

Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2.

EEF031 2014-08-25 kl. 14:00-18:00

Tillåtna hjälpmedel:	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
Förfrågningar:	Andreas Fhager, 076-1257012, 031-772 1723
Lösningar:	anslås på kursens hemsida
Resultatet:	anslås i LADOK
Granskning:	Sker på plats och tid annonseras på kurshemsidan
Kom ihåg	Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.

OBS!

Resultat från **årets** dugga får tillgodoräknas på elektrostatik- (tal 1) respektive magnetostatiktalet (tal 2). Bästa resultatet från duggan eller tentan räknas. Poäng på teoridelen respektive problemlösningsdelen räknas separat. Bonuspoäng från **årets** omgång av webb-frågorna får också tillgodoräknas till tentaresultatet.

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som skall lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras.

De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Ja, Vet ej och Nej.

Riktigt svar ger +0,2 poäng oriktigt svar ger -0,2p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng och man kan därför få 1poäng även med ett vet ej svar.

Anonym kod:

(Var vänlig ange den email-adress som används för inlämningsuppgifterna bland den dolda personinformationen på omslaget)

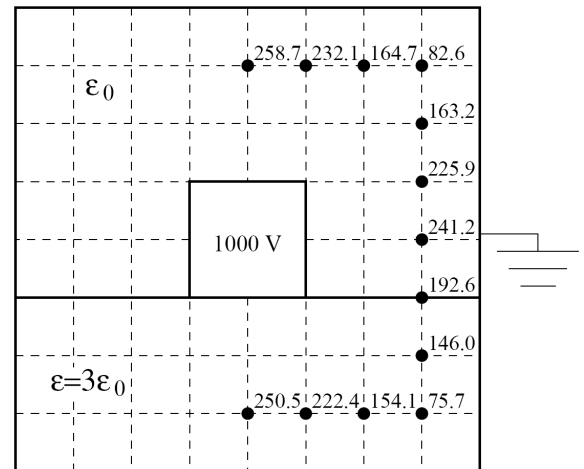
1 (Elektrostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

Figuren visar tvärsnittet av ett långt metallrör med kvadratisk tvärsnitt med längden 8 cm. I mitten av röret vilar en kvadratisk metallstång med sidan 2 cm på ett dielektrikum med den relativa dielektricitetskonstanten $\epsilon_r=3$. Resten av volymen mellan de yttre och inre ledarna är fylld med luft. Man lägger en spänning på 1000 V mellan ledarna och löser sedan Laplaces ekvation i noderna i det kvadratiske rutnätet i figuren. I figuren visas några av de beräknade potentialvärdena.

a) Använd de beräknade potentialvärdena från figuren för att beräkna laddningen på den inre ledaren. Glöm ej att ta hänsyn till de två områdena med olika permittivitet. (6 poäng)

b) Beräkna kapacitansen per längdenhet. (2 poäng)



Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat. ja ? nej
- För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat. ja ? nej
- Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **bland annat** på Gauss lag. ja ? nej
- Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **bland annat** på att B-fältet är källfritt. ja ? nej
- Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **bland annat** på att E-fältet är källfritt. ja ? nej
- Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **bland annat** på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten. ja ? nej

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Enheten för det elektriska fältet är V (Volt). ja ? nej
- Den elektriska potentialen är en vektorstorhet. ja ? nej
- På stort avstånd från en elektrisk dipol avtar E-fältet som $1/R^2$. ja ? nej
- På stort avstånd från en elektrisk dipol avtar potentialen som $1/R^3$. ja ? nej
- Det elektrostatiska fältet i en perfekt ledare är alltid konstant. ja ? nej
- Vakuum har oändligt stor relativ permittivitet, dvs $\epsilon_r = \infty$. ja ? nej

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Källan till förskjutningsfältet D är de bundna polarisationsladdningarna. ja ? nej
- Sambandet $D = \epsilon E$ mellan E- och D-fältet kan härledas utifrån postulaten för elektrostatiken. ja ? nej
- Polarisationsfältet P är fältet från bundna laddningar i ett material. ja ? nej
- Om permeabiliteten för ett dielektriskt material är en konstant skalär oberoende av fältstyrkan betyder det att materialet är homogent, isotropt och linjärt. ja ? nej
- Om permeabiliteten för ett dielektriskt material är beroende av fältstyrkan betyder det att materialet är anisotropt. ja ? nej
- I härledningen av entydighetssatsen för Poissons ekvation antar man att först att det finns flera lösningar som uppfyller lösningen men att de kan ha olika randvillkor. ja ? nej

