Övningstenta i Elektromagnetisk fältteori,
2014-11-29 kl. 8.30-12.30
Kurskod EEF031

Tillåtna hjälpmedel: BETA, Physics Handbook,
Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori.
Valfri kalkylator, minnet
måste raderas innan tentamensstart.
Inga egna anteckningar utöver egna formler på sista
bladet i formelsamlingen i elektromagnetisk fältteori
Förfrågningar: Jinlin Liu, tel. 073-58 59 548
Examinator: Andreas Fhager, tel. 076-125 70 12
Lösningar: Anslås på kursens hemsida
Resultatet: Distribueras på föreläsning
Granskning: Plats och tid annonseras på kurshemsidan
Till tentan: Elektrostatiken (tal 1 och 2) och Magnetostatiken (tal 3 och 4) bedöms var för sig och poängen tillgodoräknas separat på tentan. Även teoridel och problemdel räknas separat. Duggaresultatet räknas om till en procentsats av maxpoängen och respektive tal på tentan kan om så önskas hoppas över med lika många procent av maxpoängen tillgodo. Om man trots poäng tillgodo från duggan väljer att räkna motsvarande tal på tentan gäller bästa resultatet. Resultat från duggan gäller på ordinarie tenta och de två närmast därpå följande omtentamina.

OBS!

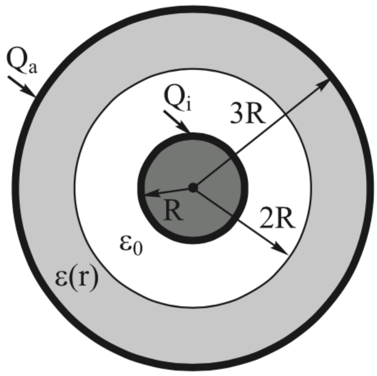
Svaren på förståelsedelen skall ges direkt på tesen som ska lämnas in

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras. De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Rätt, Vet ej och Fel. Riktigt svar ger +0.2 poäng oriktigt svar ger -0.2 p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1poäng och man kan därför få 1 poäng även med ett vet ej svar.

Anonym kod: ....

1 Elektrostatik

Problemlösningsdel (8 poäng)



En sfärisk kondensator ser ut som i figuren till höger. Innerelektroden och ytterelektroden består av sfäriska, koncentriska metallskal, med radie R respektive $3R$. Områdena $0 < r < R$ och $R < r < 2R$ består av vakuum, området $2R < r < 3R$ består av ett material med en rumsberoende permittivitet enligt uttrycket, $\varepsilon_r = \varepsilon_0\,(9R^2)\,/\,r^2$, och utanför ytterskalet finns också vakuum. Vidare ligger det på respektive skal laddningen $Q_i > 0$ och Q_a. Det gäller även att ($|Q_i| = |Q_a| = Q$).

A) Beräkna E-fältet i området $0 < r < 4R$.

B) Beräkna D-fältet i området $0 < r < 4R$.

C) Beräkna P-fältet i området $0 < r < 4R$.

D) Beräkna polarisationsladdningstätheten, ρ_{v}, i området $R < r < 3R$.

E) Beräkna polarisationsytladdningstätheten, ρ_{ps}, vid r = $2R$ och $r = 3R$.

Förståelsedel (4 poäng)

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	**ja**	**?**	**nej**
Det inre och det yttre metallskalet i problemlösningsdelen ovan påverkar varandra med en kraft.	❑	❑	❑
Ytan av det di skalet, vid $r = 2R$, i problemlösningsdelen ovan påverkas av en kraft. ❑	❑	❑	
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **bland annat** på Gauss lag.	❑	❑	❑
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **bland annat** på att B-fältet är källfritt.	❑	❑	❑
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **bland annat** på att E-fältet är rotationsfritt.	❑	❑	❑
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **bland annat** på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	❑	❑	❑

