

Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2 och TM2.

EEF031 2015-04-16 kl. 14:00-18:00

Tillåtna hjälpmedel:	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
Förfrågningar:	Jinlin Liu, tel. 073-58 59 548
Examinator:	Andreas Fhager, tel. 076-125 70 12
Lösningar:	anslås på kursens hemsida
Resultatet:	anslås i LADOK
Granskning:	Sker på plats och tid annonseras på kurshemsidan
Kom ihåg	Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.

OBS!

Resultat från **läsårets** dugga får tillgodoräknas på elektrostatik- (tal 1) respektive magnetostatiktalet (tal 2). Bästa resultatet från duggan eller tentan räknas. Poäng på teoridelen respektive problemlösningsdelen räknas separat. Bonuspoäng från **årets** omgång av webb-frågorna får också tillgodoräknas till tentaresultatet.

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som skall lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras.

De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Ja, Vet ej och Nej.

Riktigt svar ger +0,2 poäng oriktigt svar ger -0,2p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng och man kan därför få 1poäng även med ett vet ej svar.

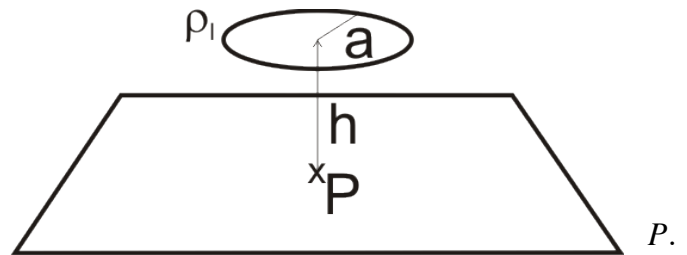
Anonym kod:

(Var vänlig ange den **email-adress** som används för inlämningsuppgifterna bland den dolda personinformationen på omslaget)

1 (Elektrostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En tunn cirkulär ring med radie a är uppladdad med konstant linjeladdningstäthet ρ_l . Ringen ligger horisontellt orienterad på höjden h ovanför ett jordat plan, $z = 0$. Bestäm ytladdningstätheten $\rho_s(P)$ på jordplanet rakt under mittpunkten på ringen, i punkten



Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Enheten för det elektriska fältet är V (Volt).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektriska potentialen är en vektorstorhet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd från en elektrisk dipol avtar E-fältet som $1/R^2$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd från en elektrisk dipol avtar den elektriska potentialen som $1/R^3$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det elektrostatiska fältet i en perfekt ledare är alltid noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Perfekt vakuum har den relativa permittiviteten, dvs $\epsilon_r = 0$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Poissons ekvation kan härledas direkt från kontinuitetsekvationen och definitionen av elektrostatisk potential.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I vissa fall kan vi lösa Poissons ekvation med hjälp av spegling i isolerade ytor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det är möjligt att lösa Poissons ekvation med hjälp av spegling i metallytor som kan tillåtas ha en <i>godtycklig form</i> .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laplaces ekvation är ett specialfall av Poissons ekvation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I härledningen av entydighetssatsen för Poissons ekvation antar man att först att det finns flera lösningar med olika randvillkor...	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
...sedan visar man att lösningen av Poissons ekvation är oberoende av randvillkoren.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

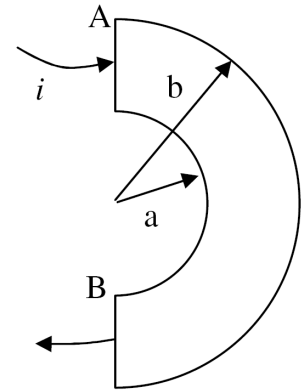
	ja	?	nej
Källan till förskjutningsfältet E är de bundna polarisationsladdningarna och de fria laddningarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sambandet $D = \epsilon E$ mellan E- och D-fältet kan härledas utifrån postulaten för elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Polarisationsfältet P är fältet från bundna laddningar i ett material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om permeabiliteten för ett dielektriskt material är en konstant skalär oberoende av fältstyrkan och konstant i hela materialet, betyder det att materialet är homogent, isotropt och icke-linjärt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om permeabiliteten för ett dielektriskt material är beroende av fältstyrkan betyder det att materialet är inhomogent.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I härledningen av entydighetssatsen för Poissons ekvation antar man att först att det finns flera lösningar som uppfyller lösningen men att de kan ha olika randvillkor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2 (Magnetostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

Ett tunt bleck med utseende enligt figuren har tjockleken $d = 0,2 \text{ mm}$ och ledningsförmågan $\sigma = 10^5 \text{ S/m}$. Vid A respektive B är elektroder anslutna.