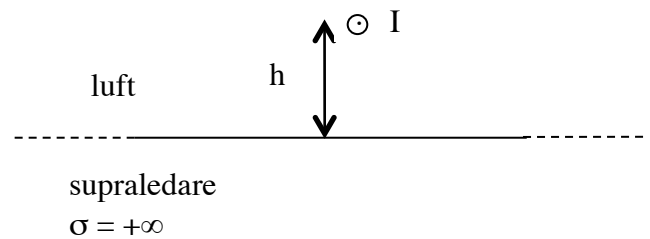
f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- I elektrostatiken är E-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. ja ? nej
- I elektrostatiken är E-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. ja ? nej
- I elektrostatiken är D-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. ja ? nej
- I elektrostatiken är D-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. ja ? nej
- Randvillkoret för E-fältets tangentialkomponent härleds utifrån att E-fältet är konservativt. ja ? nej
- Randvillkoret för E-fältets normalkomponent härleds utifrån att E-fältet är konservativt. ja ? nej

2 (Magnetostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En lång rak strömförande koppartråd svävar i luft ovanför en vidsträckt supraledande plan skiva. Strömstyrkan i koppartråden är konstant och lika med I . Koppartråden har cirkulärt tvärsnitt med radien a . Densiteten för koppar är ρ_{koppar} och tyngdaccelerationen är g . Bestäm höjden h som koppartråden svävar på.



Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Vid härledningen av Biot-Savarts lag kan man utgå från den magnetiska vektorpotentialen och dess allmänna lösning till Poissons ekvation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan teckna Biot-Savarts lag som en volymintegral.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan teckna Biot-Savarts lag för en ytström.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan teckna Biot-Savarts lag för en strömförande tråd	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Biot-Savarts lag kan endast användas för fältberäkning om strömmen beskriver en sluten slinga.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Amperes lag kan alltid användas istället för Biot-Savarts lag vid fältberäkningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

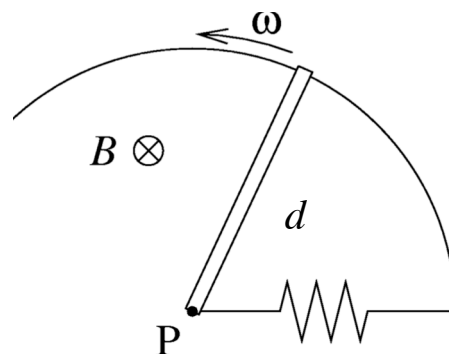
	ja	?	nej
Kontinuitetsekvationen för stationär ström följer om man tar divergensen av Amperes lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ om vi har tidsvarierande laddningsfördelningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Från $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ kan Kirchoffs strömlag härledas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Från $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ kan Kirchoffs spänningslag härledas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ är en konsekvens av att laddningen är bevarad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömtäthetsfältet har enheten A/m^2 .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Man kan välja rotationen av den magnetiska vektorpotentialen fritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen är entydigt bestämd utifrån Maxwells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Magnetiska dipolmoment används för att modellera magnetiska materialegenskaper.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Uttrycket för det magnetiska fältet från en magnetisk dipol gäller på mycket stort avstånd.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen från en magnetisk dipol avtar som $1/R^2$ på stort avstånd från dipolen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Fältet från en magnetisk dipol avtar som $1/R^3$ på stort avstånd från dipolen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En ledande stång med längd d roterar med vinkelfrekvens ω runt en punkt P . Den andra änden glider i kontakt över en fix cirkulär ledare. (Observera att endast en del av den cirkulära ledaren visas i figuren.) Mellan punkt P och den cirkulära ledaren sitter också en resistor, R , enligt bilden. Således formar stången, den cirkulära ledaren och resistorn en sluten slinga. Antag att resistansen hos stången och den cirkulära slingan är försumbar. Stången roterar i ett konstant magnetiskt fält \mathbf{B} som existerar i hela planet och är vinkelrätt mot papperets plan, se figuren. Beräkna storlek och riktning på den inducerade strömmen.



Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Gauss lag modifieras när man går från elektrostatik till elektrodynamik.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Amperes lag modifieras när man går från elektrostatik till elektrodynamik.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kontinuitetsekvationen innehåller samma nollskilda termer i statiken som i dynamiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan använda Lenz lag för att bestämma riktningen på strömmen i en stillastående slinga som befinner sig i ett tidsvarierande magnetfält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lenz lag följer av Faradays lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lenz lag säger att en inducerad spänning förstärker förändringen i det pålagda magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Om gruppshastigheten är lika med fashastigheten är materialet dispersionsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vakuüm är dispersionsfritt, dvs fashastigheten = gruppshastigheten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett medium är dispersivt om β är direkt proportionell mot ω .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen är förhållandet mellan amplituderna hos E- och H-fältet hos en plan våg.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen för vakuüm är 737 ohm.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ferromagnetiska material har högre vågimpedans än paramagnetiska material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Den skalära potentialen beskriver elektriska fält som härrör sig från laddningsseparation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den skalära potentialen kan även beskriva elektriska fält som härrör sig från induktion.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En spoles självinduktans beror på hur stor strömmen är i spolen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det länkade flödet används då man beräknar den ömsesidiga induktansen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det magnetiska flödet genom en slinga kan tecknas i termer av den magnetiska vektorpotentialen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Divergensen av den magnetiska vektorpotentialen kan väljas fritt vid induktionsproblem.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) Figuren visar en optisk fiber och en illustration av hur en optisk stråle propagerar genom fibern. Bestäm minsta möjliga ε_r hos fibern som gör att oavsett infallsvinkeln, θ_i hos en stråle som tränger in i fibern från ena änden, så innesluts strålen helt och hållet inuti fibern med hjälp av totalreflektion ända tills den tränger ut ur fibern i andra änden.



Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Kontinuitetsekvationen kan härledas från Maxwells fyra postulat.

ja ? nej

Utöver Maxwells fyra postulat är kontinuitetsekvationen nödvändig för en fullständig beskrivning av den elektromagnetiska teorin.

Utöver Maxwells fyra postulat är definitionen av elektrisk och magnetisk potential nödvändig för en fullständig beskrivning av den elektromagnetiska teorin.

Utöver Maxwells fyra postulat är definitionen av konstitutiva relationer nödvändig för en fullständig beskrivning av den elektromagnetiska teorin.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.

Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **endast** på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

$j\omega$ -metoden för fältberäkningar fungerar bara för harmoniskt varierande fält.

ja ? nej

Tidsderivata i Maxwells ekvationer övergår i $j\omega$ -metoden till multiplikation med $j\omega$.

Ett komplext uttryck på E-fältet kan inte innehålla ett tidsberoende.

För att konvertera från komplext till reellt fält multiplicerar man med $e^{j\omega t}$ och tar imaginärdelen.

Komplexa fält kan användas för att beskriva plana vågor.

Vektorfält kan uttryckas på komplex form men inte skalära fält.

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Fresnels ekvationer härleds från Snells brytningslag.

ja ? nej

Totalreflektion sker vid Brewstervinkeln.

Vid beräkning med Snells lag måste man ta hänsyn till vågens polarisering.

Totalreflektion är möjlig då vågen går från ett optiskt tätare till ett optiskt tunnare medium.

Funktionen hos en optisk fiber kan förklaras med fenomenet totalreflektion.

Vinkeln vid vilken totalreflektion inträffar härleds från Fresnels ekvationer.

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Poyntings teorem uttrycker energikonservering.

ja ? nej

Poyntingvektorn kan vara tidsberoende.

Poyntingvektorn kan definieras med komplexa B- och E-fält.

Poyntingvektorn har enheten W/m^2 .

Poyntingvektorn kan bara definieras för monokromatiska fält.

Poyntingvektorn kan definieras som tidsmedelvärde eller som momentanvärde.

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En centermatad sprötdipol med längden 2 cm matas på mitten med strömmen $i = 6\cos(5 \cdot 10^8\pi t)$ A. Beräkna utstrålad medeleffekt P_{med} från antennen. Beräkna också Poyntingvektorn S_{med} i strålningszonen.

Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
En kvartsvågsdipol har ett isotropt strålningsdiagram, dvs den strålar lika mycket effekt i alla riktningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En bra sändarantenn bör ha så hög strålningsresistans som möjligt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Antennen i en GPS mottagare bör ha så låg direktivitet som möjligt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En TV-antenn, av den typ som man brukar se på hustak för mottagning av marksänd TV, är ett exempel på en antenn med hög direktivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan använda många halvvågsdipoler monterade bredvid varandra för att öka direktiviteten hos sin antennenordning jämfört med om man bara använder en enda halvvågsdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reciprocitet för en antenn betyder att den har samma egenskaper vid sändning som vid mottagning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
En monokromatisk våg innehåller flera frekvenskomponenter.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en god ledare är $\sigma/\omega\epsilon \gg 1$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I en god ledare är $\alpha \approx \beta$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en god isolator är vågimpedansen $Z \approx \sqrt{j\omega\mu/\sigma}$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För höga frekvenser är inträngningsdjupet mindre än för låga frekvenser.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I komplex notation motsvarar tidsderivata division med $j\omega$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att Snells lag ska gälla måste permeabiliteten vara samma på båda sidor om gränssytan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells reflektionslag säger att infallande och reflekterande fält har samma vinkel mot gränssytans ytnormal.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells brytningslag säger att infallande och transmitterat fält har samma vinkel mot gränssytans ytnormal.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells brytningslag härleds genom att betrakta randvillkoren för normalkomponenterna av E- och H-fälten i gränssytan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells lag används för att beräkna ett värde på Brewstervinkeln.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion uppstår då fältet går från ett optiskt tunnare till ett optiskt tätare medium.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Lösningar till tenta

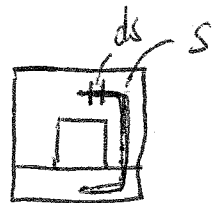
1

Lägg en Gaussyta mellan röret och gridpunkterna med kända potentialer.

Pga symmetri räcker det att göra beräkningarna på halva området, den halva där potentialvärderna är givna.

Discretisera sedan Gauss lag och med E-fältet som numeriskt approximerad med hjälp av givna potentialvärden ϕ_i , $E = -\nabla U \approx \frac{U_i - U_0}{\Delta}$

Vi beräknar linjeladdnings tätheten



$$\frac{Q_{e, innesluten}}{L} = \int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} \approx \sum_i \epsilon_i E_i ds_i =$$

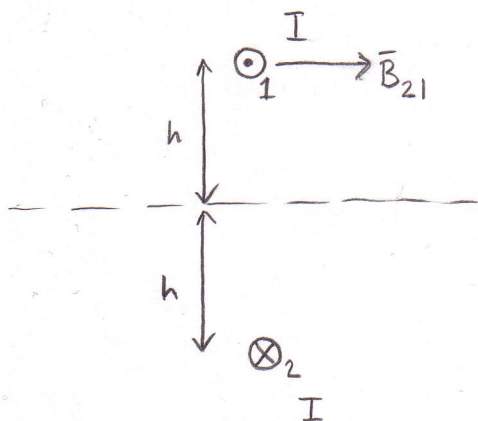
$$= \epsilon_0 \left[\frac{1}{2} 258,7 + 232,1 + 164,7 + 82,6 + 163,2 + 225,9 + 241,2 + \frac{1}{2} \cdot 192,6 \right] + 3\epsilon_0 \left[\frac{1}{2} \cdot 192,6 + 146,0 + 75,7 + 154,1 + 222,4 + \frac{1}{2} 250,5 \right] \Rightarrow$$

$$Q_{e, innesluten} = 6,72 \cdot 10^{-8} \text{ C/m}$$

Kapacitans per längdenhet

$$C_e = \frac{Q_e}{\Delta V} = \frac{6,72 \cdot 10^{-8}}{1000} \text{ F/m} = 67,2 \text{ pF/m}$$

2 Strömmen speglas i det supraledande planet:



Den magnetiska kraften på ledaren kommer riktas uppåt, ty $\vec{F}_m = \vec{I}_1 \times \vec{B}_{21}$. Om tråden svävar måste gravitationskraften och den magnetiska kraften vara i jämvikt.

$$\begin{cases} F_m = B I l = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot 2h} I l \\ F_g = mg = (\pi a^2 l \rho_{\text{koppar}}) g \end{cases}$$

$$F_m = F_g \Rightarrow \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi h} = \pi a^2 l \rho_{\text{koppar}} g$$

$$\Rightarrow h = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi^2 a^2 \rho_{\text{koppar}} g}$$

③

Låt vinkeln θ beteckna vinkeln mellan resistorbrädet och den roterande staven.