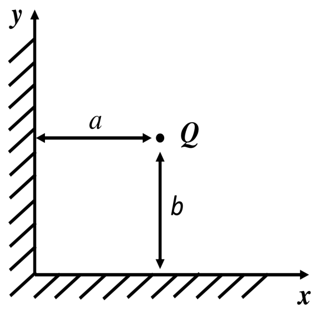
g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	**ja**	**?**	**nej**
Den elektromagnetiska fältteorin är ett exempel på en makroskopisk teori.	❑	❑	❑
I en makroskopisk teori måste rymdladdningsfördelningar alltid vara konstanta i rummet.	❑	❑	❑
I en makroskopisk teori kan vi inte använda oss av differentialkalkyl.	❑	❑	❑
Historiskt sett har den elektromagnetiska fältteorin har uppkommit genom härledning av Maxwells postulat från en mer fundamental fysikalisk teori som sedan har verifierats i ett antal experiment.	❑	❑	❑
Det elektriska fältet definieras utifrån en kraftverkan på en testladdning.	❑	❑	❑
Kontinuitetsekvationen gäller inte alltid utan den elektromagnetiska teorin rymmer även fall där laddning kan förstöras.	❑	❑	❑

h) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	**ja**	**?**	**nej**
Enheten för det elektriska fältet är V/m^2.	❑	❑	❑
Den elektriska potentialen är en skalär.	❑	❑	❑
På stort avstånd från en linjeladdning avtar E-fältet som $1/R^2$	❑	❑	❑
På stort avstånd från en linjeladdning avtar potentalen som 1/R	❑	❑	❑
Det elektrostatiska fältet i ett dielektrisk material, dvs ett material med relativ permittivitet $\varepsilon_r > 1{,}0$, är alltid lika med noll.	❑	❑	❑
Vakuum har den relativa permittiviteten ε_r=0,0	❑	❑	❑

i) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	**ja**	**?**	**nej**
Poissons ekvation kan ha mer än en lösning som uppfyller givna randvillkor.	❑	❑	❑
Speglingsmetoden kan användas för att lösa Poissons ekvation i godtycklig geometri.	❑	❑	❑
Speglingsmetoden kan användas för spegling i oändligt stora, oändligt gott ledande plan.	❑	❑	❑
Det finns tillfällen då Poissons ekvation motsäger de två elektrostatiska postulaten.	❑	❑	❑
Poissons ekvation kan endast användas för att lösa problem i homogena material, dvs då ε_r är konstant i rummet.	❑	❑	❑
Laplaces ekvation formuleras i termer av E-fältet.	❑	❑	❑

2 Elektrostatik

Problemlösningsdel (8 poäng)



Två oändligt stora halvplan bildar ett hörn, med 90 graders vinkel. En punktladdning med laddningen Q placeras enligt figuren.

A) Bilda ett ekvivalent problem med hjälp av spegelladdningar, skissa i en bild vilka laddningar som behövs och var de ska placeras.

B) Ta fram ett uttryck på den elektriska fältstyrkan samt potentialen i kvadranten som visas i figuren.

C) Skissa fältlinjerna och ekvipotentialytorna i en figur.

Förståelsedel (4 poäng)

