

## Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2.

EEF031 2007-04-11 kl. 14.00-18.00

<b>Tillåtna hjälpmedel:</b>	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
<b>Förfrågningar:</b>	Markus Johansson 031-772 5052 Andreas Fhager, 031-772 1723, 073-673 1530
<b>Lösningar:</b>	anslås på kursens hemsida
<b>Resultatet:</b>	anslås på kursens hemsida
<b>Granskning:</b>	Sker på plats och tid enligt resultatlistan
<b>Kom ihåg</b>	Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.

---

# OBS!

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som skall lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras.

De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Ja, Vet ej (?) och Nej. Riktigt svar ger +0.2poäng oriktigt svar ger -0.2p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng.

Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1poäng och man kan därför få 1poäng även med ett vet ej svar.

Namn:

Personnummer:

Email:

# 1

## Problemlösningsdel (8 poäng)

I en plattkondensator är laddningen på den ena ledande plattan  $+Q$ , och laddningen på den andra ledande plattan är  $-Q$ . Kondensatorns tvärsnittsarea är  $A$ . Avståndet mellan de båda ledande skivorna är  $d$ . Mellan plattorna är det luft, med  $\epsilon_r = 1$ .

- a) Bestäm elektriska förskjutningen  $D$  mellan plattorna. (1 poäng)
- b) Bestäm elektriska fältstyrkan  $E$  mellan plattorna. (1 poäng)
- c) Bestäm spänningen  $U_1$  mellan de ledande skivorna. (2 poäng)
- d) Bestäm kondensatorns kapacitans. (2 poäng)
- e) Om en skiva av ett material med relativa permittiviteten  $\epsilon_r$  skjuts in mellan de ledande skivorna så sjunker spänningen (kondensatorn är inte ansluten till något så  $Q$  ändrar sig inte). Bestäm den nya spänningen  $U_2$  om den inskjutna skivan har tjockleken  $d/2$ . (2 poäng)

## Förståelsedel (4 poäng)

### f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I grunden bygger problemlösningsdelen ovan endast på ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningsdelen ovan bara på två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningsdelen ovan på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningsdelen ovan på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningsdelen ovan på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningsdelen ovan på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Ohms lag är ett av postulaten i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laplaces ekvation kan härledas direkt från postulaten i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd från en elektrisk dipol avtar fältet som $1/R^3$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd från en elektrisk dipol avtar potentialen som $1/R^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Speglingsmetoden tillsammans med entydighetssatsen gör att Poissons ekvation kan lösas mha. spegling.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Coulombs lag beskriver hur fältet från en elektrisk dipol ser ut.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### h) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I elektrostatiken är E-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken är E-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken är D-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken är D-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för E-fältets tangentialkomponent härleds utifrån att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för E-fältets normalkomponent härleds utifrån att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### i) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

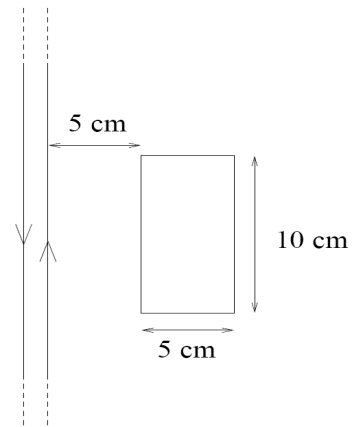
	ja	?	nej
Enheten för det elektriska fältet är $V/m^2$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sambandet $D=\epsilon E$ mellan E- och D-fältet kan härledas utifrån postulaten för elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Polarisationsfältet $P$ är fältet från de fria laddningarna i ett dielektriskt material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Dielektriska materialegenskaper modelleras med hjälp av elektriska monopoler.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Antagande om approximativ strömfördelning ger en för låg resistans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Antagande om approximativ potentialfördelning ger en för hög resistans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



### 3

#### Problemlösningsdel (8 poäng)

a) Vi ska undersöka om en sladd till en dammsugare kan ge störningar på en rektangulär slinga som finns i närheten. Effekten i dammsugaren är 2500 W vid spänningen 230 V (effektiv-värde). Avståndet mellan till- och frånledare är 0.5 cm och ledningsradien är 1 mm. Beräkna den inducerade spänningen i en rektangulär slinga som är placerad 5 cm från sladden enligt figuren.