- Ställ upp och lös Laplace ekvation för detta bleck. Antag ett spänningsfall U mellan elektroderna och att elektroderna A och B är gjorda av perfekt ledande metall. (3 poäng)
- Beräkna strömmen i som flyter genom blecket. (3 poäng)
- Beräkna resistansen mellan elektrod A och B. (1 poäng)
- Är den beräknade resistansen ett exakt värde eller en övre eller undre uppskattning av den verkliga resistansen? Motivation krävs. (1 poäng)



Förståelsedel (4 poäng)

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Vid härledningen av Biot-Savarts lag kan man utgå från den magnetiska vektorpotentialen och dess allmänna lösning till Poissons ekvation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan teckna Biot-Savarts lag som en volymintegral.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan teckna Biot-Savarts lag för en ytström.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan teckna Biot-Savarts lag för en strömförande tråd	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Biot-Savarts lag kan endast användas för fältberäkning om strömmen beskriver en sluten slinga.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Amperes lag kan alltid användas istället för Biot-Savarts lag vid fältberäkningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Kontinuitetsekvationen för stationär ström följer om man tar divergensen av Amperes lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ om vi har tidsvarierande laddningsfördelningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kirchoffs strömlag kan härledas från $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kirchoffs spänningslag kan härledas från $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ är en konsekvens av att laddningen är bevarad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömtäthetsfältet har enheten A/m^2 .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

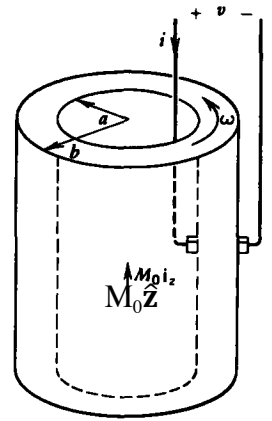
h) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Man kan välja rotationen av den magnetiska vektorpotentialen fritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen är entydigt bestämd utifrån Maxwells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Magnetiska dipolmoment används för att modellera magnetiska materialegenskaper.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Uttrycket för det magnetiska fältet från en magnetisk dipol gäller på mycket stort avstånd.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen från en magnetisk dipol avtar som $1/R^2$ på stort avstånd från dipolen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Fältet från en magnetisk dipol avtar som $1/R^3$ på stort avstånd från dipolen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Problemlösningsdel (8 poäng)

En mycket lång, ihålig cylinder med en permanent magnetisering $\mathbf{M} = M_0 \hat{\mathbf{z}}$ roterar runt sin egen axel med konstant vinkelhastighet ω . Cylinderns innerradie respektive ytterradie är a respektive b och dess ytor kan antas vara perfekt ledande så att släpkontakter kan få mycket bra elektrisk kontakt.

- Ta fram approximativa uttryck på B- och H-fälten i magneten. (4 poäng)
- Antag att kretsen hålls öppen enligt figuren. Hur stor spänning, V , induceras då cylindern roterar. (4 poäng)



Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Om gruppshastigheten är lika med fashastigheten är materialet dispersionsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vakuum är dispersionsfritt, dvs fashastigheten = gruppshastigheten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett medium är dispersivt om β är direkt proportionell mot ω .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen är förhållandet mellan amplituderna hos E- och H-fältet hos en plan våg.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Diamagnetiska material har högre vågimpedans än ferromagnetiska material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ferromagnetiska material har högre vågimpedans än paramagnetiska material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Faradays induktionslag uttrycker att ett elektriskt fält kan genereras utan laddningsseparation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan inducera spänning i en ledare trots att $-\text{dB}/\text{dt}$ termen i Faradays lag är noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E-fältet är konservativt vid induktionsproblem.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$j\omega$ -metoden för fältberäkningar fungerar bra för harmoniskt varierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett komplext uttryck för E-fältet kan innehålla ett tidsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen för vakuum är 733 Ohm.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Den skalära potentialen beskriver elektriska fält som härrör sig från laddningsseparation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den skalära potentialen kan även beskriva elektriska fält som härrör sig från induktion.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Två spolars ömsesidiga induktans beror på hur stor strömmen är i spolarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Två spolars ömsesidiga induktans beror på hur många lindningsvarv som finns i de två spolarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det länkade flödet används då man beräknar självinduktansen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det magnetiska flödet genom en slinga kan tecknas i termer av den magnetiska vektorpotentialen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4

