

Fält 28. Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2.

EEF031 Onsdagen den 14 april 2004 kl. 14.15-18.15.

Tillåtna hjälpmedel:	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen för elektromagnetisk fältteori.
Förfrågningar:	Lennart Lundgren, Tel. 772 1834.
Lösningar:	Anslås på kursens hemsida den 16:e april.
Resultat:	Anslås på kursens hemsida senast den 5:e maj.
Granskning:	Sker på plats och tid enligt resultatlistan.
Betyg:	Sänds till betygsexpeditionen senast den 19:e maj.
Kom ihåg:	Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som lämnas in. Flervalsfrågorna besvaras med att markera en av rutorna på tesen efter varje påstående. En och endast en ruta på varje rad skall markeras.

De tre svarsalternativen (från vänster till höger) är *Rätt*, *Vet ej*, *Fel*. Riktigt svar på ett påstående ger +0.2 poäng. Oriktigt svar ger -0.2 poäng. Vet ej är neutralt och ger 0 poäng.

Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng. Man kan därför få 1 poäng även med ett vet ej svar.

Lycka till!

1

Problemlösningsdel (8 poäng)

A) Fyra små likadana metallkuler ligger symmetriskt i ett plan så att de utgör hörnen i en kvadrat. De befinner sig på ett avstånd från varandra som är stort i jämförelse med kulornas radier. Centralt belägen i kvadraten befinner sig en lika stor metallkula. Den centrala kulan har laddningen $4Q$ och de fyra övriga kulorna har vardera laddningen Q . Beräkna hur mycket arbete som uträttas för att föra samman kulorna från sina ursprungslägen på mycket stort avstånd från varandra.

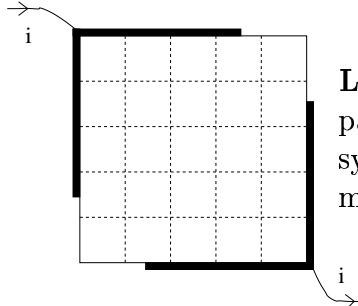
Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift B, C, D och E)

B) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
I grunden bygger uppg. A på ett postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Gauss lag på differentialform och Gauss lag på integralform uttrycker egentligen samma sak.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort anstånd från en ändlig lång linjeladdning avtar E-fältet som $1/R^2$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Coloumbfältet uttrycker hur det elektriska fältet från en punktladdning ser ut.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poissons ekvation är ett specialfall av Laplaces ekvation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Med givna randvillkor är lösningen till Laplaces ekvation entydig.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Speglingsmetoden kan användas för att lösa Laplaces ekvation i vissa fall.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Antagande om approximativ strömfördelning ger för låg resistans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Antagande om approximativ potentialfördelning ger för hög resistans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ohms lag härleddes i kursen för ett kollisionsdominerat material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmarna i vanliga kablar är kollisionsdominerade.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan inte definiera kapacitans för en enskild ledare men mellan två ledare.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kapacitansen beror bara på geometrin och materialegenskaperna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
E-fältet från en godtyckligt laddad, rak ledare kan beräknas genom att integrera upp E-fältbidragen från varje infinitesimalt element.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E-fältet från en kort, tunn, homogent laddad rak ledare kan beräknas mha Gauss lag på integralform.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Polarisationsfältet P för ett linjärt, homogent och isotropt material beror på E-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Källan till förskjutningsfältet är laddningstätheten hos de fria laddningarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Dielektriska egenskaper modelleras med dipolmoment.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kirchoffs strömlag beror på laddningskonservering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2

Problemlösningsdel (8 poäng)

A) Två elektroder ligger symmetriskt an mot två diagonala hörn hos en kvadratisk skiva med sidan $a = 8$ cm, tjockleken $d = 1$ mm och ledningsförmågan $\sigma = 0.2$ S/m, så som figuren visar. Gör en numerisk beräkning av resistansen mellan elektroderna och använd därvid figurens glesa rutnät.



Ledning: Antag en potential på varje elektrod och utnyttja symmetrin i figuren för den numeriska beräkningen.