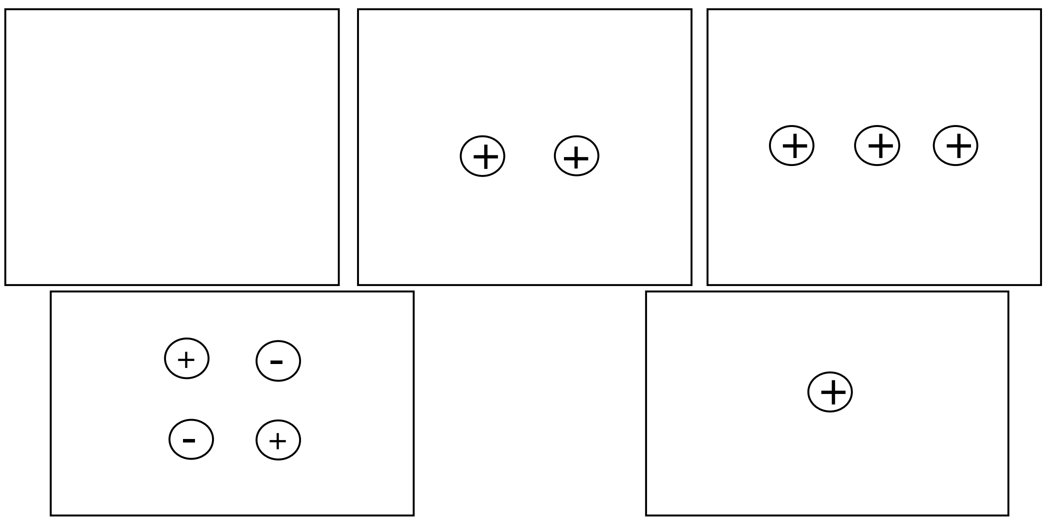
b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Gauss lag på punktform och Gauss lag på integralform är helt ekvivalenta och beskriver helt ekvivalent fysik.	❑	❑	❑
Man kan härleda postulatet om rotationen på E-fältet utifrån postulatet om divergens.	❑	❑	❑
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **bland annat** på Gauss lag.	❑	❑	❑
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **bland annat** på att B-fältet är källfritt.	❑	❑	❑
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **bland annat** på att E-fältet är källfritt.	❑	❑	❑
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **bland annat** på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	❑	❑	❑

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	**ja**	**?**	**nej**
Källan till förskjutningsfältet D är polarisationsladdningarna.	❑	❑	❑
Sambandet $D=\varepsilon E$ mellan E- och D-fältet följer från postulaten i elektrostatiken.	❑	❑	❑
Polarisationsfältet P är alltid proportionellt beroende av E-fältet.	❑	❑	❑
Dielektriska materialegenskaper modelleras med hjälp av elektriska strömmar.	❑	❑	❑
För att göra en övre uppskattning av resistansen antar man en approximativ strömfördelning.	❑	❑	❑
För att göra en undre uppskattning av resistansen antar man en approximativ potentialfördelning.	❑	❑	❑

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	**ja**	**?**	**nej**
En elektrisk potential kan definieras tack vare att divergensen av E-fältet är nollskild.	❑	❑	❑
En elektrisk potential kan definieras tack vare att E-fältet är rotationsfritt.	❑	❑	❑
Den elektriska potentialen kan definieras som $E = -\nabla V$.	❑	❑	❑
Den elektriska potentialen kan definieras som $E = \nabla V$	❑	❑	❑
Om vi använder $E = -\nabla V$ som definition av potentialen betyder det att om man rör en positiv testladdning i riktning mot E-fältslinjerna så kommer potentialen att öka.	❑	❑	❑
Den elektrostatiska potentialen är en skalär storhet.	❑	❑	❑

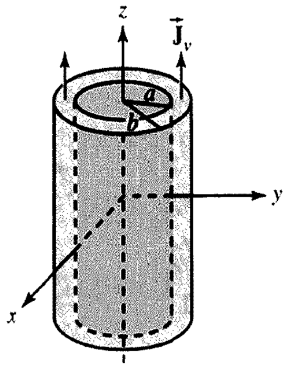
f) Skissa fältlinjerna runt följande laddningsfördelningear. Alla bilder visar olika konfigurationer av positivt och negativt laddade linjeladdningar. För poäng ska det principiella utseendet vara korrekt i hela det markerade kvadratiska området för respektive konfiguration. (1 poäng)



3 Magnetostatik

Problemlösningsdel (8 poäng)

En mycket lång rak och ihålig ledare ligger längs med z-axeln. Ledaren har innerradie a och ytterradie b, och i ledaren går strömmen I i positiva z-axelns riktning, (se figur). Antag homogen strömfördelning i skalet.



A) Beräkna strömtäthetsfältet, J_v i figuren.
B) Beräkna B-fältet till storlek och riktning i alla punkter i koordinatsystemet.

Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	**ja**	**?**	**nej**
Om man lägger ett magnetiskt material med relativa permeabiliteten μ_r i centrum av ledaren (där $r < a$) kommer B-fältet i området $r > b$ att påverkas.	❑	❑	❑
Om man lägger ett magnetiskt material med relativa permeabiliteten μ_r i centrum av ledaren (där $r < a$) kommer B-fältet i området $r < a$ att påverkas.	❑	❑	❑
Om man lägger ett magnetiskt material med relativa permeabiliteten μ_r och tjockleken c utanför ledaren (där $b < r < b+c$) kommer B-fältet i området $r > b+c$ att påverkas.	❑	❑	❑
Om man lägger ett magnetiskt material med relativa permeabiliteten μ_r och tjockleken c utanför ledaren (där $b < r < b+c$) kommer B-fältet i området $b < r < b+c$ att påverkas.	❑	❑	❑
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **endast** på att B-fältet är källfritt.	❑	❑	❑
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **endast** på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	❑	❑	❑

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	**ja**	**?**	**nej**
Enheten för det magnetiska fältet är A/m.	❑	❑	❑
Det magnetiska fältstyrkan, B**,** är en vektorstorhet.	❑	❑	❑
Det existerar magnetiska laddningar.	❑	❑	❑
Den magnetiska vektorpotentialen är en skalär storhet.	❑	❑	❑
Den magnetiska vektorpotentialen kan definieras tack vara att divergensen av B-fältet är noll.	❑	❑	❑
De magnetostatiska postulaten på punktform och på integralform uttrycker egentligen samma sak.	❑	❑	❑

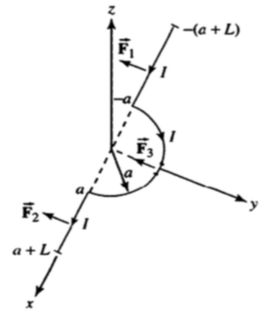
e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	**ja**	**?**	**nej**
Laddningar i rörelse som *endast* utsätts för ett B-fält *kan* påverkas av en kraft.	❑	❑	❑
Laddningar som rör sig *parallellt* med B-fältslinjerna utsätts för en kraft.	❑	❑	❑
Laddningar i rörelse som *endast* utsätts för ett E-fält påverkas av en kraft.	❑	❑	❑
Laddningar i *vila* som *endast* utsätts för ett B-fält *kan* påverkas av en kraft.	❑	❑	❑
Det magnetiska flödet genom en yta kan beräknas som en linjeintegral av den magnetiska vektorpotentialen längs den slinga som begränsar ytan.	❑	❑	❑
Lorentzkraften beror på B- och E-fältet.	❑	❑	❑

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	**ja**	**?**	**nej**
Man kan välja divergensen av den magnetiska vektorpotentialen fritt	❑	❑	❑
En laddad partikel i vila påverkas av en kraft som är proportionell mot magnetfältet	❑	❑	❑
Varje komponent av den magnetiska vektorpotentialen uppfyller Poisons ekvation	❑	❑	❑
Det magnetiska flödet genom en yta kan beräknas som en linjeintegral av den magnetiska vektorpotentialen längs den slinga som begränsar ytan.	❑	❑	❑
Den magnetiska susceptibiliteten uttrycker förhållandet mellan magnetiseringsfältet och B-fältet	❑	❑	❑
Man kan härleda Amperes lag utifrån att magnetfältet är källfritt	❑	❑	❑

4 Magnetostatik

Problemlösningsdel (8 poäng)

En kort men böjd ledare ligger i x-y planet enligt figuren. Den består av två raka delar som ligger längs med x-axeln, samt en halvcirkelformad del, (placerad mellan de två raka delarna), i x-y planet, och med sitt centrum på z-axeln. I tråden går strömmen *I,* med riktning enligt figuren. Hela tråden ligger i ett område med ett homogent B-fält, $\boldsymbol{B} = B\hat{\boldsymbol{z}}$**.**



A) Påverkas ledaren av någon kraft? I så fall beräkna den till storlek och riktning.

Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	**ja**	**?**	**nej**
I grunden bygger fysiken i problemlösningsdelen på ett och endast ett postulat om B-fältet.	❑	❑	❑
I grunden bygger fysiken i problemlösningsdelen på två och endast två postulat om B-fältet.	❑	❑	❑
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **endast** på Gauss lag.	❑	❑	❑
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **endast** på att B-fältet är källfritt.	❑	❑	❑
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **endast** på att E-fältet är källfritt.	❑	❑	❑
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **endast** på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	❑	❑	❑

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	**ja**	**?**	**nej**
Randvillkoret för B/H-fältets normalkomponent härleds från att B-fältet är divergensfritt.	❑	❑	❑
Randvillkoret för B/H-fältets tangentialkomponent härleds från att B-fältet är divergensfritt.	❑	❑	❑
B-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.	❑	❑	❑
B-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.	❑	❑	❑
H-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.	❑	❑	❑
H-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.	❑	❑	❑

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	**ja**	**?**	**nej**
Kontinuitetsekvationen för stationär ström följer om man tar divergensen av Amperes lag.	❑	❑	❑
Kontinuitetsekvationen är oberoende av de två magnetostatiska postulaten.	❑	❑	❑
$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ även om vi har tidsvarierande laddningsfördelningar.	❑	❑	❑
Från $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ kan Kirchoffs strömlag härledas.	❑	❑	❑
Från $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ kan Kirchoffs spänningslag härledas.	❑	❑	❑
$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ är en konsekvens av att laddningen är bevarad.	❑	❑	❑

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	**ja**	**?**	**nej**
Ferromagnetiska material kan modelleras med hjälp av magnetiska dipoler.	❑	❑	❑
En permanentmagnet, typ kylskåpsmagnet, har en volym-magnetiseringsströmtäthet.	❑	❑	❑
En permanentmagnet, typ kylskåpsmagnet, har en yt-magnetiseringsströmtäthet.	❑	❑	❑
Magnetiska material är alltid sådana att de magnetiska dipolerna i materialet orienterar sig så att det externt pålagda fältet förstärks.	❑	❑	❑
Magnetism är en egenskap som kräver kvantmekanik för fullständig förståelse av fenomenet.	❑	❑	❑
Källan till H-fältet är magnetiseringsströmmarna.	❑	❑	❑

Solutions:

A). Applying Gauss's law:

$$\oiint_{\partial V} \vec{E}(\vec{r})\, d\vec{a} = \frac{Q}{\varepsilon}.$$

① $0 < r \leq R$

Because electric charge distribute only on the surface of the inner conductor, thus,

$$\oiint_{\partial V} \vec{E}(\vec{r})\, d\vec{a} = \frac{0}{\varepsilon} \Rightarrow \vec{E}(\vec{r}) = 0.$$

② $R < r \leq 2R$.

$$\vec{E}(\vec{r}) = E\,\hat{r}.$$

$$4\pi \cdot r^2 \cdot E = \frac{Q_i}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q_i}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{Q_i}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$

③ $2R < r \leq 3R$.

$$\left.\begin{aligned} 4\pi r^2 \cdot E &= \frac{Q_i}{\varepsilon_r} \\ r^2 &= \frac{9\varepsilon_0 R^2}{\varepsilon_r} \end{aligned}\right\} \Rightarrow E = \frac{Q_i}{36\pi\varepsilon_0 R^2}$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{Q_i}{36\pi\varepsilon_0 R^2}\hat{r}$$

④ $3R < r \leq 4R$

$$\vec{E} = 0.$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \begin{cases} 0, & 0 < r \le R \\ \dfrac{Qi}{4\pi \varepsilon_0 r^2}, & R < r \le 2R \\ \dfrac{Qi}{36\pi \varepsilon_0 \cdot R^2}, & 2R \le r < 3R \\ 0, & 3R \le r < 4R. \end{cases}$$

(B). $\vec{D}(\vec{r}) = \varepsilon \vec{E}(\vec{r})$

For $0 < r \le R$

$\vec{D}(\vec{r}) = 0.$

For $R \le r < 3R$.

$\vec{D}(\vec{r}) = \dfrac{Qi}{4\pi r^2}\hat{r}.$

For $3R < r < 4R$.

