

EEF031

Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2.

Tisdagen den 25 mars 2008 kl. 14:00-18:00.

Tillåtna hjälpmedel: BETA, Physics Handbook, Formelsamling i elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen för elektromagnetisk fältteori.

Förfrågningar: Mikael Persson, Tel. 772 1576, 070-3168161.

Lösningar: Anslås på kursens hemsida efter tentamenstidens slut.

Resultat: Anslås på kursens hemsida senast den 15:e april.

Granskning: Sker på plats och tid enligt resultatlistan.

Betyg: Sänds till betygsexpeditionen senast den 22:e april.

Kom ihåg: Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som lämnas in. Flervalsfrågorna besvaras med att markera en av rutorna på tesen efter varje påstående. En och endast en ruta på varje rad skall markeras.

De tre svarsalternativen (från vänster till höger) är *Rätt*, *Vet ej*, *Fel*. Riktigt svar på ett påstående ger +0.2 poäng. Oriktigt svar ger -0.2 poäng. Vet ej är neutralt och ger 0 poäng.

Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng. Man kan därför få 1 poäng även med ett vet ej svar.

Namn:.....

Email:.....

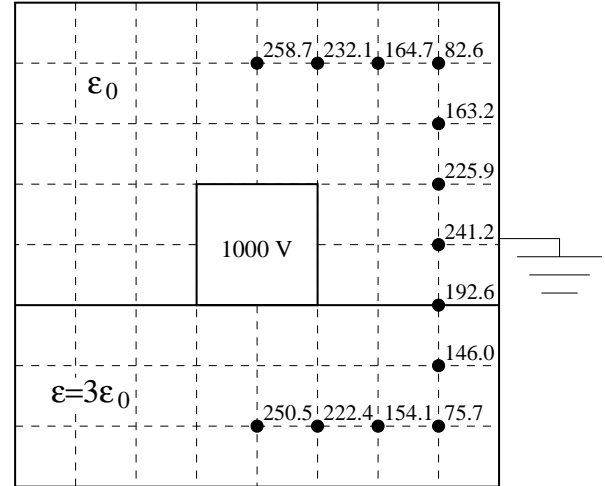
Personnummer:.....

Lycka till!

1

Problemlösningsdel (8 poäng)

Figuren nedan visar tvärsnittet av ett långt metallrör med kvadratisk tvärsnitt med längden 8 cm. I mitten av röret vilar en kvadratisk metallstång med sidan 2 cm på ett dielektrikum med den relativa dielektricitetskonstanten 3. Resten av volymen mellan de yttre och inre ledarna är fylld med luft. Man lägger en spänning på 1000 V mellan ledarna och löser sedan Laplaces ekvation i noderna i det kvadratiske rutnätet i figuren. I figuren visas några av de beräknade potentialvärdena.



A) (6 poäng) Använd de i figuren visade potentialvärdena för att beräkna laddningen på den inre ledaren. Glöm ej att ta hänsyn till de två områdena med olika permittivitet.

B) (2 poäng) Beräkna kapacitansen per längdenhet.

Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift C, D, E och F)

C) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen är riktiga? **Rätt ? Fel**

- Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen beskrivs av ett och endast ett av Maxwells postulat. Rätt ? Fel
- Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen beskrivs av två och endast två av Maxwells postulat. Rätt ? Fel
- Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt. Rätt ? Fel
- Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen baseras på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt. Rätt ? Fel
- Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen baseras på att källan till E-fältet är laddningstätheten/ ϵ_0 och på att E-fältet är konservativt. Rätt ? Fel
- Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen baseras på att rotationen av B-fältet är lika med strömstätheten och på att B-fältet är divergensfritt. Rätt ? Fel

D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

- Gauss lag på differentialform och Gauss lag på integralform uttrycker samma saker. Rätt ? Fel
- På stort avstånd från en ändligt lång linjeladdning avtar fältet som $1/R^2$. Rätt ? Fel
- På litet avstånd från en ändligt lång linjeladdning avtar fältet som $1/R^2$. Rätt ? Fel
- På stort avstånd utanför en sfärisk rymdladdning avtar fältet som $1/R^2$. Rätt ? Fel
- På litet avstånd utanför en sfärisk rymdladdning avtar fältet som $1/R^2$. Rätt ? Fel
- Enheten för det elektriska fältet är V/m^2 , (volt/meter²). Rätt ? Fel

