

Tentamen EEF031 23/8 1999

M. Persson

*Department of Electromagnetics,
Chalmers University of Technology,
S-41296 Göteborg, Sweden*

Email: nadeem@elmagn.chalmers.se

**Fält 14. Tentamen i Elektromagnetisk fältteori F. för F2.
EEF031 23/8 1999 kl. 8.45-12.45**

Tillåtna hjälpmedel: BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori

Förfrågningar:

Mikael Persson Tel. ankn. 1576

Lösningar:

anslås efter tentamens slut vid origo huset

Resultatet:

sändes senast 10/9 1999 till studievägledningen F.

Granskning:

sker på tid som anges på betygslistan

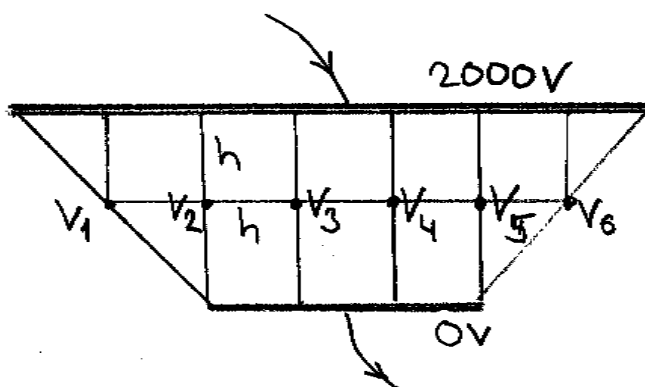
Betygen:

sändes till betygsexpeditionen senast 10/9 1999

Kom ihåg

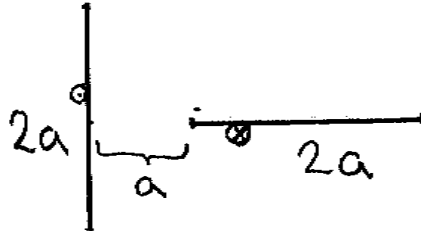
Poängavdrag göres för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.

1. En tunn plåt har tjockleken 1mm och ledningsförmågan 10S/m. Två elektroder fästes på kanten av plåten enligt figuren nedan.



- A) Använd principen för ekvipotentialytor och strömrör för att beräkna en undre och övre gräns på resistansen mellan elektroderna. **4poäng**
- B) Beräkna potentialerna V_1, \dots, V_6 med det glesa rutnätet i bilden. **3poäng**
- C) Utnyttja resultatet i B) för en approximativ beräkning av resistansen mellan elektroderna. **3poäng**
- D) Förklara i ord varför metoderna i A) fungerar. **2poäng**

2. I en likströmsapplikation utgörs fram- och återledaren av två långa platta metallband enligt figuren nedan.



- A) Beräkna kraften per längdenhet varmed den vänstra ledaren påverkar den högra ledaren. Dela in strömmen i strömrör och utnyttja uttrycket på magnetfältet från en lång rak ledare.

10poäng

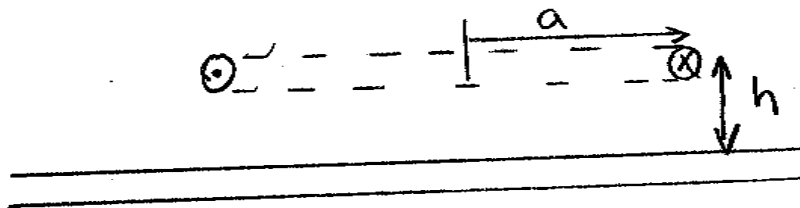
- B) Biot-Savarts lag och Amperes lag på integralform används båda för att beräkna magnetfält från strömförande ledare. Hur skiljer de sig åt vad gäller användbarhet i olika situationer.

1poäng

- C) Beskriv kortfattat begreppen magnetiseringsströmmar och ytmagnetiseringsströmmar. Rita figurer.

1poäng

3. En cirkulär slinga med radien $a=5\text{cm}$, av tunn rund tråd, befinner sig på avståndet $h=0.5\text{cm}$ ovanför en stor supraledande platta. Då supraledaren inte släpper in något magnetfält kan man använda speglingsmetoden för att beskriva magnetfältet ovanför planet.