$\vec{D}(\vec{r}) = 0.$

$$\vec{D}(\vec{r}) = \begin{cases} 0, & 0 \le r < R. \\ \dfrac{Qi}{4\pi r^2}\hat{r}, & R < r \le 3R \\ 0 & , 3R \le r < 4R. \end{cases}$$

c) $\vec{P} = \varepsilon_0 \cdot \chi_{el} \cdot \vec{E}(\vec{r})$ with $\chi_{el} = \varepsilon_{relative} - 1$.

$0 < r < 2R$

$\vec{P} = 0$.

$2R \leq r < 3R$

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \left(\frac{9R^2}{r^2} - 1\right) \cdot \vec{E}(r)$$

$$= \varepsilon_0 \left(\frac{9R^2}{r^2} - 1\right) \frac{Q_i}{4\pi\varepsilon_0 9R^2} \hat{r}$$

$$= \frac{Q_i}{4\pi}\left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{9R^2}\right)\hat{r}.$$

$3R < r < 4R$

$\vec{P} = 0$.

$$\vec{P} = \begin{cases} 0, & 0 < r < 2R. \\ \frac{Q_i}{4\pi}\left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{9R^2}\right)\hat{r}, & 2R \leq r < 3R \\ 0, & 3R \leq r < 4R \end{cases}$$

d) $\rho_v = -\nabla \cdot \vec{P}$

~~Pay attention~~.

In spherical coordinates.

$$\nabla \cdot \vec{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial R}\left(r^2 A_r\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(A_\theta \sin\theta\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}.$$

Here

$$\rho_v = -\nabla \cdot \vec{P}$$

$$= -\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{9R^2}\right)\right)$$

$$= \frac{1}{r^2}\frac{Q_i}{4\pi} \cdot 2r \cdot \frac{1}{9R^2}$$

$$= \frac{Q_i}{18\pi \cdot r \cdot R^2}.$$

E) $\rho_{ps,2R} =$

$$-\left(\vec{P}(r \to 2R_+) - \vec{P}(\vec{r} \to 2R_-)\right) \cdot \hat{r}$$

while $\vec{P}(\vec{r} \to 2R_-) = 0$.

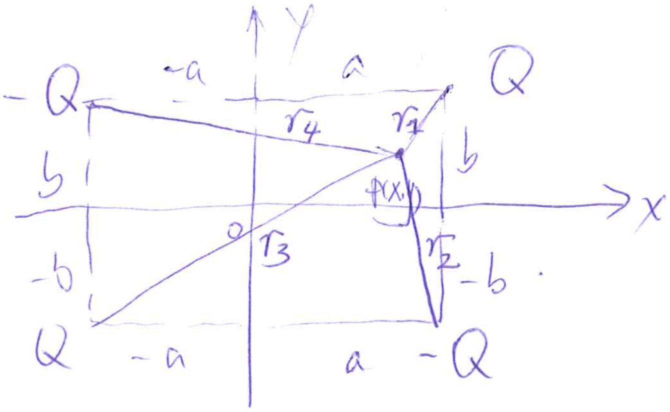
$$\rho_{ps,2R} = -\vec{P}(r \to 2R_+) \cdot \hat{r}$$

$$= -\frac{5Q_i}{4\pi \cdot 36 \cdot R^2}.$$

$$\rho_{ps,3R} = \vec{P}(\vec{r} \to 3R_-) = 0.$$

(2)

(A)