E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

- Källan till det elektrostatiska fältet är laddningar i rörelse. Rätt ? Fel
- Det elektrostatiska fältet är källfritt. Rätt ? Fel
- Eftersom det elektrostatiska fältet är rotationsfritt kan en potential definieras. Rätt ? Fel
- Antagande om approximativ potentialfördelning ger en för låg resistans. Rätt ? Fel
- Antagande om approximativ strömfördelning ger en för hög resistans. Rätt ? Fel
- Man kan inte definiera kapacitans för en enskild ledare. Rätt ? Fel

F) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

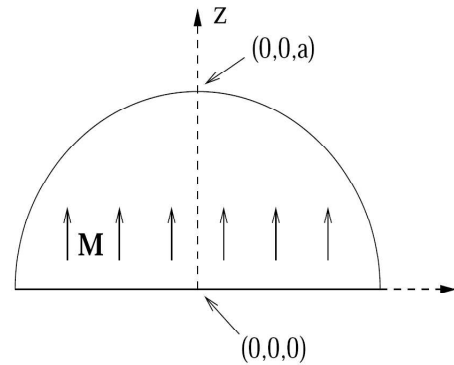
- Fältet utanför en oladdad ihålig metallsfär med en punktladdning i håligheten beror på punktladdningens placering i håligheten. Rätt ? Fel
- Fältet utanför en laddad ihålig metallsfär är samma som det från en ensam punktladdning placerad i platsen för centrum på sfären. Rätt ? Fel
- Den elektriska susceptibiliteten, χ_e , relateras till den relativa permittiviteten, ϵ_r , som $\epsilon_r = 1 - \chi_e$. Rätt ? Fel
- Källan till förskjutningsfältet är laddningstätheten hos de fria laddningarna plus polarisationsladdningarna. Rätt ? Fel
- Dielektriska egenskaper modelleras med dipolmoment. Rätt ? Fel
- Inuti en perfekt ledare är det statiska E-fältet noll. Rätt ? Fel

2

Problemlösningsdel (8 poäng)

En halvsfär av permanentmagnetmaterial har radien a och är placerad i ett koordinatsystem så som figuren visar. Halvsfären är homogent magnetiserad i z-led; $\mathbf{M} = \hat{\mathbf{z}}M_0$.

- A) Beräkna de ekvivalenta magnetiseringsströmtätheterna \mathbf{J}_m och \mathbf{J}_{ms} . (2 poäng)
 B) Beräkna magnetiska flödestätheten i punkten $(0,0,0)$. (3 poäng)
 C) Beräkna magnetiska flödestätheten i punkten $(0,0,a)$. (3 poäng)



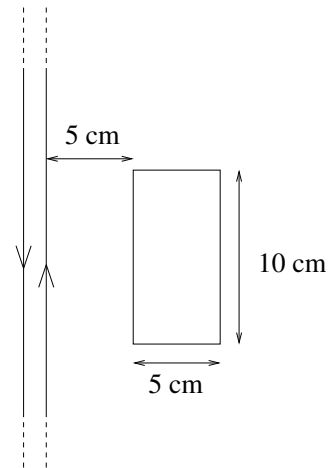
Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift D, E, F och G)

D) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen är riktiga?	Rätt	?	Fel
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen beskrivs av ett och endast ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen beskrivs av två och endast två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen baseras på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen baseras på att källan till E-fältet är laddningstätheten/ ϵ_0 och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen baseras på att rotationen av B-fältet är lika med strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Vid spegling av strömmar kan man i vissa fall spegla i isolerande ytor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vid spegling av positiv punktladdning i ett ledande jordplan är spegelladdningen negativ.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Speglingmetoden kan användas för att lösa Poissons ekvation i godtyckliga geometrier för godtyckliga laddningsfördelningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ även om vi har tidsvarierande laddningsfördelningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Från $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ kan Kirchoffs spänningslag härledas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ är en konsekvens av att laddningen är bevarad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
F) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
En laddad partikel som rör sig i ett tidskonstant magnetfält accelereras.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En laddad partikel som rör sig i ett tidskonstant magnetfält ökar sin hastighet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältet spelar samma roll i magnetostatiken som D-fältet i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Permanentmagneter har ett permanent magnetiseringsfält \mathbf{M} .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lorentzkraften beror bara på det elektriska fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ytintegralen av B-fältet över en sluten yta är alltid noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
G) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Paramagnetiska material har permeabilitetskonstanten $\mu_r \gg 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ferromagnetiska material har permeabilitetskonstanten $\mu_r \ll 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En bra permanentmagnet ska ha en smal hystereskurva.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältets normalkomponent är aldrig kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3

Problemlösningsdel (8 poäng)

A) Vi ska undersöka om en sladd till en dammsugare kan ge störningar på en rektangulär slinga som finns i närheten. Effekten i dammsugaren är 2500 W vid spänningen 230 V (effektiv-värde). Avstånd mellan till- och frånledare är 0.5 cm och ledningsradien är 1 mm. Beräkna den inducerade spänningen i en rektangulär slinga som är placerad 5 cm från sladden.



Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift B, C, D och E)

B) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i uppgift A är riktiga?	Rätt	?	Fel
Att Gauss lag gäller kan endast visas experimentellt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan rent matematiskt bevisa att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen beskrivs bl.a. av Faradays lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen beskrivs bl.a. av Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen beskrivs bl.a. av att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen beskrivs bl.a. av att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Begreppet retarderade potentialer härrör sig från att inget kan färdas snabbare än ljuset.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältet är källfritt även i elektromagnetismen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Faradays lag är en av Maxwells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Biot-Savarts lag är en av Maxwells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Förskjutningsströmmen är lika med tidsderivatan av D-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E-fältet är rotationsfritt i induktionsproblem.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Enligt Lenz lag förstärker inducerade strömmar det ursprungliga magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En spoles självinduktans beror på strömmen i spolen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
De konstitutiva ekvationerna beskriver materialegenskaper.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Induktion är en mekanism där tex en krets försöker förstärka flödesändringar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om man pratar om en spoles induktans menar man dess självinduktans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om man pratar om en spoles induktans menar man dess ömsesidiga induktans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
$j\omega$ -metoden för fältberäkningar fungerar bara för harmoniskt varierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Tidsderivata i Maxwells ekvationer övergår i $j\omega$ -metoden till division med $j\omega$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Tidsderivata i Maxwells ekv. övergår i $j\omega$ -metoden till multiplikation med $j\omega$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett komplext uttryck på E-fältet kan ej innehålla ett tidsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen för vakuum är 377 ohm.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ferromagnetiska material har lägre vågimpedans än andra material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Problemlösningsdel (8 poäng)

A) I en plan, elektromagnetisk våg ges det elektriska fältet av uttrycket

$$E = E_0 \cos \left\{ \omega \left[\frac{a_1 x + a_2 y + a_3 z}{c_0} - t \right] \right\}$$

där E_0 är en konstant och c_0 är ljushastigheten i vakuum. Vilka villkor måste konstanterna a_1 , a_2 och a_3 uppfylla för att uttrycket ovan ska vara konsistent med Maxwells ekvationer?

Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift **B**, **C**, **D** och **E**)

B) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i uppgift A är riktiga?	Rätt	?	Fel
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen beskrivs av två och endast två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen beskrivs av fyra postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen beskrivs bl.a. av Faradays lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen beskrivs bl.a. av Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen beskrivs bl.a. av att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen beskrivs bl.a. av att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Randvillkoret för E-fältets tangentialkomponent förändras då man går från elektrostatik till elektromagnetism.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för B-fältets normalkomponent förändras då man går från elektrostatik till elektromagnetism.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för H-fältets tangentialkomponent förändras då man går från elektrostatik till elektromagnetism.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för D-fältets normalkomponent förändras då man går från elektrostatik till elektromagnetism.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen ger upphov till E-fält som härrör sig från tidsvarierande strömmar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den skalära potentialen ger upphov till E-fält som orsakas av laddningsseparation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Snells lag gäller endast i gränssytor där permeabiliteten är samma på båda sidorna, dvs $\mu_1 = \mu_2$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells reflektionslag säger att infallsvinkeln är samma som reflektionsvinkeln.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn på ytan av en lång rak ledare som för en ström är riktad i strömmens riktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn på ytan av en lång rak ledare som för en ström är riktad radiellt in mot ledarens centrum.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ljushastigheten i ett medium bestäms av permeabiliteten och konduktiviteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För plana vågor är fälten konstanta vinkelrätt mot utbredningsriktningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
En Hertzdipol är en halv våglängd lång.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen i antennen varierar längs med en Hertzdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen hos en halvvågsantenn är oberoende av strålningseffekten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen ökar med längden i kvadrat för alla dipolantenn.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En halvvågsantenn är ekvivalent med en kvartsvågsantenn över ett ledande plan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen är konstant längs en kvartsvågsantenn.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

5

Problemlösningsdel (8 poäng)

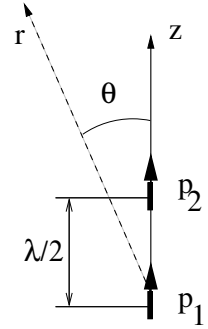
Två elektriska elementardipoler,

$$\mathbf{p}_1 = p_0 \cos(\omega t) \hat{\mathbf{z}}, \quad \mathbf{p}_2 = p_0 \cos(\omega t + \alpha) \hat{\mathbf{z}},$$

ligger utefter z-axeln i punkterna $z = 0$ respektive $z = \lambda/2$ ($\lambda =$ våglängden). Ledning: Skillnaden i avståndet mellan källpunkt och fältpunkt från de två dipolantennerna påverkar fasen men inte amplituden.

A) (6 poäng) Bestäm α så att fältbidragen i fjärrzonen från bägge dipolerna ligger i fas i riktningen $\theta = \pi/3$ (60°). 6 poäng

B) (2 poäng) Med ovan bestämda α , bestäm också de riktningar θ där fjärrzonsfältet är noll.



Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift C, D, E och F)

C) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i uppgift A är riktiga?	Rätt	?	Fel
Maxwells fyra elektromagnetiska postulat är ett exempel på en mikroskopisk teori.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Utan förskjutningsström-termen är de fyra Maxwells ekvationerna inte konsistenta med kontinuitets-ekvationen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen beskrivs bl.a. av Faradays lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen beskrivs bl.a. av Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen beskrivs bl.a. av att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen beskrivs bl.a. av att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Poyntingvektorn uttrycker en vågs energi i en viss riktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn uttrycker en vågs intensitet och i vågens utbredningsriktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntings teorem uttrycker energikonservering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En vågs energi färdas med gruppshastigheten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reflektionskoefficienten för effekt vid vinkelrätt infall är det samma som kvadraten på reflektionskoefficienten för amplituden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Transmissionskoefficienten för effekt vid vinkelrätt infall är det samma som kvadraten på transmissionskoefficienten för amplituden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
En monokromatisk våg innehåller endast en frekvenskomponent.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En cirkulär polariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir elliptiskt polariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir cirkulärpolariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir linjärpolariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion ger upphov till evanescenta vågor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En evanescent våg uppfyller vågekvationen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
F) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Fresnels ekvationer härleds från Snells brytningslag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I Snells lag måste man ta hänsyn till vågens polarisering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells lag kan härledas om man antar att ljuset alltid går snabbaste vägen mellan två punkter.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En optisk fiber bygger på totalreflektion.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion sker vid Brewstervinkeln.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion är möjlig då ljusstrålen försöker gå från ett optiskt tunnare till ett optiskt tätare material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Lösningar till tenta 080325

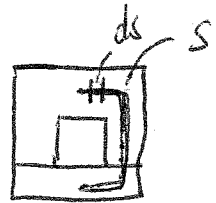
1

Lägg en Gaussyta mellan röret och gridpunkterna med kända potentialer.

