat{z}) H_0 e^{-2x} e^{-j\beta x}, \quad H_0 = 1 \mu\text{A/m}, \quad \sigma = 10^{-4} \text{ S/m}$$

$$\epsilon_r = 9, \quad f = 10^9 \text{ Hz.}$$

a)  $\vec{E} = \eta H_0 (j2\hat{y} - \hat{z}) e^{-2x} e^{-j\beta x}$

$$\frac{\sigma}{\omega\epsilon} = \frac{10^{-4}}{2\pi \times 10^9 \cdot \frac{9 \times 10^{-9}}{36\pi}} = 2 \times 10^{-4} \ll 1.$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = 125.67 \Omega, \quad \alpha \approx \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon}} = \frac{10^{-4}}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{9\epsilon_0}} = 62.83 \times 10^{-4} \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

b)  $S_{av} = \frac{1}{2} \text{Re} \{ \vec{E} \times \vec{H}^* \}$

$$= \frac{1}{2\eta} |E|^2$$

$$= \frac{\eta}{2} |H_0|^2 e^{-2\alpha x} = \hat{x} 314.167 e^{-2\alpha x}.$$

c)  $\beta \approx \omega \sqrt{\epsilon\mu} = \frac{2\pi \times 10^9 \times 3 \times 10^{-8}}{3} = 2\pi \times 10 = 62.83 \text{ rad/m}$

d)  $\beta = \frac{\omega}{v_p} \Rightarrow v_p = 10^8 \text{ m/s}$

e)  $\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = 0.1 \text{ meters}$

f)  $\alpha = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon}} = 62.83 \times 10^{-4} \text{ N/m}$

g)  $\delta = \frac{1}{\alpha} = 159.1596 \text{ m}$



# Problem 5

$$\vec{E}_\theta = j \frac{I dl}{4\pi} \left( \frac{e^{-j\beta R}}{R} \right) z_0 \beta \sin\theta$$

$$\oint \vec{D} ds = Q \quad D_M = \rho_s$$

$$\rho_s = \vec{D}_M = \epsilon_0 \vec{E}_M = \epsilon_0 \cdot 2 \cdot \sin\theta_2 \vec{E}_\theta$$

$$= \epsilon_0 \cdot 2 \cdot \frac{r}{\sqrt{a^2+r^2}} \cdot j \frac{I dl}{4\pi} z_0 \beta \frac{r}{\sqrt{a^2+r^2}} \cdot \frac{e^{-j\beta\sqrt{a^2+r^2}}}{\sqrt{a^2+r^2}}$$

$$= j \frac{\epsilon_0 I dl}{2\pi} z_0 \beta \frac{r^2 e^{-j\beta\sqrt{a^2+r^2}}}{(\sqrt{a^2+r^2})^3}$$

$$= j \frac{I dl}{2\pi} \frac{\omega}{c^2} \frac{r^2 e^{-j\beta\sqrt{a^2+r^2}}}{(\sqrt{a^2+r^2})^3}$$

$$= j \frac{\rho_0}{2\pi} \frac{\omega^2}{c^2} \frac{r^2 e^{-j\beta\sqrt{a^2+r^2}}}{(a^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} \left[ \frac{C}{m^2} \right]$$

