

Dugga i Elektromagnetisk fältteori för F2.
EEF031 2013-11-23 kl. 8.30-12.30

Tillåtna hjälpmedel: BETA, Physics Handbook,
Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori.
Valfri kalkylator, minnet
måste raderas innan tentamensstart.
Inga egna anteckningar utöver egna formler på sista
bladet i formelsamlingen i elektromagnetisk fältteori
Förfrågningar: Aidin Razavi, Tel. 0739-138 519, 031-772 4831
Examinator: Andreas Fhager
Lösningar: Anslås på kursens hemsida
Resultatet: Distribueras på föreläsning
Granskning: Plats och tid annonseras på kurshemsidan

Till tentan: Elektrostatiken (tal 1 och 2) och Magnetostatiken (tal 3 och 4) bedöms
var för sig och poängen tillgodoräknas separat på tentan. Även teoridel och
problemdel räknas separat. Duggaresultatet räknas om till en procentsats av
maxpoängen och respektive tal på tentan kan om så önskas hoppas över med lika
många procent av maxpoängen tillgodo. Om man trots poäng tillgodo från duggan
väljer att räkna motsvarande tal på tentan gäller bästa resultatet. Resultat från duggan
gäller på ordinarie tenta och de två närmast därpå följande omtentamina.

OBS!

Svaren på förståelsedelen skall ges direkt på tesen som ska lämnas in

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje
påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras.
De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Rätt, Vet ej och Fel.
Riktigt svar ger +0.2 poäng oriktigt svar ger -0.2 p. Vet ej är neutralt och
ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -
1poäng och man kan därför få 1poäng även med ett vet ej svar.

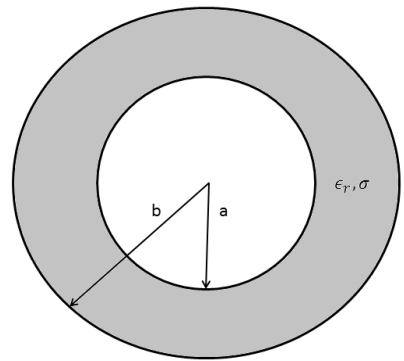
Anonym kod:

1 Elektrostatik

Problemlösningsdel (8 poäng)

Utrymmet mellan två sfäriska, metallskal med diameter a och b ($a < b$) består av ett ledande dielektriskt material. Den relativa permittiviteten är $\epsilon_r = \frac{1}{R}$ och konduktiviteten är $\sigma = \frac{\sigma_0}{R}$.

- A) Beräkna resistansen mellan de två skalerna.
 B) Beräkna kapacitansen mellan de två skalerna.



Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- I grunden bygger fysiken i problemlösningsdelen på ett och endast ett postulat om E-fältet. ja ? nej
 I grunden bygger fysiken i problemlösningsdelen på två och endast två postulat om E-fältet. ja ? nej
 Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **endast** på Gauss lag. ja ? nej
 Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **endast** på att B-fältet är källfritt. ja ? nej
 Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **endast** på att E-fältet är källfritt. ja ? nej
 Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **endast** på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten. ja ? nej