Pga symmetrin räcker det att göra beräkningarna på halva området, den halva där potentialvärderna är givna.

Discretisera sedan Gauss lag och med E-fältet som numeriskt approximerad med hjälp av givna potentialvärden U_i , $E = -\nabla U \approx \frac{U_i - U_0}{\Delta}$

Vi beräknar linjeladdnings tätheten



$$\frac{Q_{e, innesluten}}{L} = \int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} \approx \sum_S \epsilon_i E_i ds_i =$$

$$= \epsilon_0 \left[\frac{1}{2} 258,7 + 232,1 + 164,7 + 82,6 + 163,2 + 225,9 + 241,2 + \frac{1}{2} \cdot 192,6 \right] + 3\epsilon_0 \left[\frac{1}{2} \cdot 192,6 + 146,0 + 75,7 + 154,1 + 222,4 + \frac{1}{2} 250,5 \right] \Rightarrow$$

$$Q_{e, innesluten} = 6,72 \cdot 10^{-8} \text{ C/m}$$

Kapacitans per längdenhet

$$C_e = \frac{Q_e}{\Delta V} = \frac{6,72 \cdot 10^{-8}}{1000} \text{ F/m} = 67,2 \text{ pF/m}$$

②

$$a) \quad \underline{\underline{\mathbf{J}_m}} = \nabla \times \mathbf{M} = \nabla \times (M_0 \hat{\mathbf{z}}) = \underline{\underline{\mathbf{0}}}$$

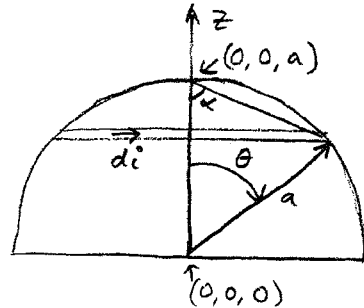
$$\underline{\underline{\mathbf{J}_{ms}}} = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}} = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{R}} = \hat{\mathbf{z}} M_0 \times \hat{\mathbf{R}} = \underline{\underline{\hat{\phi} M_0 \sin \theta}}$$

b) Dela in \mathbf{J}_{ms} i cirkulära strömmar,
 $d\mathbf{i} = M_0 \sin \theta \cdot a d\theta$.

Formeln för \mathbf{B} på axeln till en
 cirkulär strömbana ger

$$d\mathbf{B}(0,0,0) = \frac{\mu_0 d\mathbf{i}}{2 \cdot a \sin \theta} \sin^3 \theta \hat{\mathbf{z}}$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\mathbf{B}(0,0,0)}} &= \frac{\mu_0}{2a} \hat{\mathbf{z}} \int_0^{\pi/2} M_0 \sin \theta a d\theta \sin^2 \theta = \\ &= \frac{\mu_0}{2} M_0 \hat{\mathbf{z}} \int_0^{\pi/2} \sin^3 \theta d\theta = \underline{\underline{\hat{\mathbf{z}} \frac{\mu_0 M_0}{3}}} \end{aligned}$$



$$c) \quad d\mathbf{B}(0,0,a) = \frac{\mu_0 d\mathbf{i}}{2 \cdot a \sin \theta} \sin^3 \alpha = \frac{\mu_0 M_0 \hat{\mathbf{z}}}{2} d\theta \sin^3 \left(\frac{\pi - \theta}{2} \right)$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\mathbf{B}(0,0,a)}} &= \hat{\mathbf{z}} \frac{\mu_0 M_0}{2} \int_0^{\pi/2} \cos^3(\theta/2) d\theta = \\ &= \hat{\mathbf{z}} \mu_0 M_0 \int_0^{\pi/4} \cos^3 \beta d\beta = \underline{\underline{\hat{\mathbf{z}} \frac{\mu_0 M_0}{6\sqrt{2}}}} \end{aligned}$$