Problemlösningsdel (8 poäng)

A) I en plan, elektromagnetisk våg ges det elektriska fältet av uttrycket

$$E = E_0 \cos \left\{ \omega \left[\frac{a_1 x + a_2 y + a_3 z}{c_0} - t \right] \right\}$$

där E_0 är en konstant och c_0 är ljushastigheten i vakuum. Vilka villkor måste konstanterna a_1 , a_2 och a_3 uppfylla för att uttrycket ovan ska vara konsistent med Maxwells ekvationer?

Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Kontinuitetsekvationen kan härledas från Maxwells fyra postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Utöver Maxwells fyra postulat är kontinuitetsekvationen nödvändig för en fullständig beskrivning av den elektromagnetiska teorin.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Utöver Maxwells fyra postulat är definitionen av elektrisk och magnetisk potential nödvändig för en fullständig beskrivning av den elektromagnetiska teorin.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Utöver Maxwells fyra postulat är definitionen av konstitutiva relationer nödvändig för en fullständig beskrivning av den elektromagnetiska teorin.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
$j\omega$ -metoden för fältberäkningar fungerar bara för harmoniskt varierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Tidsderivata i Maxwells ekvationer övergår i $j\omega$ -metoden till multiplikation med $j\omega$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett komplext uttryck på E-fältet kan inte innehålla ett tidsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att konvertera från komplext till reellt fält multiplicerar man med $e^{j\omega t}$ och tar realdelen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Komplexa fält kan användas för att beskriva plana vågor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vektorfält kan uttryckas på komplex form men inte skalära fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Ljushastigheten i ett medium beror av permeabiliteten i materialet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ljushastigheten i ett medium beror av konduktiviteten i materialet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ljushastigheten i ett medium beror av permittiviteten i materialet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En plan våg har ingen fältkomponent i utbredningsriktningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En plan våg kännetecknas av att fälten varierar vinkelrätt mot utbredningsriktningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För plana vågor är fälten konstanta vinkelrätt mot utbredningsriktningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Poyntings teorem uttrycker energikonservering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan vara tidsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan definieras med komplexa B- och E-fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn har enheten W/m .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan bara definieras för monokromatiska fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan definieras som tidsmedelvärde eller som momentanvärde.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

5

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En antenn strålar med intensitetsfördelningen (given i sfäriska koordinater) $P = P_0 \cos^4(\theta) \sin^2(\phi)$ för $0 \leq \theta \leq \pi/2$ och $0 \leq \phi \leq 2\pi$, dvs i den övre halvrymden. I den undre halvrymden, dvs för $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$ och $0 \leq \phi \leq 2\pi$ utstrålas ingen effekt, dvs $P = 0$. Beräkna antennförstärkning och direktivitet.

Förståelsedel (4 poäng)