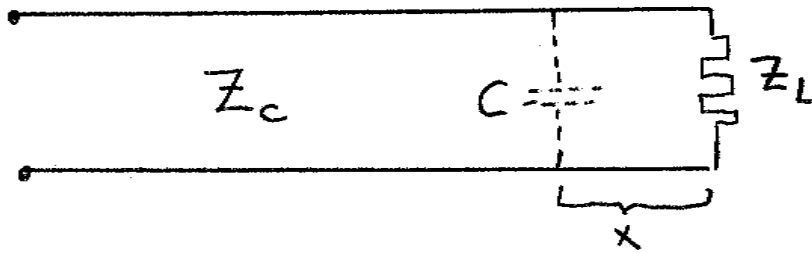
- A) Beräkna slingans effektiva induktans, det vill säga den induktans slingan uppvisar i närvaro av det supraledande planet. Allmänt gäller att den ömsesidiga induktansen M mellan två koaxiella strömbanor kan uttryckas i termer av den fullständiga elliptiska integralen $C(m)$ som

$$M = \mu_0 (ab)^{1/2} m^{3/2} C(m) \text{ där } m = 4ab / [c^2 + (a+b)^2],$$

c är det axiella avståndet mellan slingorna och a och b är de två slingradierna. Då $m \rightarrow 1$ gäller $C(m) \approx \ln(4/(1-m)^{1/2}) - 2$. Självinduktansen för den cirkulära slingan är $L_0 = 0.25 \cdot 10^{-6} \text{ H}$.

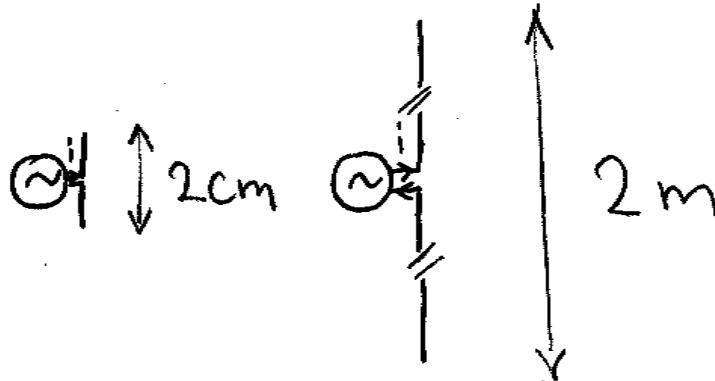
- 10poäng**
- B) På vilken sats bygger speglingsmetoden **1poäng**
- C) I kursen bevisade vi satsen för elektrostatiken. Diskutera utifrån Amperes lag på differentialform varför satsen är tillämplig här. **1poäng**

4. En förlustfri ledning har karakteristiska impedansen $Z_c = 300\Omega$. Den är avslutad med lasten $Z_L = 200\Omega$.



- A) Beräkna kortaste avståndet framför lasten som man, vid en frekvens på 150 MHz, kan parallellkoppla en kondensator för att få anpassning till ledningens karakteristiska impedans. Fashastigheten på ledningen är $3 \cdot 10^8$ m/s. **10poäng**
- B) Beskriv begreppet anpassning. **1poäng**
- C) Beskriv kortfattat skillnaden mellan ledningsteori och kretsteori. **1poäng**

5. Två sprötdipolantennor med längderna 2cm respektive 2m matas båda på mitten med strömmen $i=6\cos(5\pi \cdot 10^8 \cdot t)$.



- A) Beräkna utstrålad medeleffekt P_{med} hos den mindre antennen med hjälp av strålningsresistansen. Motivera använda formler. **4poäng**
- B) Diskutera, utan att lösa det, motsvarande problem för den större antennen. **2poäng**
- C) Beräkna Poytingvektorn $S_{med}(R,\theta,\phi)$ ute i strålningszonen för den mindre antennen. **4poäng**
- D) Begreppen strålningsresistans, antennförstärkning och direktivitet hittar du i formelsamlingen. Beskriv dessa begrepp och deras betydelse för antenner med ord. **1poäng**
- E) Beskriv i ord vad Poytingvektorn uttrycker. **1poäng**

Elfält, F 23/8 1999

En övre gräns fås mha lodräta strömlinor

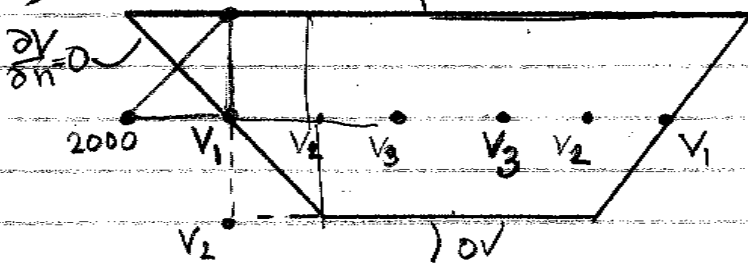
$$R_o = \frac{1}{\sigma d} \cdot \frac{2h}{3h} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sigma d} = 66,67$$