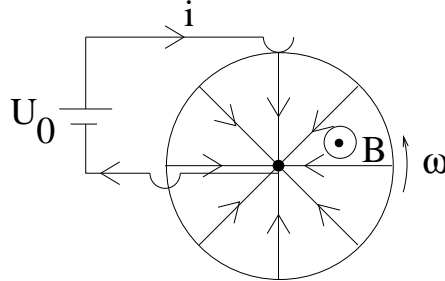
Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift B, C, D och E)

B) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
I grunden bygger uppg. A på ett postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Man kan välja rotationen av den magnetiska vektorpotentialen fritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan välja divergensen av den magnetiska vektorpotentialen fritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Varje komponent av den magnetiska vektorpotentialen uppfyller Poissons ekv.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Amperes lag kan härledas genom att utnyttja att magnetfältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lorentzkraften beror både på magnetfältet och det elektriska fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En laddad partikel som rör sig i ett tidskonstant magnetfält ökar sin hastighet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Permanentmagneter har ett permanent magnetiseringsfält \mathbf{M}	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Linjeintegralen av H-fältet längs en sluten kurva är noll för en permanentmagnet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältet spelar samma roll i magnetostatiken som P-fältet i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En magnetisk dipol används som modell för att beskriva magnetiska egenskaper.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältets roll i magnetostatiken påminner om D-fältets i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ytintegralen av B-fältet över en sluten yta är alltid noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Paramagnetiska material har permeabilitetskonstanten $\mu_r \gg 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ferromagnetiska material har permeabilitetskonstanten $\mu_r \ll 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En bra permanentmagnet ska ha en smal hystereskurva.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältets normalkomponent är aldrig kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3

Problemlösningsdel (8 poäng)

A) En enkel likströmsmotor består av ett ekerhjul med radien a och n stycken ekrar. Hjulet befinner sig i ett axiellt homogent magnetfält med styrkan B_0 . Varje eker har en resistans R medan resistansen hos nav och periferi är försumbara. Motorn är ansluten till en likspänning U_0 . Beräkna motorns mekaniska effekt samt vridmoment som funktion av vinkelhastigheten ω .



Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift B, C, D och E)

B) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
I grunden bygger uppg. A på två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på fyra postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Amperes lag förändras när man går från magnetostatik till elektromagnetism.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Biot-Savarts lag är en av Maxwells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Gauss lag förändras när man går från elektrostatik till elektromagnetism.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Amperes lag används för att beräkna inducerad spänning i en krets från ett B-fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
De konstitutiva ekvationerna uttrycker materialsamband.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältet är källfritt endast i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Enligt Lenz lag motverkar inducerade strömmar det ursprungliga magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det länkade flödet är viktigt vid induktionsberäkningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Faradays lag säger att ett E-fält kan genereras utan laddningsseparation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Induktion är en mekanism där tex en krets försöker förstärka flödesändringar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om man pratar om en spoles induktans menar man dess självinduktans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om man pratar om en spoles induktans menar man dess ömsesidiga induktans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
$j\omega$ -metoden för fältberäkningar fungerar bara för harmoniskt varierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Tidsderivata i Maxwells ekvationer övergår i $j\omega$ -metoden till division med $j\omega$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Tidsderivata i Maxwells ekv. övergår i $j\omega$ -metoden till multiplikation med $j\omega$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett komplext uttryck på E-fältet kan ej innehålla ett tidsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen för luft är omkring 377 ohm.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ferromagnetiska material har lägre vågimpedans än andra material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4

Problemlösningsdel (8 poäng)

A) En centermatad sprötdipol med längden 2 cm matas på mitten med strömmen $i = 6 \cos(5 \cdot 10^8 \pi t)$ A. Beräkna utstrålad medeleffekt P_{med} från antennen. Beräkna också poyntingvektorn S_{med} i strålningszonen.

Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift B, C, D och E)

B) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
I grunden bygger uppg. A på två postulater.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på fyra postulater.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Randvillkoret för E-fältets tangentialkomponent förändras då man går från elektrostatik till elektromagnetism.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för B-fältets normalkomponent förändras då man går från elektrostatik till elektromagnetism.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för H-fältets tangentialkomponent förändras då man går från elektrostatik till elektromagnetism.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för D-fältets normalkomponent förändras då man går från elektrostatik till elektromagnetism.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen ger upphov till E-fält som härrör sig från tidsvarierande strömmar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den skalära potentialen ger upphov till E-fält som orsakas av laddningsseparation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Grupphastigheten är den hastighet som en vågs energi färdas med.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en plan våg i vakuum är fashastigheten och grupphastigheten olika.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en plan våg i metall är fashastigheten och grupphastigheten olika.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en plan våg i ett dielektrikum är fashastigheten och grupphastigheten olika.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Våglängden för en plan våg är frekvensberoende om grupphastigheten skiljer sig från fashastigheten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För plana vågor är fälten konstanta vinkelrätt mot utbredningsriktningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
En Hertzdipol är en våglängd lång.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen varierar längs med en Hertzdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen hos en halvstågantenn är oberoende av strålningseffekten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen ökar med längden i kvadrat för alla dipolantenn.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En halvstågantenn är ekvivalent med en kvartsvågsantenn över ett ledande plan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen är konstant längs en kvartsvågsantenn.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