Arean hos det inre slutna området blir då $A = \pi D^2 \frac{\theta}{2\pi} = \frac{D^2 \theta}{2}$

Det magnetiska flödet genom ytan blir då $\Phi_B = \frac{1}{2} B D^2 \theta$

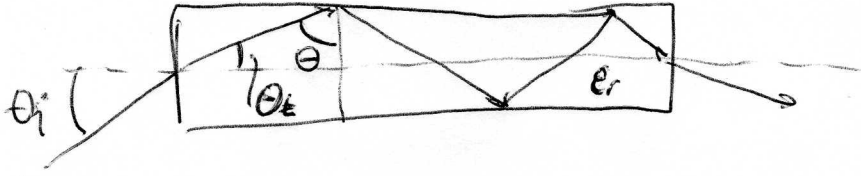
Beloppet hos den inducerade spänningen

$$|\mathcal{E}| = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{1}{2} B D^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} B D^2 \omega$$

$$\text{Inducerad ström: } I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{B D^2 \omega}{2R}$$

Enligt Lenz lag kommer strömen flyta motsols. På detta sätt motverkas flödesändringen då den roterande staven rör sig.

4



Vi kaner att $\theta = 90^\circ - \theta_t \geq \theta_c \quad \forall \theta_i$

Detta ger

$$\cos \theta_t = \sin \theta \geq \sin \theta_c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad \text{eller} \quad \cos^2 \theta_t \geq \frac{1}{\epsilon_r}$$

Men vi kan också uttrycka

$$\cos^2 \theta_t = 1 - \sin^2 \theta_t = \underbrace{\{ \text{Snells lag} \}} = 1 - \frac{1}{\epsilon_r} \sin^2 \theta_i$$

Således kan vi göra följande omskrivning

$$1 - \frac{1}{\epsilon_r} \sin^2 \theta_i \geq \frac{1}{\epsilon_r} \Rightarrow \epsilon_r \geq 1 + \sin^2 \theta_i$$

För att olikheten ska gälla för alla θ_i måste vi alltså ha $\epsilon_r > 2$

$$\text{Svar: } \epsilon_r > 2$$

5

$$i = 6 \cos(5\pi \cdot 10^8 t)$$

$$\omega = 5\pi \cdot 10^8$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{c_0}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,5 \cdot 10^8} = 1,2 \text{ m}$$

$\lambda \gg l \Rightarrow$ använd Hertzdipolens formler
med $l_{\text{eff}} = l/2 = 1 \text{ cm}$

$$R_{\text{rad}} = 80\pi^2 \left(\frac{l_{\text{eff}}}{\lambda}\right)^2 = 80\pi^2 \left(\frac{10^{-2}}{1,2}\right)^2 = 0,055 \Omega$$

$$P_{\text{med}} = R_{\text{rad}} \cdot \bar{I}_{\text{eff}}^2 = 0,055 \cdot \frac{1}{2} 6^2 = \underline{\underline{0,99 \text{ W}}}$$

Poyntingvektorn:

$$\vec{H}_{\text{rad}}(R, \theta, \varphi) = \hat{\varphi} \frac{j\omega l_{\text{eff}} I_0 \sin\theta}{4\pi c R} e^{-j\omega R/c}$$

$$\vec{E}_{\text{rad}}(R, \theta, \varphi) = Z_0 \vec{H}_{\text{rad}} \times \hat{R}$$

$$\begin{aligned} S_{\text{med}} &= \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \vec{E}_{\text{rad}} \times \vec{H}_{\text{rad}}^* \right\} = \frac{1}{2} Z_0 \hat{R} \left| \frac{j\omega l_{\text{eff}} I_0 \sin\theta}{4\pi c R} \right|^2 \\ &= \hat{R} \cdot 0,118 \frac{\sin^2\theta}{R^2} \quad \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \end{aligned}$$