(B) $$\psi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4}\right)$$

where

$$r_1 = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$$

$$r_2 = \sqrt{(x-a)^2 + (y+b)^2}$$

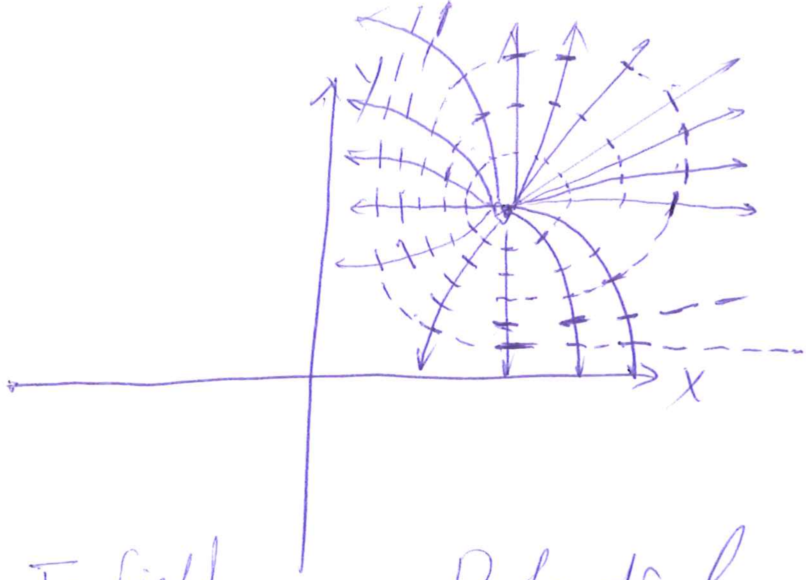
$$r_3 = \sqrt{(x+a)^2 + (y+b)^2}$$

$$r_4 = \sqrt{(x+a)^2 + (y-b)^2}$$

$$\vec{E} = -\nabla\psi = -\frac{\partial\psi_x}{\partial x}\hat{x} - \frac{\partial\psi_y}{\partial y}\hat{y}$$

$$= \hat{x}\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left[-\frac{x-a}{r_1^3} + \frac{x-a}{r_2^3} - \frac{x+a}{r_3^3} + \frac{x+a}{r_4^3}\right] + \hat{y}\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left[-\frac{y-b}{r_1^3} + \frac{y+b}{r_1^3} - \frac{y+b}{r_3^3} + \frac{y-b}{r_4^3}\right]$$

c)



E field

Potential

③ (A)

$$\text{Area } A = \pi b^2 - \pi a^2$$
$$= \pi(b^2 - a^2)$$

$$\vec{J_v} = \frac{I}{\pi(b^2-a^2)}\hat{z}$$

(B) ① $0 < r \leq a$.

$$\vec{H} = 0$$

② $a < r \leq b$

$$I_{enclosed} = \oiint_{\partial V} \vec{J_v} \cdot d\vec{a}$$

$$= \frac{I}{\pi^2(b^2-a^2)} \int_a^r r\,dr \int_0^{2\pi} d\phi$$

$$= \frac{I(r^2-a^2)}{\cancel{\phi}\, b^2-a^2}$$

$$\oint_c \vec{H}\, d\vec{l} = 2\pi r H_\phi$$

$$\vec{H} = \frac{I}{2\pi r}\left[\frac{r^2-a^2}{b^2-a^2}\right]\hat{\phi} \quad . \; a < r \leq b$$

③ $r \geq b$.

$$\vec{H} = \frac{I}{2\pi r}\hat{\phi}.$$

④ The magnetic force acting on the section of the wire from

$X=-(a+L)$ to $X=-a$.

$$\vec{F}_1=\int_{-(a+L)}^{-a} IB(\hat{x}\times\hat{z})\,dx$$

$$=-BIL\hat{y}.$$

Similiarly, the magnetic force. by the section of the wire from $X=a$ to $X=a+L$ is

$$\vec{F}_2=-BIL\hat{y}$$

The magnetic force acting on the semicircular of radius a

is $$\vec{F}_3=\int_{\pi}^{0} IB(-\hat{\phi}\times\hat{z})\,a\,d\phi$$

$$=-\int_{\pi}^{0}\hat{\rho}\,BIa\,d\phi$$

$$=BIa\int_{0}^{\pi}(\hat{x}\cos\phi+\hat{y}\sin\phi)\,d\phi$$

$$=-2BIa\hat{y}$$

The total magnetic force on the whole wire is.

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = -2IB(a+L)\hat{y}$$

Notice !

The interesting point is that the total magnetic force acting on the bent wire is the same as that acting on a straight wire of length $2(L+a)$.