5

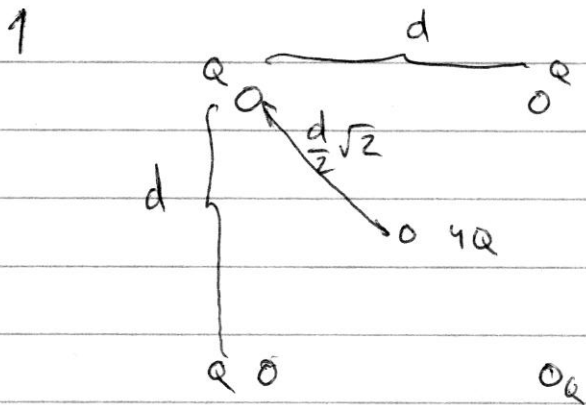
Problemlösningsdel (8 poäng)

A) En cirkulärpolariserad elektromagnetisk våg med poyntingvektorn $S_{med} = 500 \text{ W/m}^2$ träffar under infallsvinkeln 45 grader en plan vattenyta. Vattnets brytningsindex kan antas till $n = 1,5$. Beräkna poyntingvektorn för dels den reflekterade vågen dels den transmitterade vågen.

Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift B, C, D och E)

B) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
I grunden bygger uppg. A på två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på fyra postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppg. A på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Poyntingvektorn uttrycker en vågs energi i en viss riktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn uttrycker en vågs intensitet och i vågens utbredningsriktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntings teorem uttrycker energikonservering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn på ytan av en kabel där det flyter en likström är riktad i strömmens riktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reflektionskoefficienten för effekt vid vinkelrätt infall är det samma som kvadraten på reflektionskoefficienten för amplituden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Transmissionskoefficienten för effekt vid vinkelrätt infall är det samma som kvadraten på transmissionskoefficienten för amplituden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Monokromatiska vågor innehåller flera olika frekvenser.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En elliptiskt polariserad plan våg träffar en plan gränsyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir elliptiskt polariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En elliptiskt polariserad plan våg träffar en plan gränsyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir cirkulärpolariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En elliptiskt polariserad plan våg träffar en plan gränsyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir linjärpolariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion ger upphov till evanescenta vågor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En evanescent våg uppfyller ej vågekvationen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	Rätt	?	Fel
Fresnels ekvationer härleds från Snells brytningslag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I Snells lag måste man ta hänsyn till vågens polarisering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells lag kan härledas om man antar att ljuset alltid går snabbaste vägen mellan två punkter.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En optisk fiber bygger på totalreflektion.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion sker vid Brewstervinkeln.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion är möjlig då ljusstrålen försöker gå från ett optiskt tunnare till ett optiskt tätare material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Lösningar till tentan 2004-04-14



Det elektriska arbete som åtgår för att föra samman ett antal laddningar kan tecknas som

$$W_e = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N Q_k V_k \quad \text{där } N \text{ är antalet laddningar}$$

Potentialen från en laddning: $V_k = \frac{Q_k}{4\pi\epsilon_0 r}$

Summerar upp potentialen vid en laddning från övriga laddningar:

I hörnen $V_1 = V_2 = V_3 = V_4$

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(2 \frac{Q}{d} + \frac{Q}{\sqrt{2}d} + \frac{4Q}{\frac{d}{\sqrt{2}}} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(2\sqrt{2}+9)Q}{\sqrt{2}d}$$

I centrum V_5

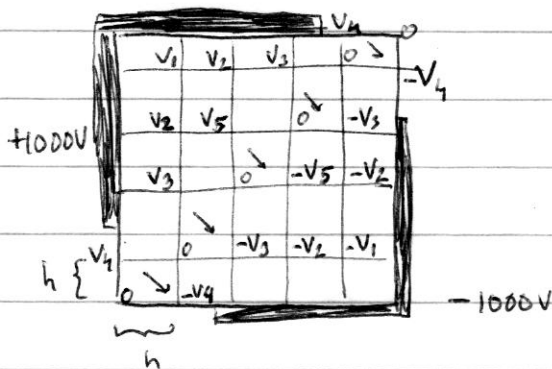
$$V_5 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(4 \frac{Q}{\frac{d}{\sqrt{2}}} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{4\sqrt{2}Q}{d} \right)$$