3

Fältet runt en ensam ledare: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

Flödestätheten från de båda ledarna fås då, om vi räknar r från den högra ledaren, som:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} - \frac{\mu_0 I}{2\pi (r+0,005)} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+0,005} \right)$$

Beräknar flödet genom slingan, tecknar därför $d\Phi$:

$$d\Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+0,005} \right) \cdot 0,1 \cdot dr \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{\mu_0 I \cdot 0,1}{2\pi} \int_{0,05}^{0,1} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+0,005} \right) dr = \frac{\mu_0 I \cdot 0,1}{2\pi} \left[\ln r - \ln(r+0,005) \right]_{0,05}^{0,1} \\ &= \frac{\mu_0 I \cdot 0,1}{2\pi} \left[\ln \frac{0,1}{0,1+0,005} - \ln \frac{0,05}{0,05+0,005} \right] = 930,4 \cdot 10^{-12} I \end{aligned}$$

För att beräkna toppvärdet på strömmen \hat{i} använder vi sambandet mellan effekten, spänning och ström:

$$P = \frac{\hat{u} \hat{i}}{2} \Rightarrow \hat{i} = \frac{2P}{\hat{u}} = \frac{2 \cdot 2500}{230 \cdot \sqrt{2}} = 15,37 \text{ A}$$

Då kan vi teckna strömmen som, om vi förutsätter 50 Hz:

$$I = 15,37 \cos(2\pi 50 \cdot t)$$

$$\text{Inducerad spänning: } u = -\frac{d\Phi}{dt} = -930,4 \cdot 10^{-12} \frac{dI}{dt} =$$

$$= 930,4 \cdot 10^{-12} \cdot 15,37 \cdot 2\pi 50 \sin(2\pi 50 t)$$

$$\approx 4,5 \sin(2\pi 50 \cdot t) \mu\text{V}$$

4

In för vektorerna $a_1 = (a_1, a_2, a_3)$

$$k = \omega a_1 / c$$

Nu kan vi skriva uttrycket på "vänligt" sätt

$$E(r, t) = \operatorname{Re} \left\{ E_0 \exp[i(k \cdot r - \omega t)] \right\}$$

$$\vec{E}(r) \approx E_0 e^{i k \cdot r}$$

Ovanstående uttryck insatt i Gauss lag för vakuum $\nabla \cdot E = 0 \Rightarrow$

$$k \cdot E_0 = 0. \text{ Med } k = \frac{\omega a_1}{c} \text{ måste alltså gälla att}$$

$$a_1 \cdot E_0 = 0 \text{ för att Maxwells ekr. ska vara uppfylld.}$$

Uttrycken $\nabla \times \vec{E} = -j\omega \mu_0 \vec{H}$ och $\nabla \times \vec{H} = j\omega \epsilon_0 \vec{E}$ med

samma ansats (plus motsvarande ansats för H-fältet) ger

$$k \times E_0 = \mu_0 \omega H_0 \text{ respektive } k \times H_0 = -\epsilon_0 \omega E_0$$

$$\text{Kombinera dessa två ekr } \Rightarrow: (k^2 - \epsilon_0 \mu_0 \omega^2) E_0 = 0 \text{ där } k = |k|$$

och motsvarande för H-fältet

$$\text{Alltså måste det gälla att } k^2 - \epsilon_0 \mu_0 \omega^2 = 0$$

$$\text{eller } k^2 = \epsilon_0 \mu_0 \omega^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

$$\text{Med } k = \frac{\omega a_1}{c} \text{ betyder det att } |a_1|^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1$$

Alltså måste det gälla att

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1 \text{ och } a_1 \cdot E_0 = 0$$

5

a) Avståndet från dipolerna till fjärrzonpunkten blir
 $r_1 = r$ $r_2 = r - \frac{\lambda}{2} \cos \theta$