En undre gräns fås mha vågräta ekvipot. ytor vilket leder till seriekopplade resistanser

$$dR_u = \frac{1}{\sigma d} \cdot \frac{dy}{3h+2y}$$

$$R_u = \int_{2h}^0 \frac{1}{\sigma d} \cdot \frac{dy}{3h+2y} = \frac{1}{\sigma d} \cdot \frac{1}{2} \ln \frac{7}{3} = 42,36$$

b) Symmetri: $V_6 = V_1, V_5 = V_2, V_4 = V_3$



$$\begin{cases} 4V_1 = V_2 + V_2 + 2000 + 2000 & V_1 = V_6 = 1579 \text{ V} \\ 4V_2 = V_3 + 0 + V_1 + 2000 & V_2 = V_5 = 1158 \text{ V} \\ 4V_3 = V_3 + 0 + V_2 + 2000 & V_3 = V_4 = 1053 \text{ V} \end{cases}$$

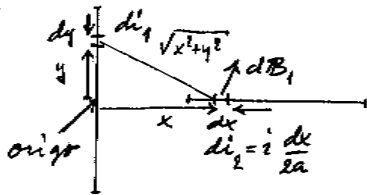
$$I = \int J \cdot d\mathbf{s} = \int \sigma E \cdot d\mathbf{s} \approx \sigma \left[\frac{(2000-V_1)}{h} + \frac{(2000-V_2)}{h} + \frac{(2000-V_3)}{h} + \frac{(2000-V_4)}{h} + \frac{(2000-V_5)}{h} + \frac{(2000-V_6)}{h} \right] \cdot h \cdot d$$

$$R = \frac{2000}{I} = \frac{2000}{4420} \cdot \frac{1}{\sigma d} \approx 0,45 \cdot \frac{1}{\sigma d} = 45$$

D) Se föreläsningssamteckningarna. 21

2

A)



B-fältet i punkten $(x, 0)$ från den vänstra ledaren blir

$$B_1 = \int_{y=-a}^a dB_1 = \int_{y=-a}^a \frac{1}{4} dB_y = \frac{1}{4} \cdot \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \int_{-a}^a \frac{x dy}{x^2 + y^2} =$$

$$= \frac{1}{4} \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \cdot 2 \arctan\left(\frac{a}{x}\right)$$

AV symmetri:
 $B = B_y \hat{y}$
 $|dB_1| = \frac{\mu_0 i dy}{2\pi \sqrt{x^2 + y^2}}$
 $dB_y = \frac{\mu_0 i dy}{2\pi \sqrt{x^2 + y^2}} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

Kraften/m på spårvidet i $(x, 0)$ är dF

$$dF = di_2 (-\hat{z}) \times B_1 = i \frac{dx}{2a} \times \frac{1}{2\pi a} \mu_0 i \arctan\left(\frac{a}{x}\right)$$

$$F_{12} = \int_{x=a}^{3a} dF = x \frac{\mu_0 i^2}{4\pi a^2} \int_a^{3a} \arctan\left(\frac{a}{x}\right) dx = \frac{1}{4\pi a} \mu_0 i^2 \left[\frac{5\pi}{4} - 3 \arctan 3 + \ln \sqrt{5} \right]$$

$$= x \frac{\mu_0 i^2}{4\pi a} \cdot 0,9846 \text{ (N/m)}$$

B) se föreläsninganteckningarna

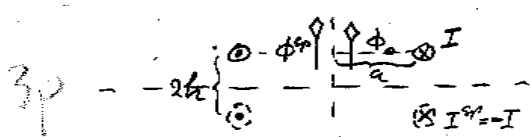
C) dito

3

A)

R.V. vid supraleddaren är $B_m = 0$. Verkan av strömmarna i supraleddaren ersättes i aktuellt område av verkan av en spegelströmslina med motsatt strömriktning.

Effektiva flöden genom stromslinjan blir $\Phi_1 = \Phi_0 + \Phi^{sp}$



$$M = \frac{4a^2}{(2a)^2 + (2a)^2} = \frac{100}{101}; \quad C(\text{m}) \approx \ln(4\sqrt{101}) - 2$$

$$M = \mu_0 a \left(\frac{100}{101}\right)^{3/2} [\ln(4\sqrt{101}) - 2] = 0,105 \cdot 10^{-6}$$

$$\Phi_0 = L_0 I; \quad \Phi^{sp} = M I^{sp}$$

$$\Phi_1 = L_0 I - M I$$

$$L_{\text{eff}} = \frac{\Phi_1}{I} = L_0 - M$$

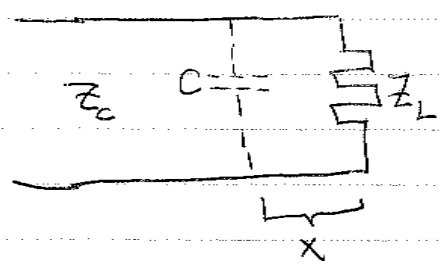
$$L_{\text{eff}} = 0,145 \cdot 10^{-6} \text{ (H)}$$