- b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**
- | | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger endast på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger endast på att E-fältet är rotationsfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger endast på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger endast på att B-fältet är källfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
- c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**
- | | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| En Hertzdipol är <i>mycket kortare</i> än en våglängd. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Strömmen i en Hertzdipol kan i varje ögonblick variera längs antennen. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Strömmen i en Hertzdipol kan vara tidsberoende. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Hertzdipoler kan användas som byggstenar, vars fältbidrag integreras, då man utför beräkningar på andra mer komplexa antenner eller antensystem. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En kvartsvågsantenn är ekvivalent med en halvågsantenn över ett ledande plan. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Strömmen antas vara noll i änden av en kvartsvågsantenn. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
- d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**
- | | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Den retarderade potentialen kommer från lösning av Poissons ekvation. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den retarderade potentialen beskriver hur ljushastigheten avtar med avståndet från källan. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Vågekvationen för vektorpotentialen \mathbf{A} kan härledas från Maxwells ekvationer. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I elektromagnetismen väljer man oftast $\nabla \cdot \mathbf{A}$ till samma som i magnetostatiken. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Man får välja $\nabla \cdot \mathbf{A}$ som man vill. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den magnetiska vektorpotentialen relateras till magnetfältet som $\nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{A}$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
- e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**
- | | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| För att Snells lag ska gälla måste permittiviteten vara samma på båda sidor om gränssytan. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Snells reflektionslag säger att infallande och reflekterande fält har samma vinkel mot gränssytans ytnormal. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Snells brytningslag säger att infallande och transmitterat fält har samma vinkel mot gränssytans ytnormal. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Snells brytningslag härleds genom att betrakta randvillkoren för normalkomponenterna av E- och H-fälten i gränssytan. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Enligt Snells lag kan reflektionsvinkeln i vissa fall vara skild från infallsvinkeln. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Totalreflektion uppstår då fältet går från ett optiskt tätare till ett optiskt tunnare medium. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

1. Ytladdningen ges av $S_s(P) = \epsilon_0 \hat{z} \cdot E(\theta)$ eftersom fältet i planet kan antas vara noll.

Speglar laddningstätheten i planet. Ringen och dess spegelbild ger lika stort bidrag till fältet i punkten P.

Fältet från ringen blir därmed:

$$\text{Källpt. } R_1 = a\hat{r} + h\hat{z}, \text{ Fält p. } R_2 = \textcircled{0}$$

$$\vec{E}_{\text{ring}}(R_2) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho_e(R_1) \hat{R}_{12}}{R_{12}^2} dl_1 = \frac{\rho_e}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \frac{-a\hat{r} - h\hat{z}}{(a^2 + h^2)^{3/2}} a d\varphi$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{r} \text{ komp.} \\ \text{blir noll} \end{array} \right\} = -\frac{\rho_e h \hat{z}}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\pi a}{(a^2 + h^2)^{3/2}} = -\frac{\rho_e a h}{2\epsilon_0 (a^2 + h^2)^{3/2}} \hat{z}$$

Med spegelladdningen:

$$\vec{E}_{\text{total}}(R_2) = 2 \vec{E}_{\text{ring}}(R_2)$$

Ytladdningstätheten blir alltså

$$S_s(P) = -\frac{\rho_e a h}{(a^2 + h^2)^{3/2}}$$

2. a) På elektroderna är potentialen konstant.
Dvs den varierar inte med radren

I blekhet kan vi därför anta $\frac{\partial V}{\partial r} = 0$ $\frac{\partial V}{\partial z} = 0$

Laplace ekvation blir då

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad V(\phi) = a\phi + b$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Med randvillkor} \\ \phi_1 = -\frac{\pi}{2} \quad V(\phi_1) = -\frac{U}{2} \\ \phi_2 = \frac{\pi}{2} \quad V(\phi_2) = \frac{U}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow V(\phi) = \frac{U}{\pi} \phi$$

b) Strömstätheten $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} = -\sigma \nabla V$
$$= -\hat{\phi} \sigma \frac{\partial V}{r \partial \phi} = -\hat{\phi} \frac{\sigma U}{\pi r}$$

Ström: Integrera \mathbf{J} över tvärsnittet

$$I = \int_s \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} = \left\{ ds = -\hat{\phi} d\phi dr \right\} = \frac{\sigma U}{\pi} d \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\sigma U d}{\pi} \ln \frac{b}{a}$$

c) Resistansen $R = \frac{U}{I} = \frac{\pi}{\sigma d \ln(b/a)}$

d) Lösningen är exakt eftersom vi löst Laplace ekvation exakt
och därmed även har exakt strömfördelning

3

a) Ta först fram gyromagnetiseringsströmmarna

$$\mathbf{J}_{ms} = \mathbf{M} \times \mathbf{a}_n$$

På cylinderns utsida fås $\mathbf{J}_{ms} = M_0 \hat{z} \times \hat{r} = M_0 \hat{\phi}$
 (På insidan $\mathbf{J}_{ms} = M_0 \hat{z} \times -\hat{r} = -M_0 \hat{\phi}$)