Summerar fältbidragen från dipolerna för att få det totala fältet:

$$\bar{E}(r, \theta) = \hat{\theta} Z_0 \frac{j\omega \hat{I}_0 \sin \theta}{4\pi c R} e^{-j\omega R/c}$$

$$\text{och } \bar{P} = \frac{\hat{z} \hat{I}_0}{j\omega}$$

Skriver nu om som

$$\bar{E}(r, \theta) = \hat{\theta} \frac{-\mu_0 P_0 \omega^2}{4\pi} \frac{\sin \theta}{R} e^{-j\omega R/c}$$

Skriver P_1 och P_2 P_0 komplex form

$$P_1 = P_0 \hat{z} \quad P_2 = P_0 e^{j\alpha} \hat{z}$$

Summerar:

$$\bar{E}(r, \theta) = \hat{\theta} \frac{-\mu_0 P_0 \omega^2}{4\pi} \frac{\sin \theta}{R} \left(e^{-j\omega r_1/c} + e^{j\alpha} e^{-j\omega r_2/c} \right)$$

$$= \hat{\theta} \frac{-\mu_0 P_0 \omega^2}{4\pi} \frac{\sin \theta}{R} \left(e^{-j\omega r_1/c} + e^{-j(\omega r_2/c - \alpha)} \right)$$

$$= \hat{\theta} \frac{-\mu_0 P_0 \omega^2}{4\pi} \frac{\sin \theta}{R} \left(e^{-j\omega r/c} + e^{-j(\omega r/c - \omega \lambda / 2c \cos \theta - \alpha)} \right)$$

$$\left\{ \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \right\} = \hat{\theta} \frac{-\mu_0 P_0 \omega^2}{4\pi} \frac{\sin \theta}{R} \left(e^{-j\omega r/c} + e^{-j(\omega r/c - \pi \cos \theta - \alpha)} \right)$$

För att dipolerna ska ha samma fasläge måste gälla
att $-\alpha - \pi \cos \theta = n \cdot 2\pi$ ($n = \text{heltal}$)

$$\text{För } \theta = \frac{\pi}{3} \quad \text{för } \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow -\alpha - \frac{\pi}{2} = n \cdot 2\pi \quad \Rightarrow \alpha = -\frac{\pi}{2} + n \cdot 2\pi$$

b)

Nollriktningarna är sådana att

$$\sin \theta \operatorname{Re} \left\{ \left(e^{-j \frac{\omega r}{c}} + e^{-j \left(\frac{\omega r}{c} - \pi \cos \theta - \alpha \right)} \right) e^{j \omega t} \right\} = 0$$

$$\sin \theta \left\{ \cos \left(\omega t - \frac{\omega r}{c} \right) + \cos \left(\omega t - \frac{\omega r}{c} + \pi \cos \theta + \alpha \right) \right\} = 0$$

För alla t och $r > 0$.

Först får vi nollställen då $\sin \theta = 0$

$$\Rightarrow \theta = 0 \text{ och } \pi$$

Dessutom nollställen då

$$\cos \left(\omega t - \frac{\omega r}{c} \right) + \cos \left(\omega t - \frac{\omega r}{c} + \pi \cos \theta + \alpha \right) = 0$$

$$\text{Med } \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) = x \text{ och } \pi \cos \theta + \alpha = \pi \left(\cos \theta - \frac{1}{2} \right) = y$$

får

$$\cos x + \cos(x+y) = \cos x + \cos x \cos y - \sin x \sin y = 0 \quad \forall x$$

$$\Rightarrow 1 + \cos y = \tan x \sin y \quad \forall x \quad \Rightarrow$$

Nollställen finns $\forall x$ då

$$0 = \sin y = 1 + \cos y$$

$$\Rightarrow y = (2n+1)\pi \quad \text{där } n = \text{heltal}$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{4n+3}{2}$$

θ reell endast för $n = -1 \Rightarrow$

$$\cos \theta = -\frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{3}$$

Så nollriktningarna blir $\theta = \left\{ 0, \frac{2\pi}{3}, \pi \right\}$