B) Se föreläsningssanteckningarna

C) i luft:

$$\left. \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \nabla^2 \mathbf{B} = 0$$

jmf. elektostat.



$$\lambda = c/f = \frac{3 \cdot 10^8}{1.5 \cdot 10^8} = 2 \text{ m}$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \pi \text{ m}^{-1}$$

$$\omega = 2\pi \cdot 1.5 \cdot 10^8 = 3\pi \cdot 10^8 \text{ rad.s}^{-1}$$

Vid anpassning:

$$\frac{1}{Z_c} = j\omega C + \frac{1}{Z_{in}(x)}$$

förlustfri ledning: $Z_{in}(x) = Z_c \frac{Z_L \cos \beta x + Z_0 \sin \beta x}{Z_0 \cos \beta x + Z_L \sin \beta x}$

$$j\omega C = \frac{1}{300} \left(1 - \frac{300 \cos \beta x + 200 \sin \beta x}{200 \cos \beta x + 300 \sin \beta x} \right)$$

$$\omega C = \frac{1}{300} \left(\frac{-100 \cos \beta x + 100j \sin \beta x}{200 \cos \beta x + 300j \sin \beta x} \right) \cdot \frac{1}{j} = \text{reel och positiv}$$

$$\Rightarrow \frac{100 \cos \beta x}{100 \sin \beta x} = \frac{300 \sin \beta x}{200 \cos \beta x}$$

$$\tan \beta x = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

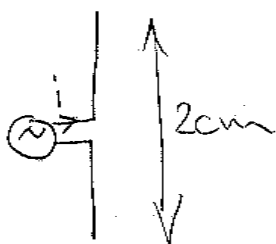
$$\beta x = 0.588 + n\pi; \quad \boxed{x_{min} = \frac{0.588}{\pi} = 0.187 \text{ m}}$$

B) se föreläsninganteckningarna

C) Dito.

5

A)



$$i = 6 \cdot \cos(5\pi \cdot 10^8 t)$$

$$\omega = 5\pi \cdot 10^8$$

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{2.5 \cdot 10^8} = 1.2 \text{ m}$$

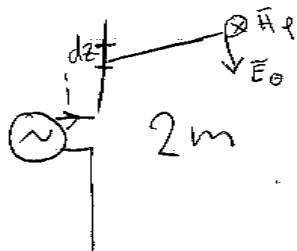
$$\lambda \gg l \Rightarrow$$

använd Hertzdipolens formuler
med $l_{\text{eff}} = l/2 = 1 \text{ cm}$

$$R_{\text{rad}} = 80\pi^2 \cdot \left(\frac{l_{\text{eff}}}{\lambda}\right)^2 = 80\pi^2 \cdot \left(\frac{10^{-2}}{1.2}\right)^2 = 0.0555 \Omega$$

$$P_{\text{med}} = R_{\text{rad}} \cdot I_{\text{eff}}^2 = 0.055 \cdot \frac{1}{2} 6^2 = 0.99 \text{ W}$$

B)



$$l = 2 \text{ m} \gg \lambda \Rightarrow$$

ingen förenklad formel
kan användas. Fälten

får integreras upp från varje litet element
 dz med en antagen ström fördelning
 $i(z)$.

$$C) \quad \vec{H}_{\text{rad}}(R, \theta, t) = \hat{r} \frac{j\omega l_{\text{eff}} I_0 \sin\theta}{4\pi c R} e^{-j\omega R/c}$$

$$\vec{E}_{\text{rad}}(R, \theta, t) = Z_0 \cdot \vec{H}_{\text{rad}} \times \hat{R}$$

$$S_{\text{med}} = \frac{1}{2} \text{Re} \{ \vec{E}_{\text{rad}} \times \vec{H}_{\text{rad}}^* \} = \frac{1}{2} Z_0 \hat{R} \left| \frac{j\omega l_{\text{eff}} I_0 \sin\theta}{4\pi c R} \right|^2$$

$$D) \& E) = \hat{R} \cdot 0.118 \sin^2\theta / R^2 \text{ W/m}^2$$

se föreläsningens anteckningarna