\mathbf{B} -fältet i cylindern fås från uttrycket för en lång solenoid

$$\mathbf{B} = \hat{z} \mu_0 M_0$$

(Utöver cylindern och i centrumhålet är $\mathbf{B} = 0$)

I en icke-linjär materialmodell som tar hänsyn till hysteresieffekter fås att $\mathbf{H} = 0$

b) På samma sätt som för Faradays disk genereras en inducerad spänning som

$$\begin{aligned} V &= \int_b^a \mathbf{u} \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \int_b^a (\hat{\phi} r \omega \times \hat{z} \mu_0 M_0) \cdot \hat{r} dr = \\ &= \omega \mu_0 M_0 \int_b^a r dr = \frac{\omega \mu_0 M_0 (a^2 - b^2)}{2} \end{aligned}$$

4

In för vektorerna $a_1 = (a_1, a_2, a_3)$

$$k = \omega a_1 / c$$

Nu kan vi skriva uttrycket på "vänligt" sätt

$$E(r, t) = \operatorname{Re} \left\{ E_0 \exp[i(k \cdot r - \omega t)] \right\}$$

$$\vec{E}(r) \approx E_0 e^{i k \cdot r}$$

Ovanstående uttryck insatt i Gauss lag för vakuum $\nabla \cdot E = 0 \Rightarrow$

$$k \cdot E_0 = 0. \text{ Med } k = \frac{\omega a_1}{c} \text{ måste alltså gälla att}$$

$$a_1 \cdot E_0 = 0 \text{ för att Maxwells ekr. ska vara uppfylld.}$$

$$\text{Uttrycken } \nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \text{ och } \nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon\vec{E} \text{ med}$$

samma ansats (plus motsvarande ansats för H-fältet) ger

$$k \times E_0 = \mu_0 \omega H_0 \text{ respektive } k \times H_0 = -\epsilon_0 \omega E_0$$

$$\text{Kombinera dessa två ekr } \Rightarrow: (k^2 - \epsilon_0 \mu_0 \omega^2) E_0 = 0 \text{ där } k = |k|$$

och motsvarande för H-fältet

$$\text{Alltså måste det gälla att } k^2 - \epsilon_0 \mu_0 \omega^2 = 0$$

$$\text{eller } k^2 = \epsilon_0 \mu_0 \omega^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

$$\text{Med } k = \frac{\omega a_1}{c} \text{ betyder det att } |a_1|^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1$$

Alltså måste det gälla att

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1 \text{ och } a_1 \cdot E_0 = 0$$

5. Utstrålad effekt:

$$P_{\text{utstrålad}} = \iint R^2 \cdot P(R, \phi, \theta) \cdot d\Omega \quad d\Omega = \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

$$= \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\phi=0}^{2\pi} R^2 \cdot P_0 \cos^4\theta \sin^2\phi \sin\theta \, d\theta \, d\phi =$$

$$= R^2 P_0 \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} \cos^4\theta \sin\theta \, d\theta \int_{\phi=0}^{2\pi} \sin^2\phi \, d\phi$$

$u = \cos\theta$
$du = -\sin\theta \, d\theta$
$\theta \mid 0 \mid \frac{\pi}{2}$
$u \mid 1 \mid 0$

$$= R^2 P_0 \int_0^1 u^4 \, du \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos 2\phi}{2} \, d\phi =$$

$$= R^2 P_0 \cdot \left[\frac{u^5}{5} \right]_0^1 \cdot \left(\frac{2\pi}{2} - \int_0^{2\pi} \frac{\cos 2\phi}{2} \, d\phi \right) =$$

$$= \underline{\underline{\frac{\pi R^2}{5} P_0}}$$

Antennförstärkning:

$$G_D(\theta, \phi) = \frac{P(R, \theta, \phi) \cdot 4\pi R^2}{P_{\text{utstrålad}}} = \frac{P_0 \cos^4\theta \sin^2\phi \cdot 4\pi R^2}{\frac{\pi R^2}{5} P_0} =$$

$$= 20 \cos^4\theta \sin^2\phi$$

Direktivitet:

$$D = G_D \text{ max} = 20 \quad \left(\theta = 0, \phi = \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right)$$