Nu beräknar vi $W_e = \frac{1}{2} (Q_1 V_1 + \dots + Q_5 V_5) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{(2\sqrt{2}+9)Q^2}{\sqrt{2}d} \cdot 4 + \frac{4\sqrt{2} \cdot 4Q^2}{d} \right)$

$$= \frac{1}{2\pi\epsilon_0 d} \left(\frac{8+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right)$$

2 Utnyttja symmetrierna och lägg tex ± 1000 volt på elektroderna

Symmetrin ger följande punkter att betrakta:



Vi erhåller följande ekvationssystem

$$4V_1 = V_2 + 1000 + 1000 + V_2$$

$$4V_2 = V_3 + 1000 + V_1 + V_5$$

$$4V_3 = 0 + 1000 + V_2 + 0$$

$$4V_4 = 0 + 0 + 1000 + 0 \Rightarrow V_4 = 250$$

$$4V_5 = 0 + V_2 + V_2 + 0$$

$$\Rightarrow V_1 = 9000/11 \quad V_2 = 7000/11 \quad V_3 = 4500/11 \quad V_5 = 3500/11$$

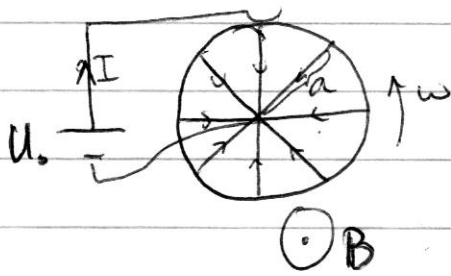
Strömmen på centrumdiagonalen kan nu tecknas som

$$\vec{i} = \sigma \cdot d \cdot h\sqrt{2} \cdot \frac{1}{h\sqrt{2}} (2V_1 + 2V_3 + 2V_5 + 2V_3 + 2V_1) =$$

$$= \sigma \cdot d \cdot 2 \left(2 \cdot 250 + 2 \cdot \frac{4500}{11} + \frac{3500}{11} \right) = \sigma d \cdot 2 \cdot \frac{18000}{11}$$

$$\text{Resistansen } R = \frac{\Delta V}{\vec{i}} = \frac{2000}{\vec{i}} = \frac{1}{\sigma d} \frac{2000 \cdot 11}{36000} = \frac{1}{\sigma d} \cdot \frac{11}{18} = 3056 \Omega$$

3

Hjulets radie: a

Krafter på laddningar $\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$
 är riktad radieutåt då hjulet roterar \Rightarrow
 En rörelse emk induceras riktad utåt.

$$V_{\text{rörelse}} = \int_L \mathbf{v} \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \int_{r=0}^a \omega r \hat{\varphi} \times B_0 \hat{z} \cdot \hat{r} dr =$$

$$= \int_{r=0}^a \omega r B_0 \hat{r} \cdot \hat{r} dr = \int_{r=0}^a \omega r B_0 dr = \frac{\omega a^2 B_0}{2}$$

Kirchoffs sp. laggar $U_0 - V_{\text{rörelse}} = R \frac{I}{n} \Rightarrow V_{\text{rörelse}} = U_0 - R \frac{I}{n}$

$$U_0 - \frac{\omega a^2 B_0}{2} = R \frac{I}{n}$$

$$\Rightarrow I = \frac{n}{R} \left(U_0 - \frac{\omega a^2 B_0}{2} \right)$$

Mekanisk effekt P_{mek} : $P_{\text{mek}} = P_{\text{batteri}} - P_{\text{värmeförluster}} =$

$$= U_0 I - n R \left(\frac{I}{n} \right)^2 = I \underbrace{\left(U_0 - R \frac{I}{n} \right)}_{V_{\text{rörelse}}} =$$

$$= \frac{n}{R} \left(U_0 - \frac{\omega a^2 B_0}{2} \right) \frac{\omega a^2 B_0}{2}$$

Vridmoment $\Rightarrow P_{\text{mek}} = \omega \cdot T_{\text{mek}}$

$$\Rightarrow T_{\text{mek}} = \frac{P_{\text{mek}}}{\omega} = \frac{n}{R} \left(U_0 - \frac{\omega a^2 B_0}{2} \right) \frac{\omega a^2 B_0}{2}$$

4

$$i = 6 \cos(5\pi \cdot 10^8 t)$$

$$\omega = 5\pi \cdot 10^8$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{c_0}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,5 \cdot 10^8} = 1,2 \text{ m}$$