#### Förståelsedel (4 poäng)

##### b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Att Gauss lag gäller kan endast visas experimentellt.  ja  ?  nej
- Att E-fältet är konservativt kan bevisas rent matematiskt.  ja  ?  nej
- I grunden bygger uppgift a) på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.  ja  ?  nej
- I grunden bygger uppgift a) på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.  ja  ?  nej
- I grunden bygger uppgift a) på att rotationen av E-fältet är lika med negativa tidsderivatan på H-fältet.  ja  ?  nej
- I grunden bygger uppgift a) på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.  ja  ?  nej

##### c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Amperes lag modifieras när man går från magnetostatik till elektromagnetism.  ja  ?  nej
- Faradays induktionslag är en av Maxwells ekvationer.  ja  ?  nej
- Faradays induktionslag uttrycker att ett elektriskt fält kan genereras utan laddningsseparation.  ja  ?  nej
- Lenz lag är ett av Maxwells postulat.  ja  ?  nej
- Lenz lag säger att en inducerad spänning motverkar förändringen i det pålagda magnetfältet.  ja  ?  nej
- Vid induktion försöker kretsen motverka flödesändringar.  ja  ?  nej

##### d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- I elektromagnetismen är E-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.  ja  ?  nej
- I elektromagnetismen är E-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.  ja  ?  nej
- I elektromagnetismen är H-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.  ja  ?  nej
- I elektromagnetismen är B-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.  ja  ?  nej
- E-fältets tangentialkomponent på en perfekt ledande yta är alltid noll för tidsvarierande fält.  ja  ?  nej
- E-fältets normalkomponent på en perfekt ledande yta är alltid noll för tidsvarierande fält.  ja  ?  nej

##### e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Den skalära potentialen ger upphov till elektriska fält som härrör sig från laddningsseparation.  ja  ?  nej
- Den magnetiska vektorpotentialen ger upphov till elektriska fält som härrör sig från tidsvarierande strömmar.  ja  ?  nej
- E-fältet är konservativt vid induktionsproblem.  ja  ?  nej
- Det länkade flödet används vid induktionsberäkningar.  ja  ?  nej
- Om den karakteristiska impedansen hos ett material är reell betyder det att H- och E-fältet ligger i fas med varandra.  ja  ?  nej
- Om den karakteristiska impedansen hos ett material är komplex betyder det att H- och E-fältet ligger i fas med varandra.  ja  ?  nej

# 4

## Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En Hertzdipol med dipolmomentet  $\mathbf{p} = \hat{z}p_0 \sin(\omega t)$  befinner sig i punkten  $(x, y, z) = (0, 0, a)$  över ett stort ledande plan. Det ledande planets yta ges av ekvationen  $z=0$ . Bestäm ytladdningstätheten  $\rho_s$  i metallplanet.

### Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I grunden bygger uppgift a) bara på två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på alla fyra av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på att rotationen av E-fältet är lika med negativa tidsderivatan på H-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av Förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Grupphastigheten är den hastighet som en vågs energi färdas med.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en plan våg i vakuum är fashastigheten och grupphastigheten olika.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en plan våg i metall är fashastigheten och grupphastigheten olika.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en plan våg i ett dielektrikum är fashastigheten och grupphastigheten olika.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Våglängden för en plan våg är frekvensoberoende om grupphastigheten skiljer sig från fashastigheten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En plan våg kännetecknas av att fälten varierar vinkelrätt mot utbredningsriktningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Man kan välja divergensen av den magnetiska vektorpotentialen fritt i elektromagnetismen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man väljer ofta divergensen av den magnetiska vektorpotentialen till samma som i statiken för att förenkla beräkningarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågekvationen för vektorpotentialen $\mathbf{A}$ kan härledas från Maxwells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den retarderade potentialen är lösningen till vågekvationen för vektorpotentialen $\mathbf{A}$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen relateras till magnetfältet som $\nabla \cdot \mathbf{B} = \mathbf{A}$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen relateras till magnetfältet som $\nabla \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B}$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Fresnels ekvationer härleds från Snells brytningslag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion sker vid Brewstervinkeln.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vid beräkning med Snells lag måste man ta hänsyn till vågens polarisering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion är möjlig då vågen går från ett optiskt tätare till ett optiskt tunnare medium.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Funktionen hos en optisk fiber kan förklaras med fenomenet totalreflektion.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vinkeln vid vilken totalreflektion inträffar härleds från Fresnells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

# 5

## Problemlösningsdel (8 poäng)

En elektromagnetisk våg utbreder sig i vakuum. Den elektriska fältstyrkan ges av uttrycket  $\mathbf{E} = E_0 \sin(\omega t - kx) \hat{y}$ .