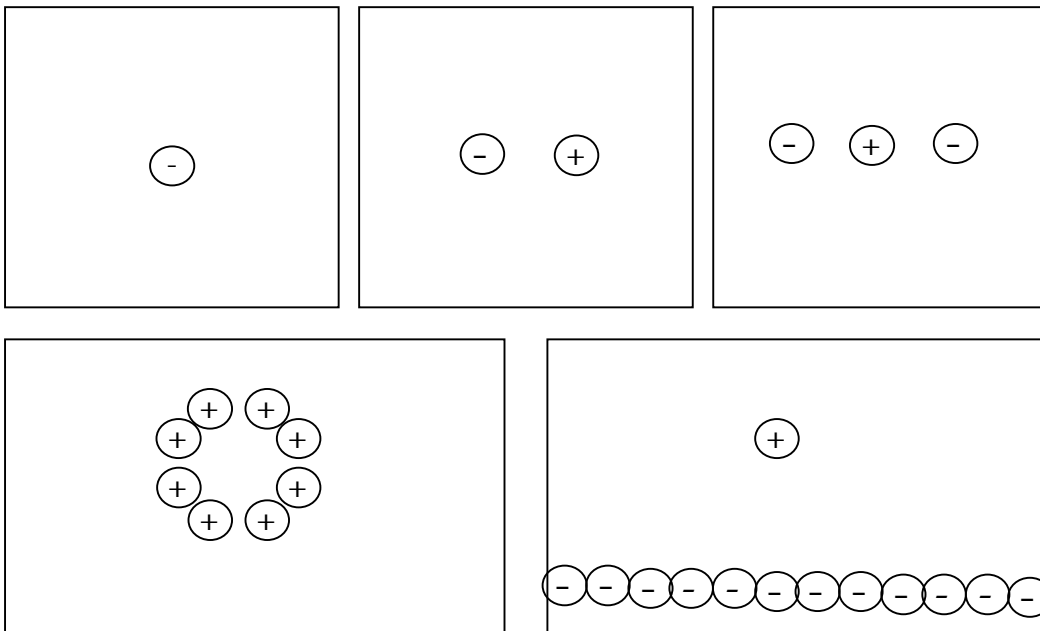
d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Den elektromagnetiska fältteorin är ett exempel på en makroskopisk teori. ja ? nej
 I en makroskopisk teori måste rymdladdningsfördelningar alltid vara konstanta i rummet. ja ? nej
 En laddning i vila omges av ett elektriskt fält. ja ? nej
 En laddning i rörelse omges av ett elektriskt fält. ja ? nej
 På stort avstånd är punktladdningen en bra modell av en elektrons elektrostatiska fält. ja ? nej
 Uttrycket för den elektriska dipolen som vi sett i kursen gäller på avstånd från dipolens centrum som är av samma storleksordning som avståndet mellan laddningarna. ja ? nej

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Enheten för det elektriska fältet är V/m. ja ? nej
 Den elektriska potentialen är en vektorstorhet. ja ? nej
 På stort avstånd från en elektrisk dipol avtar fältet som $1/R^2$. ja ? nej
 På stort avstånd från en elektrisk dipol avtar potentialen som $1/R^3$. ja ? nej
 Det elektrostatiska fältet i en perfekt ledare är alltid konstant lika med noll. ja ? nej
 Vakuum har den relativa permittiviteten $\epsilon_r = 1,0$. ja ? nej

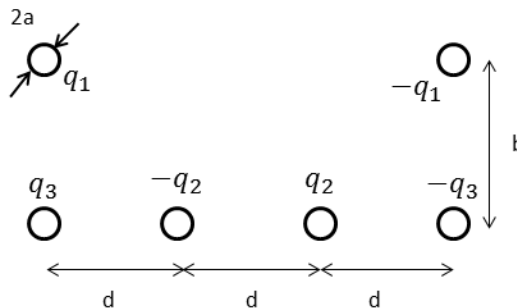
f) Skissa de fältlinjer som finns runt följande laddningsfördelningar. Alla bilder visar olika konfigurationer av positivt och negativt laddade linjeladdningar. För poäng ska det principiella utseendet vara korrekt i hela det markerade kvadratiska området för respektive konfiguration. (1 poäng)



2 Elektrostatik

Problemlösningsdel (8 poäng)

A) Sex långa raka linjeladdningar är placerade parallellt med varandra enligt figuren. Avstånden är mycket större än linjeladdningarnas radie, $b \gg a$ och $d \gg a$. Beräkna potentialskillnaden mellan de två översta linjeladdningarna.



Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- | | | | |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Gauss lag på punktform och Gauss lag på integralform är helt ekvivalenta. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Man kan härleda postulatet om rotationen på E-fältet utifrån postulatet om divergensen. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på Gauss lag. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- | | | | |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Källan till förskjutningsfältet D är polarisationsladdningarna. | ja | ? | nej |
| Sambandet $D = \epsilon E$ mellan E- och D-fältet följer från postulaten i elektrostatiken. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Polarisationsfältet P är fältet från fria laddningar i ett material. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Dielektriska material egenskaper modelleras med hjälp av elektriska dipoler. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att göra en övre uppskattning av resistansen antar man en approximativ strömfördelning. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att göra en undre uppskattning av resistansen antar man en approximativ potentialfördelning. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- | | | | |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| I elektrostatiken är E-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. | ja | ? | nej |
| I elektrostatiken är E-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I elektrostatiken är D-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I elektrostatiken är D-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Randvillkoret för E-fältets tangentialkomponent härleds utifrån att E-fältet är konservativt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Randvillkoret för E-fältets normalkomponent härleds utifrån att E-fältet är konservativt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

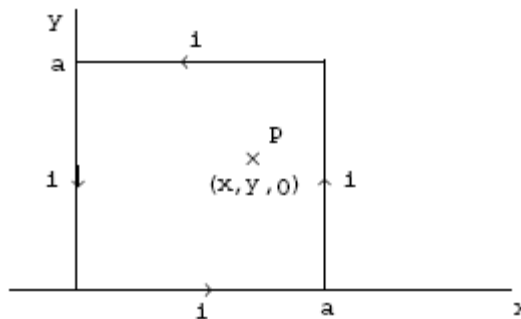
e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- | | | | |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| För att härleda Poissons ekvation räcker det med att ta ett av de elektrostatiska postulaten som utgångspunkt. | ja | ? | nej |
| Lösningen till Poissons ekvation är inte alltid unik även om randvillkoren uppfylls. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Det är i princip alltid möjligt att lösa Poissons ekvation numeriskt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Det är i princip alltid möjligt att lösa Poissons ekvation med hjälp av speglingsmetoden. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Poissons ekvation gäller inte för de fall då man sätter potentialen $V=0$ då $R \rightarrow \infty$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Poissons ekvation är ett specialfall av Laplaces ekvation. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

3 Magnetostatik

Problemlösningsdel (8 poäng)

A) En kvadratisk strömslinga med sidan $a=5$ meter och strömmen $i=3$ A ligger i xy -planet, Beräkna storlek och riktning hos magnetfältet i punkten P med koordinaterna $(3,3,0)$.



Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I grunden bygger fysiken i problemlösningsdelen på ett och endast ett postulat om B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger fysiken i problemlösningsdelen på två och endast två postulat om B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Enheten för det magnetiska fältet är A/m.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektriska fältstyrkan, B , är en vektorstorhet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det existerar magnetiska laddningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen är en skalär storhet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen kan definieras tack vara att divergensen av B-fältet är noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
De magnetostatiska postulaten på punktform och på integralform uttrycker egentligen samma sak.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Laddningar i rörelse som <i>endast</i> utsätts för ett B-fält <i>kan</i> påverkas av en kraft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laddningar som rör sig <i>parallellt</i> med B-fältslinjerna utsätts för en kraft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laddningar i rörelse som <i>endast</i> utsätts för ett E-fält påverkas av en kraft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laddningar i <i>vila</i> som <i>endast</i> utsätts för ett B-fält <i>kan</i> påverkas av en kraft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det magnetiska flödet genom en yta kan beräknas som en linjeintegral av den magnetiska vektorpotentialen längs den slinga som begränsar ytan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lorentzkraften beror på B- och E-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Man kan välja divergensen av den magnetiska vektorpotentialen fritt	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En laddad partikel i vila påverkas av en kraft som är proportionell mot magnetfältet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Varje komponent av den magnetiska vektorpotentialen uppfyller Poissons ekvation	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det magnetiska flödet genom en yta kan beräknas som en linjeintegral av den magnetiska vektorpotentialen längs den slinga som begränsar ytan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska susceptibiliteten uttrycker förhållandet mellan magnetiseringsfältet och B-fältet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan härleda Ampères lag utifrån att magnetfältet är källfritt	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4 Magnetostatik

Problemlösningsdel (8 poäng)

En lång rak ledare av koppar med radien a och strömmen I omges av ett långt cylindriskt skal av järn med permeabiliteten μ . Skalet har innerradien b och ytterradien c .

A) Beräkna \mathbf{B} och \mathbf{H} för alla r .