$\lambda \gg l \Rightarrow$ använd Hertzdipolens formuler
med $l_{\text{eff}} = l/2 = 1 \text{ cm}$

$$R_{\text{rad}} = 80\pi^2 \left(\frac{l_{\text{eff}}}{\lambda}\right)^2 = 80\pi^2 \left(\frac{10^{-2}}{1,2}\right)^2 = 0,055 \Omega$$

$$P_{\text{med}} = R_{\text{rad}} \cdot \bar{I}_{\text{eff}}^2 = 0,055 \cdot \frac{1}{2} 6^2 = \underline{\underline{0,99 \text{ W}}}$$

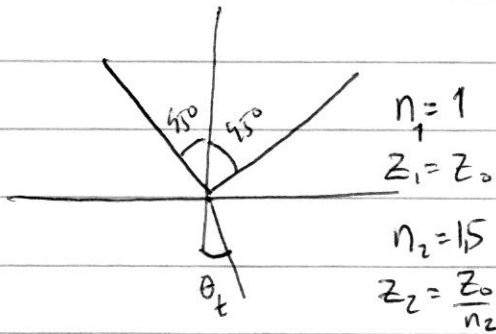
Poyntingvektorn:

$$\vec{H}_{\text{rad}}(R, \theta, \varphi) = \hat{\varphi} \frac{j\omega l_{\text{eff}} I_0 \sin\theta}{4\pi c R} e^{-j\omega R/c}$$

$$\vec{E}_{\text{rad}}(R, \theta, \varphi) = Z_0 \vec{H}_{\text{rad}} \times \hat{R}$$

$$\begin{aligned} S_{\text{med}} &= \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \vec{E}_{\text{rad}} \times \vec{H}_{\text{rad}}^* \right\} = \frac{1}{2} Z_0 \hat{R} \left| \frac{j\omega l_{\text{eff}} I_0 \sin\theta}{4\pi c R} \right|^2 \\ &= \hat{R} \cdot 0,118 \frac{\sin^2\theta}{R^2} \frac{\omega^2}{\text{m}^2} \end{aligned}$$

5



Snells law ger transmissions-
winkel:

$$n_1 \sin 45^\circ = n_2 \sin \theta_t$$

$$\Rightarrow \sin \theta_t = \frac{2}{3\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \cos \theta_t = \sqrt{1 - \frac{4}{9 \cdot 2}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

Techna reflektionskoeffizienterna:

$$\left(\frac{E_{ro}}{E_{io}} \right)_{\perp} = \frac{Z_2 \cos \theta_i - Z_1 \cos \theta_t}{Z_2 \cos \theta_i + Z_1 \cos \theta_t} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{7}}{3}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{7}}{3}} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{7}}{\sqrt{2} + \sqrt{7}}$$

$$\left(\frac{E_{ro}}{E_{io}} \right)_{\parallel} = \frac{Z_2 \cos \theta_t - Z_1 \cos \theta_i}{Z_2 \cos \theta_t + Z_1 \cos \theta_i} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} - \frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} + \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{14} - 9}{2\sqrt{14} + 9}$$

Poyntingvektor:

$$S_i = \frac{1}{2} \frac{|E_{io}|^2}{Z_0} + \frac{1}{2} \frac{|E_{io}|^2}{Z_0} = 500 \Rightarrow \frac{|E_{io}|^2}{Z_0} = 500$$

$$S_r = \frac{1}{2} \frac{|E_{ro\perp}|^2}{Z_0} + \frac{1}{2} \frac{|E_{ro\parallel}|^2}{Z_0} = \frac{1}{2Z_0} |E_{io}|^2 \left[\left(\frac{\sqrt{2} - \sqrt{7}}{\sqrt{2} + \sqrt{7}} \right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{14} - 9}{2\sqrt{14} + 9} \right)^2 \right] = 251 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Transmission:

$$\left(\frac{E_{to}}{E_{io}} \right)_{\perp} = \frac{2Z_2 \cos \theta_i}{Z_2 \cos \theta_i + Z_1 \cos \theta_t} = \frac{2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{7}}{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{7}}$$

$$\left(\frac{E_{to}}{E_{io}} \right)_{\parallel} = \frac{2Z_2 \cos \theta_t}{Z_2 \cos \theta_t + Z_1 \cos \theta_i} = \frac{2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} + \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{12}{2\sqrt{14} + 9}$$

$$S_t = \frac{1}{2} \frac{|E_{to\perp}|^2}{Z_1} + \frac{1}{2} \frac{|E_{to\parallel}|^2}{Z_2} = \frac{1}{2Z_0} |E_{io}|^2 \left[\left(\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{7}} \right)^2 + \left(\frac{12}{9 + 2\sqrt{14}} \right)^2 \right] = 380.8 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$