- a) Ange vågens utbredningsriktning (svar räcker). (1 poäng)
- b) Bestäm det magnetiska fältet  $\mathbf{B}$ . (3 poäng)
- c) Bestäm hur stor energi som passerar ytan  $S$  på tiden  $\Delta t$ . Den plana ytan  $S$  är orienterad så att ytans normal pekar i vågens utbredningsriktning. Antag att tiden  $\Delta t$  är mycket större än periodtiden  $T = 2\pi/\omega$ . (3 poäng)
- d) Antag att vi vill detektera denna våg med en halvvågsantenn. Hur ska antennens spröt orienteras (x-led, y-led eller z-led) för att den mottagna signalen ska bli så stor som möjligt? (svar med kort motivering räcker) (1 poäng)

## Förståelsedel (4 poäng)

### e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I grunden bygger problemlösningsdelen ovan bara på två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningsdelen ovan på alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningsdelen ovan på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningsdelen ovan på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningsdelen ovan på att rotationen av E-fältet är lika med negativa tidsderivatan på H-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningsdelen ovan på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Poyntingvektorn uttrycker en vågs intensitet i en viss riktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn beskriver en vågs utbredningsriktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntings teorem uttrycker energikonservering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poynting teorem säger att summan av den energi som flödar in i ett slutet område är noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reflektionskoefficienten för effekt vid vinkelrätt infall är densamma som kvadraten på reflektionskoefficienten för amplituden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Transmissionskoefficienten för effekt vid vinkelrätt infall är densamma som kvadraten på transmissionskoefficienten för amplituden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

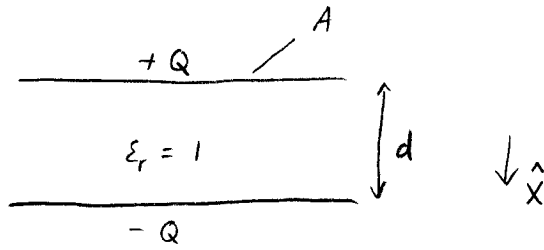
	ja	?	nej
Snells lag gäller endast i gränssytor där permeabiliteten är samma på båda sidorna, dvs $\mu_1 = \mu_2$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells reflektionslag säger att infallsvinkeln är samma som reflektionsvinkeln.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn på ytan av en lång rak ledare som för en ström är riktad i strömmens riktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn på ytan av en lång rak ledare som för en ström är riktad radiellt in mot ledarens centrum.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ljushastigheten i ett medium bestäms av permeabiliteten och konduktiviteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Enheten för Poyntingvektorn är W/m.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### h) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
$j\omega$ -metoden för fältberäkningar fungerar bara för harmoniskt varierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Tidsderivata i Maxwells ekvationer övergår i $j\omega$ -metoden till multiplikation med $j\omega^2$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett komplext uttryck på E-fältet kan ej innehålla ett tidsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Tidsderivata i Maxwells ekvationer övergår i $j\omega$ -metoden till multiplikation med $j\omega$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vakuum är dispersionsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om gruppshastigheten är samma som fashastigheten är materialet dispersionsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

# Lösningar till tenta 070411

1



a) 
$$\underline{\underline{D = \frac{Q}{A} \hat{x}}}$$

b) 
$$\underline{\underline{E = \frac{D}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \hat{x}}}$$

c) 
$$\underline{\underline{U_1 = \int E \cdot dR = E \cdot d = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}}}$$

d) 
$$\underline{\underline{C = \frac{Q}{U_1} = \epsilon_0 \frac{A}{d}}}$$

e) 
$$D = [\text{oförändrat}] = \frac{Q}{A} \hat{x}$$

$$E_{\text{luft}} = \frac{D}{\epsilon_0}, \quad E_{\text{skiva}} = \frac{D}{\epsilon_r \epsilon_0}$$

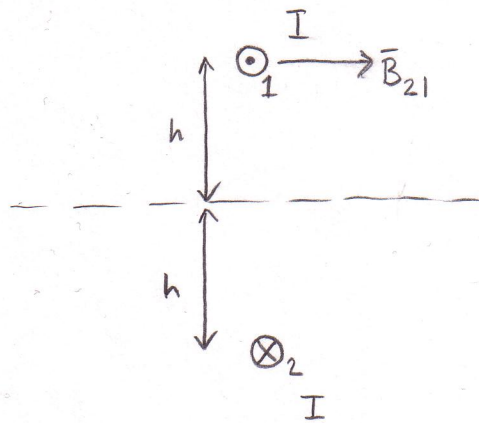
$$\underline{\underline{U_2 = E_{\text{luft}} \cdot \frac{d}{2} + E_{\text{skiva}} \cdot \frac{d}{2} =}}$$

$$= \frac{Q}{\epsilon_0 A} \frac{d}{2} + \frac{Q}{\epsilon_r \epsilon_0 A} \frac{d}{2} =$$

$$= \frac{Qd}{\epsilon_0 A 2} \left( 1 + \frac{1}{\epsilon_r} \right) =$$

$$= \underline{\underline{\frac{Qd}{2\epsilon_0 A} \frac{\epsilon_r + 1}{\epsilon_r}}}$$