B) Beräkna magnetiserings-strömtätheterna \mathbf{J}_m och \mathbf{J}_{ms} i järnet.

Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I grunden bygger fysiken i problemlösningsdelen på ett och endast ett postulat om B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger fysiken i problemlösningsdelen på två och endast två postulat om B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Randvillkoret för B-fältets normalkomponent härleds från att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för B-fältets tangentialkomponent härleds från att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

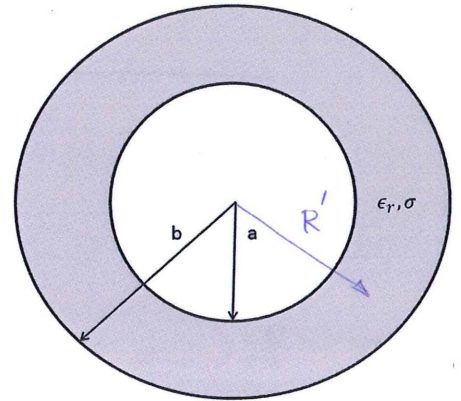
	ja	?	nej
Vid härledningen av Biot-Savarts lag kan man utgå från den magnetiska vektorpotentialen och dess allmänna lösning till Poissons ekvation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan teckna Biot-Savarts lag som en volymsintegral.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan teckna Biot-Savarts lag för en ytström	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan teckna Biot-Savarts lag för en strömförande tråd	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Biot-Savarts lag kan endast användas för fältberäkning om strömmen beskriver en sluten slinga.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Amperes lag kan alltid användas istället för Biot-Savarts lag vid fältberäkningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Permanentmagneter har ett permanent magnetiseringsfält \mathbf{M} .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En permanentmagnet kan ses som ett homogent material där magnetiseringsvektorn pekar åt samma håll i alla delar av materialet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I en permanentmagnet vill man ha ett magnetiska material med en bred hystereskurva.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Arean innanför den magnetiska hystereskurvan motsvarar energin som går åt vid omorientering av de magnetiska domänerna då man lägger på ett externt fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett ferromagnetiskt material har ett linjärt samband mellan B- och H-fälten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett diamagnetiskt material motverkar ett pålagt externt fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

The space between two spherical conductive shells with diameter a and b ($a < b$) is filled with a lossy dielectric. The relative permittivity of dielectric is given as $\epsilon_r = \frac{1}{R}$ and the conductivity as $\sigma = \frac{\sigma_0}{R}$.

- A) Find the resistance between the two conductors.
 B) Find the capacitance between the two conductors.



A) $\sigma = \frac{\sigma_0}{R'}$ Assume spherical layers with thickness dR' .

$$\text{(resistance of a layer)} \quad dR = \frac{l}{\sigma S} = \frac{dR'}{\frac{\sigma_0}{R'} \cdot 4\pi R'^2} = \frac{dR'}{4\pi \sigma_0 R'}$$

$$\text{(total resistance)} \quad R = \int_{R'=a}^b dR = \int_{R'=a}^b \frac{dR'}{4\pi \sigma_0 R'} = \frac{1}{4\pi \sigma_0} \ln \frac{b}{a}$$

B) Again assume spherical layers with thickness dR' and capacitance dC . The layers will form series capacitances.

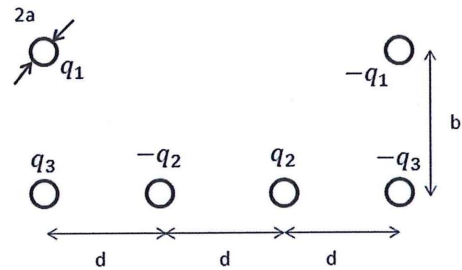
$$dC = \frac{\epsilon S}{d} = \frac{\epsilon_0}{R'} \frac{4\pi R'^2}{dR'} = \frac{\epsilon_0 4\pi R'}{dR'}$$

$$\frac{1}{C} = \int_{R=a}^b \frac{1}{dC} = \int_{R=a}^b \frac{dR'}{4\pi \epsilon_0 R'} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \ln \frac{b}{a}$$

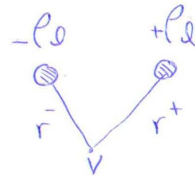
$$\rightarrow C = \frac{4\pi \epsilon_0}{\ln \frac{b}{a}}$$

$$RC = \frac{1}{4\pi \sigma_0} \ln \frac{b}{a} \cdot \frac{4\pi \epsilon_0}{\ln \frac{b}{a}} = \frac{\epsilon_0}{\sigma_0}$$

Six long straight charge distributions are aligned parallel to each other according to the figure. Assume the length of each is equal to l and $b, d \gg a$. Find the potential difference between the two top line charges.



For a pair of line charges:



$$V = \frac{\rho l}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r^-}{r^+}$$

Now assume three pairs of line charges.

Potential at q_1 :

$$\begin{cases} V_1^{q_1} = \frac{q_1}{2l\pi\epsilon_0} \ln \frac{3d}{a} \\ V_2^{q_1} = \frac{q_2}{2l\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{d^2+b^2}}{\sqrt{4d^2+b^2}} \\ V_3^{q_1} = \frac{q_3}{2l\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{9d^2+b^2}}{b} \end{cases}$$

$$V_{\text{total}}^{q_1} = V_1^{q_1} + V_2^{q_1} + V_3^{q_1} = \frac{1}{2\pi l \epsilon_0} \left(q_1 \ln \frac{3d}{a} + q_2 \ln \frac{\sqrt{d^2+b^2}}{\sqrt{4d^2+b^2}} + q_3 \ln \frac{\sqrt{9d^2+b^2}}{b} \right)$$

due to symmetry $V_{\text{total}}^{q_2} = -V_{\text{total}}^{q_1}$

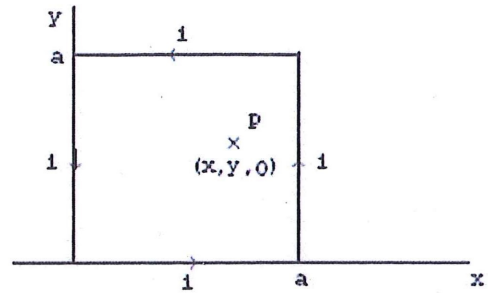
$$\Delta V = V_{\text{total}}^{q_1} - V_{\text{total}}^{q_2} = 2 V_{\text{total}}^{q_1}$$

$$= \frac{1}{\pi l \epsilon_0} \left(q_1 \ln \frac{3d}{a} + q_2 \ln \sqrt{\frac{d^2+b^2}}{\sqrt{4d^2+b^2}} + q_3 \ln \frac{\sqrt{9d^2+b^2}}{b} \right)$$

3 Magnetostatik

Problemlösningsdel (8 poäng)

A) En kvadratisk strömslinga med sidan $a=5$ meter och strömmen $i=3$ A ligger i xy -planet, Beräkna storlek och riktning hos magnetfältet i punkten P med koordinaterna $(3,3,0)$.

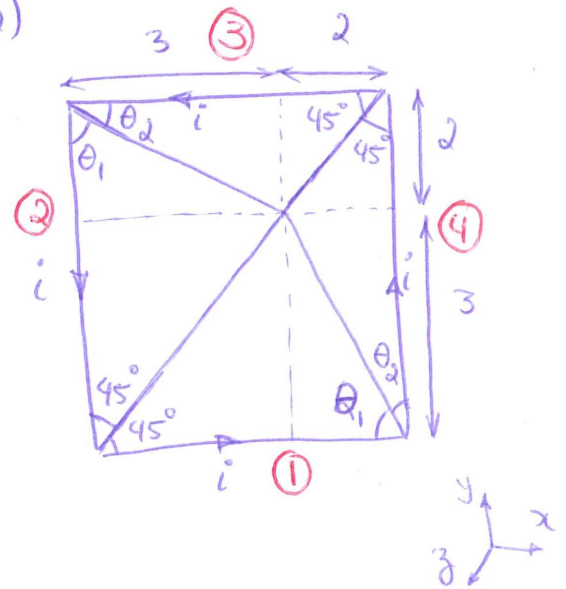


For a single piece of current line:

$$B = \hat{\phi} \frac{\mu_0 i}{4\pi r} (\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2)$$