2 Strömmen speglas i det supraledande planet:



Den magnetiska kraften på ledaren kommer riktas uppåt, ty  $\vec{F}_m = \vec{I}_1 \times \vec{B}_{21}$ . Om tråden svävar måste gravitationskraften och den magnetiska kraften vara i jämvikt.

$$\begin{cases} F_m = B I l = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot 2h} I l \\ F_g = mg = (\pi a^2 l \rho_{\text{koppar}}) g \end{cases}$$

$$F_m = F_g \Rightarrow \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi h} = \pi a^2 l \rho_{\text{koppar}} g$$

$$\Rightarrow h = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi^2 a^2 \rho_{\text{koppar}} g}$$



3

Fältet runt en ensam ledare:  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

Flödestätheten från de båda ledarna blir då, om vi räknar  $r$  från den högra ledaren som:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} - \frac{\mu_0 I}{2\pi(r+0,005)} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r+0,005} \right)$$

Beräknar flödet genom slingan, tecknar där för  $d\phi$ :

$$d\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r+0,005} \right) \cdot 0,1 \cdot dr \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{\mu_0 I \cdot 0,1}{2\pi} \int_{0,05}^{0,1} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r+0,005} \right) dr = \frac{\mu_0 I \cdot 0,1}{2\pi} \left[ \ln r - \ln(r+0,005) \right]_{0,05}^{0,1} \\ &= \frac{\mu_0 I \cdot 0,1}{2\pi} \left[ \ln \frac{0,1}{0,1+0,005} - \ln \frac{0,05}{0,05+0,005} \right] = 930,4 \cdot 10^{-12} I \end{aligned}$$

För att beräkna toppvärdet på strömmen,  $\hat{I}$ , använder vi sambandet mellan effekt, spänning och ström:

$$P = \frac{\hat{U} \hat{I}}{2} \Rightarrow \hat{I} = \frac{2P}{\hat{U}} = \frac{2 \cdot 2500}{230\sqrt{2}} = 15,37 \text{ A}$$

Om vi förutsätter 50Hz kan vi teckna strömmen som:

$$I = 15,37 \cos(2\pi \cdot 50 t)$$

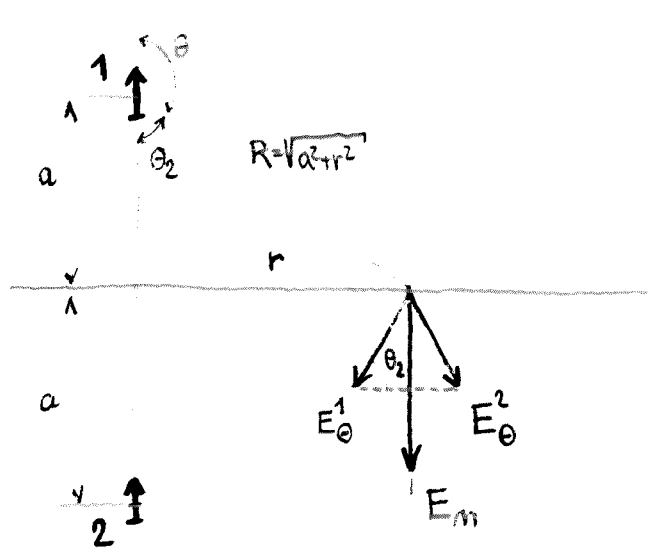
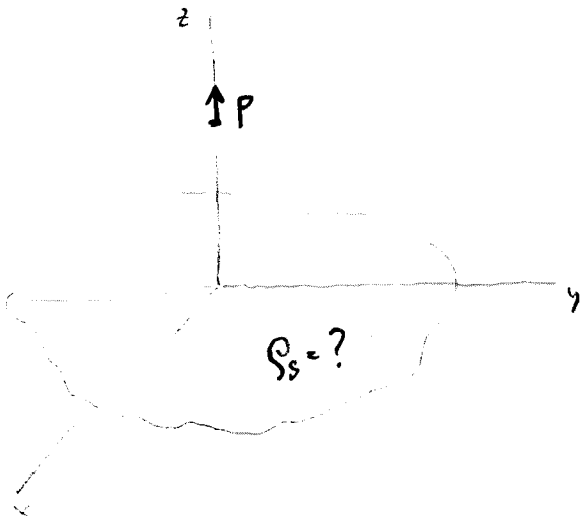
$$\text{Inducerad spänning} \cdot U = - \frac{d\phi}{dt} = -930,4 \cdot 10^{-12} \frac{dI}{dt} =$$