In this problem we have four pieces of current in straight lines.

$$\begin{cases} \cos\theta_1 = \frac{2}{\sqrt{13}} \\ \cos\theta_2 = \frac{3}{\sqrt{13}} \end{cases}$$



Side 1: $r = 3$, $\alpha_1 = 45^\circ$, $\alpha_2 = \theta_1$

$$\rightarrow B_1 = \frac{1}{3} \frac{\mu_0 i}{12\pi} (\cos 45^\circ + \cos\theta_1)$$

Side 2: $r = 3$, $\alpha_1 = 45^\circ$, $\alpha_2 = \theta_1$

$$\rightarrow B_2 = \frac{1}{3} \frac{\mu_0 i}{12\pi} (\cos 45^\circ + \cos\theta_1)$$

Side 3: $r = 2$, $\alpha_1 = 45^\circ$, $\alpha_2 = \theta_2$

$$\rightarrow B_3 = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 i}{8\pi} (\cos 45^\circ + \cos\theta_2)$$

Side 4: $r=2$, $\alpha_1=45^\circ$, $\alpha_2=\theta_2$

$$\rightarrow B_4 = \hat{z} \frac{\mu_0 i}{8\pi} (\cos 45^\circ + \cos \theta_2)$$

$$B_{\text{total}} = B_1 + B_2 + B_3 + B_4$$

$$= \hat{z} \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \left[\frac{2}{3} (\cos 45^\circ + \cos \theta_1) + \frac{2}{2} (\cos 45^\circ + \cos \theta_2) \right]$$

$$= \hat{z} \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3}{4\pi} \left[\frac{2}{3} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{2}{\sqrt{13}} \right) + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{3}{\sqrt{13}} \right) \right]$$

$$= \hat{z} 7.14 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

4 Magnetostatik

Problemlösningsdel (8 poäng)

En lång rak ledare av koppar med radien a och strömmen I omges av ett långt cylindriskt skal av järn med permeabiliteten μ . Skalet har innerradien b och ytterradien c .

A) Beräkna \mathbf{B} och \mathbf{H} för alla r .

B) Beräkna magnetiserings-strömtätheterna \mathbf{J}_m och \mathbf{J}_{ms} i järnet.

A) Use the Ampere's law in four regions.

$$B_\varphi = \mu H_\varphi \frac{I_{in}}{2\pi r}$$

$$r \leq a : I_{in} = \frac{I r^2}{a^2}, \mu = \mu_0$$

$$B_\varphi = \mu_0 H_\varphi = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2}$$

$$r \leq a < b \text{ and } r > c : I_{in} = I, \mu = \mu_0$$

$$B_\varphi = \mu_0 H_\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$b < r < c : I_{in} = I, \mu = \mu_r \mu_0$$

$$B_\varphi = \mu H_\varphi = \frac{\mu I}{2\pi r}$$

$$B) \mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \rightarrow \mathbf{M} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{H}$$

$$b < r < c : \mathbf{M} = \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right) \mathbf{H} = (\mu_r - 1) \frac{I}{2\pi r} \hat{\varphi}$$

$$\mathbf{J}_m = \nabla \times \mathbf{M} = \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \hat{r} & r\hat{\phi} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & rM_\phi & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{r} \hat{z} \frac{\partial(rM_\phi)}{\partial r}$$

$$M_\phi = (\mu_r - 1) \frac{I}{2\pi r} \rightarrow \mathbf{J}_m = 0$$

$$\mathbf{J}_{ms} = \mathbf{M} \times \hat{n}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{at } r=b : \hat{n} = -\hat{r} \rightarrow \mathbf{J}_{ms}(b) = \frac{(\mu_r - 1) I}{2\pi b} \hat{z} \\ \text{at } r=c : \hat{n} = \hat{r} \rightarrow \mathbf{J}_{ms}(c) = \frac{(\mu_r - 1) I}{2\pi c} (-\hat{z}) \end{array} \right.$$