$$= 930,4 \cdot 10^{-12} \cdot 15,37 \cdot 2\pi \cdot 50 \sin(2\pi \cdot 50 t)$$

$$\approx 4,5 \sin(2\pi \cdot 50 t) \mu\text{V}$$

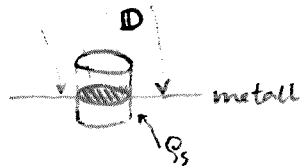
4

Hertzdipol  $\mathbf{p} = \hat{z} p_0 \sin \omega t \rightarrow \bar{\mathbf{p}} = -j p_0$



i vågzonem:  $\bar{\mathbf{E}}_{\theta} = j \cdot \frac{\bar{I} dl}{4\pi} \left( \frac{e^{-j\beta R}}{R} \right) z_0 \beta \sin \theta$

från Gauss lag  $\oint \mathbf{D} d\mathbf{S} = Q$   
 $D_m = S_s$



$$\bar{Q}_c = \bar{D}_m = \epsilon_0 \bar{E}_m = \epsilon_0 \cdot 2 \cdot \sin \theta_2 \bar{\mathbf{E}}_{\theta} \quad \left| \begin{array}{l} \theta_2 = \pi - \theta \\ \sin \theta_2 = \sin \theta \end{array} \right| = \epsilon_0 \cdot 2 \sin \theta \bar{\mathbf{E}}_{\theta} =$$

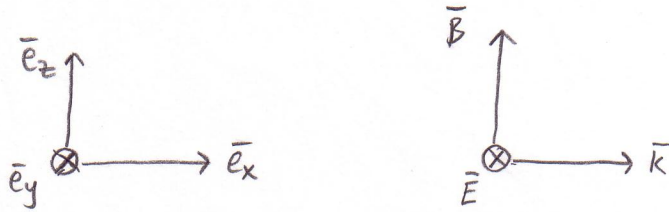
$$= \epsilon_0 \cdot 2 \cdot \frac{r}{\sqrt{a^2 + r^2}} \cdot j \frac{\bar{I} dl}{4\pi} z_0 \beta \cdot \frac{r}{\sqrt{a^2 + r^2}} \cdot \frac{e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{\sqrt{a^2 + r^2}} =$$

$$= j \frac{\epsilon_0 \bar{I} dl}{2\pi} z_0 \beta \frac{r^2 e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{(a^2 + r^2)^{3/2}} \quad \left| \begin{array}{l} z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cdot \epsilon_0 \cdot z_0 = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = \frac{1}{c} \\ \beta = \frac{\omega}{c} \end{array} \right|$$

$$= j \frac{\bar{I} dl}{2\pi} \frac{\omega}{c^2} \frac{r^2 e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{(a^2 + r^2)^{3/2}} \quad \left| \bar{\mathbf{p}} = \frac{\bar{I} dl}{j\omega} = -j p_0 \rightarrow \bar{I} dl = \omega \cdot p_0 \right|$$

$$= j \frac{p_0}{2\pi} \frac{\omega^2}{c^2} \frac{r^2 e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{(a^2 + r^2)^{3/2}} = \underline{\underline{j \frac{p_0 \cdot \beta^2}{2\pi} \frac{r^2 e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{(a^2 + r^2)^{3/2}}}} \quad \left[ \frac{C}{m^2} \right]$$

5



$$H = \frac{E}{\eta}, \quad \eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}, \quad B = \mu H \Rightarrow B = \sqrt{\mu\epsilon} E = \frac{E}{c}$$

a) utbredning i positiv x-led

b)  $\bar{B} = \frac{E_0}{c} \sin(\omega t - kx) \bar{e}_z$

c) Poyntingvektorn  $\bar{P}_s$  ger energiflödet per areaenhet.

$$\bar{P}_s = \bar{E} \times \bar{H} = \frac{1}{\mu_0} E \cdot B \cdot \bar{e}_x = \frac{1}{\mu_0} \frac{E_0^2}{c} \sin^2(\omega t - kx) \bar{e}_x$$

Tidsmedelvärdet av  $\sin^2(\omega t - kx)$  är  $\frac{1}{2}$ .

$$\Rightarrow \text{Energien} = \frac{1}{\mu_0} \frac{E_0^2}{c} \frac{1}{2} S \Delta t = \frac{E_0^2 S \Delta t}{2 \mu_0 c}$$

d) y-led

E-fältet svänger ju i y-led.